Đề tài "Kinh nghiệm dạy chuyên đề Hình học giải tích phẳng – Phát triển năng lực tư duy học sinh".

PHẦN 1. MỞ ĐẦU

1.1. Lí do chọn đề tài

"Hội nghị Trung ương 8 khóa XI về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo " đã khẳng định nhiệm vụ của ngành giáo dục là nâng cao dân trí, phổ cập giáo dục phổ thông cho toàn dân, song song nhiệm vụ đó cần phải bồi dưỡng nhân tài, phát hiện các học sinh có năng khiếu ở trường phổ thông và có kế hoạch đào tạo riêng để họ thành những cán bộ khoa học kĩ thuật nòng cốt.

"Bồi dưỡng nhân tài" nói chung và bồi dưỡng HSG Toán nói riêng là nhiệm vụ tất yếu trong công cuộc đổi mới đất nước hiện nay. Đặc biệt là bồi dưỡng học sinh giỏi nhằm phát triển năng lực tư duy học sinh theo định hướng đổi mới của Bộ giáo Dục và Đào tạo.

Ở trường phổ thông, đối với học sinh có thể xem việc giải toán là hình thức chủ yếu của hoạt động toán học. Vì vậy dạy giải toán cũng là nhiệm vụ chủ yếu của người thầy giáo.

Để giải một bài toán học sinh phải thực hiện 4 bước sau đây:

- Bước 1: Tìm hiểu nội dung đề bài
- Bước 2: Suy nghĩ tìm tòi lời giải của bài toán
- Bước 3: Trình bày lời giải
- Bước 4: Nghiên cứu sâu lời giải

Mặc dù 4 nội dung trên luôn gắn kết với nhau(có khi cùng tiến hành song song, có khi tách thành các quá trình tương đối riêng rẽ) và bài toàn coi như được giải quyết khi đã có lời giải. Song việc dạy cho học sinh biết **vận dụng các phương pháp tìm tòi lời giải bài toán mới chính là cơ sở quan trọng có ý nghĩa quyết định cho việc rèn luyện khả năng tư duy cho học sinh thông qua việc giải toán**.

Nhiều năm qua, trong các kỳ thi tuyển sinh Đại học, hay kỳ thi THPT Quốc gia và đặc biệt kỳ thi HSG, bài toán Hình học giải tích phẳng luôn được chú trọng và được khai thác ở mức độ tương đối khó, tuy nhiên đa số giáo viên còn khá lúng túng và gặp không ít khó khăn khi giảng dạy chuyên đề này cho học sinh. Hiện nay tài liệu viết về chuyên đề này xuất hiện khá nhiều nhưng chưa có tài liệu thật sự có chất lượng. Với mong muốn xây dựng cho mình tư liệu dạy học, BDHSG và làm tài liệu tham khảo cho học sinh, tôi đã chọn và nghiên cứu đề tài "**Kinh nghiệm dạy chuyên đề Hình học giải tích phẳng – Phát triển năng lực tư duy học sinh".**

1.2. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu :

- Tìm hiểu cơ sở lí luận của đề tài.
- Xây dựng hệ thống bài tập Bồi dưỡng Học sinh giỏi nhằm phát triển năng lực tư duy học sinh.

1.3. Đối tượng nghiên cứu:

Đối tượng nghiên cứu : Luyện học sinh giỏi Toán THPT tham dự kì thi học sinh giỏi các cấp trường, cấp tỉnh…

1.4. Phương pháp nghiên cứu

- Nghiên cứu cơ sở lí luận của lí thuyết .
- Nghiên cứu tài liệu, sách giáo khoa, sách giáo viên, sách bài tập, sách tham khảo, các đề thi học sinh giỏi Toán cấp tỉnh, đề thi Đại học và đề thi THPT Quốc gia các năm.
- Thực nghiệm.

+Tham khảo ý kiến của các đồng nghiệp.

+ Thực nghiệm sư phạm :Bồi dưỡng học sinh giỏi Toán THPT.

+ Phương pháp thống kê toán học và xử lí kết quả thực nghiệp.

PHẦN 2. NỘI DUNG

2.1. Cơ sở lý luận

2.1.1. Khái niệm nhận thức và năng lực tư duy.

2.1.1.1. Khái niệm nhận thức :

Nhận thức là một trong ba mặt cơ bản của đời sống tâm lý của con người. Nó là tiền đề của hai mặt kia và đồng thời có quan hệ chặt chẽ với chúng và với các hiện tượng tâm lý khác

Những phẩm chất của tư duy bao gồm:

Tính định hướng, bề rộng, độ sâu, tính linh hoạt, tính mềm dẻo, tính độc lập và tính khái quát**.** Để đạt được những phẩm chất tư duy trên, trong quá trình dạy học, chúng ta cần chú ý rèn cho học sinh bằng cách nào ?

2.1.1.2. Rèn luyện các thao tác tư duy trong dạy học môn Toán học ở trường trung học phổ thông.

Trong logic học, người ta thường biết có ba phương pháp hình thành những phán đoán mới: Quy nạp, suy diễn và loại suy.Ba phương pháp này có quan hệ chặt chẽ với những thao tác tư duy: phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng ,khái quát hoá .

Phân tích :

"Là quá trình tách các bộ phận của sự vật hoặc hiện tượng tự nhiên của hiện thực với các dấu hiệu và thuộc tính của chúng theo một hướng xác định". Như vậy, từ một số yếu tố, một vài bộ phận của sự vật hiện tượng tiến đến nhận thức trọn vẹn các sự vật hiện tượng. Vì lẽ đó, môn khoa học nào trong trường phổ thông cũng thông qua phân tích của cả giáo viên cũng như học sinh để bảo đảm truyền thụ và lĩnh hội.

Tổng hợp :

"Là hoạt động nhận thức phản ánh của tư duy biểu hiện trong việc xác lập tính chất thống nhất của các yếu tố trong một sự vật nguyên vẹn có thể có được trong việc xác định phương hướng thống nhất và xác định các mối liên hệ, các mối quan hệ giữa các yếu tố của sự vật nguyên vẹn đó, liên kết giữa chúng được một sự vật và hiện tượng nguyên vẹn mới" Phân tích và tổng hợp là hai quá trình có liên hệ biện chứng.

So sánh :

"Là xác định sự giống nhau và khác nhau giữa các sự vật hiện tượng của hiện thực". Trong hoạt động tư duy của học sinh thì so sánh giữ vai trò tích cực quan trọng

Khái quát hoá :

Khái quát hoá là hoạt động tư duy tách những thuộc tính chung và các mối liên hệ chung, bản chất của sự vật và hiện tượng tạo nên nhận thức mới dưới hình thức khái niệm, định luật, quy tắc.

2.1.2. Những hình thức cơ bản của tư duy

Bao gồm: Khái niệm, Phán đoán, Suy lý

2.1.3. Đánh giá trình độ phát triển của tư duy học sinh

* Đánh giá khả năng nắm vững những cơ sở khoa học một cách tự giác, tự lực, tích cực và sáng tạo của học sinh (nắm vững là hiểu, nhớ và vận dụng thành thạo)

* Đánh giá trình độ phát triển năng lực nhận thức và năng lực thực hành trên cơ sở của quá trình nắm vững hiểu biết.

CÁC CHỈ SỐ NĂNG LỰC TƯ DUY

IQ (*Intelligence Quotient*) – Chỉ số thông minh

EQ (*Emotional Quotient*) – Chỉ số xúc cảm

AQ (*Adversity Quotient*) Chỉ số vượt khó – Xoay chuyển trở ngại thành cơ hội

PQ (*Passion Quotient*) – Chỉ số say mê

SQ (*Social Quotient*) – Chỉ số thông minh xã hội - Social Intelligence

CQ (*Creative Quotient*) – Chỉ số thông minh sáng tạo – Creative Intelligenc

2.2. Thực trạng việc bồi dưỡng HSG ở nước ta hiện nay:

-**"Hiền tài là nguyên khí của Quốc gia"** vì vậy công việc bồi dưỡng HSG nói chung, bồi dưỡng HSG Hóa học THPT nói riêng đang được các cấp quan tâm và coi trọng, khuyến khích và tôn vinh những học sinh đạt thành tích xuất sắc trong các kì thi HSG Tỉnh, Quốc gia ,quốc tế... cũng như thủ khoa của các trường Đại học. Đặc biệt phương pháp bồi dưỡng HSG theo định hướng phát triển năng lực học sinh đang được Đảng, nhà nước chú trọng đổi mới để tiếp cận với thế giới.

-Trong thực tế ở các trường THPT không chuyên thì còn tồn tại nhiều bất cặp như:

+ Giáo viên chưa tiếp cận nhanh với yêu cầu của sự đổi mới .

+Phương tiện dạy học chưa đáp ứng được yêu cầu của chương trình.

+Tài liệu chính thống để bồi dưỡng HSG không có, kiến thức vừa sâu ,vừa rộng Trong khi điểm xuất phát của học sinh lại có hạn, không được như ở các trường chuyên. Mỗi giáo viên phải tự lần mò, tìm kiếm cho mình phương pháp bồi dưỡng riêng để mong mang lại kết quả tốt nhất. Để đáp ứng yêu cầu trên đang là trăn trở của mỗi giáo viên.

2.3. Giải pháp thực hiện

2.3.1. Lý thuyết cơ bản về đường thẳng và đường tròn và ba đường cô níc

Đường thẳng: Phương trình đường thẳng, vị trí tương đối giữa các đường thẳng, góc giữa hai đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

Đường tròn: Các dạng phương trình đường tròn, vị trí tương đối giữa các đường tròn, đường thẳng tiếp xúc với đường tròn, phương tích của một điểm đối với đường tròn...

Đường elip, đường Parabol, đường Hypebol: Phương trình chính tắc, các bán kính qua tiêu của elip và hypebol, đường chuẩn,....

2.3.2. Các bài toán gốc

Bài toán 1. Tìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng cắt nhau

Bài toán 2. Tìm điểm đối xứng của một điểm qua một đường thẳng

Bài toán 3. Kiểm tra tính cùng phía, khác phía với một đường thẳng

Bài toán 4. Viết phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng cắt nhau

Bài toán 5. Viết phương trình đường phân giác trong, phân giác ngoài của góc trong tam giác

Bài toán 6. Tìm chân đường phân giác trong, ngoài của góc trong tam giác

Bài toán 7. Tìm trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác

2.3.3. Các bài toán cơ bản

Nhận thức là quá trình phản ứng hiện thực khách quan gắn liền với hoạt động thực tiễn. VI Lênin đã khái quát quá trình đó như sau: "Từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng, từ tư duy trừu tượng đến thực tiễn – đó là con đường biện chứng của sự nhận thức chân lý, của sự nhận thức hiện thực khách quan. Vì vậy để phát triển năng lực tư duy học sinh, tạo điểm tựa cho quá trình tư duy, tôi cho các em rèn luyện các bài toán cơ bản sau đây một cách thuần thục.

Bài toán 1. Tìm M thuộc đường thẳng d đã biết phương trình và cách điểm I một khoảng cho trước (IM=R không đổi)

Bài toán 2. Tìm M thuộc đường thẳng d và cách đường thẳng d' một khoảng không đổi

Bài toán 3. Tìm M thuộc đường thẳng d sao cho tam giác MAB là tam giác đăc biệt (vuông, cân, hai cạnh có mối quan hệ về độ dài, ….)

Bài toán 4. Tìm M thuộc đường thẳng d và thoả điều kiện cho trước (mở rộng của bài toán 1, 2, 3)

Bài toán 5. Tìm M dựa vào hệ thức vectơ

Bài toán 5.1 Tìm toạ độ M lien hệ với hai (ba) điểm cho trước qua một hệ thức vectơ $\overrightarrow{MA} = k.\overrightarrow{MB}$

Bài toán 5.2 Tìm toạ độ hai điểm M, N lần lượt thuộc hai đường thẳng d_1, d_2 và liên hệ với điểm thứ ba cho trước qua hệ thức vectơ

Bài toán 6. Viết phương trình đường thẳng

TRƯỜNG HỢP 1. Bài toán không cho vectơ pháp tuyến (hoặc vectơ chỉ phương)

Bài toán 6.1 Viết phương trình đường thẳng d đi qua 1 điểm, cách một điểm cho trước một khoảng không đổi

Bài toán 6.2 Viết phương trình đường thẳng d đi qua 1 điểm, tạo với đường thẳng cho trước một góc không đổi

TRƯỜNG HỢP 2. Bài toán cho vectơ pháp tuyến (hoặc vectơ chỉ phương)

Bài toán 6.3 Viết phương trình đường thẳng d biết **phương** của đường thẳng và d cách điểm cho trước một khoảng không đổi

Bài toán 6.4 Viết phương trình đường thẳng d biết **phương** của đường thẳng và thoả mãn điều kiện cho trước

Bài toán 7. Tìm điểm dựa vào trung tuyến, đường cao, trung trực trong tam giác.

Bài toán 8. Tìm điểm dựa vào phân giác trong (ngoài) của tam giác

Bài toán 9. Tìm điểm thuộc (E) thoả điều kiện cho trước; Viết phương trình chính tắc của (E)

Bài toán 10. Cho hai đường tròn (C_1) và (C_2) cắt nhau tại hai điểm A, B. Viết phương trình đường thẳng AB.

2.3.4. Các tính chất cơ bản của hình học phẳng

Chuyên đề hình học phẳng mà các em đã được học ở cấp THCS có nhiều tính chất hay và khó, sau khi làm quyen với chuyên đề hình học giải tích thì đa số các em quyên mất các tính chất của hình học phẳng, mặt khác chương trình hình học giải tích được trình bày khá cơ bản, không đi sâu khai thác các tính chất hay và khó của hình học, tuy nhiên trong nhiều năm trở lại đây thì tính chất của hình học được khai thác ở mức độ khá khó. Vì vậy khi dạy chuyên đề này tôi yêu cầu các em tìm hiểu thêm các tính chất của hình học và cho các em tìm hiểu lại các tính chất sau, bấy nhiêu thôi còn là quá ít nhưng dẫu sao cùng với hệ thống ví dụ sẽ tạo cho các em **quen** với việc phân tích tìm tòi các tính chất **"đặc thù"** của mỗi hình từ đó có phương án giải quyết tốt nhất cho mỗi bài toán.

Tính chất 1: Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm. Họi H' là giao điểm của AH với đường tròn (O) $\Rightarrow$ H' đối xứng với H qua BC.

Tính chất 2: Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm, kẻ đường kính AA', M là trung điểm BC $\Rightarrow$ $\overrightarrow{AH} = 2.\overrightarrow{OM}$.

Tính chất 3: Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O), BH và CK là 2 đường cao của ABC

$\Rightarrow AO \perp KH$

Tính chất 4: Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm, gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔHBC $\Rightarrow$ O và I đối xứng nhau qua BC.

Tính chất 5: (Đường thẳng Ơ - le) Cho Δ ABC, gọi H, G, O lần lượt là trực tâm, trọng tâm và tâm đường tròn ngoài tiếp Δ ABC. Khi đó ta có:

1) $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

2) 3 điểm O, G, H thẳng hàng và $\overrightarrow{OH} = 3.\overrightarrow{OG}$.

Tính chất 6: Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi D, E theo thứ tự là chân các đường cao kẻ từ A, B. Các điểm M, N theo thứ tự là trung điểm BC và AB $\Rightarrow$ tứ giác MEND nội tiếp.**(đường tròn trên đi qua 9 điểm, gồm 3 trung điểm 3 cạnh, 3 chân đường cao, 3 trung điểm của 3 đoạn nối trực tâm với các đỉnh và nó được gọi là đường tròn Ơ-le)**

Tính chất 7: Cho ΔABC, gọi O và I lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp, tâm đường tròn nội tiếp ΔABC, AI cắt đường tròn (O) tại D $\Rightarrow$ DB= DI= DC.

Tính chất 8: Cho ΔABC, gọi D, E, F là chân các đường vuông góc kẻ từ A, B, C của ΔABC. Gọi H là trực tâm Δ ABC $\Rightarrow$ H là tâm đường tròn nội tiếp ΔDEF.

Tính chất 9: Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi D, E là giao điểm của đường tròn (O) với các đường cao qua A và C $\Rightarrow$ OB là trung trực của ED.

Tính chất 10: Cho ΔABC cân tại A nội tiếp đường tròn tâm I, G là trọng tâm ABC Δ . Gọi D là trung điểm AB, E là trọng tâm ΔADC $\Rightarrow$ I là trực tâm ΔDEG.

Tính chất 11: Cho tam giác ABC, gọi I là trung điểm cạnh BC. Dựng phía bên ngoài tam giác ABC các tam giác ABD, ACE vuông cân tại A. Khi đó AI và DE vuông góc với nhau.

Tính chất 12: Trong 1 hình thang cân có 2 đường chéo vuông góc, độ dài đường cao bằng độ dài đường trung bình.

Tính chất 13: Gọi M, N lần lượt là các trung điểm của cạnh AB, BC của hình vuông ABCD $\Rightarrow$ AN $\perp$ DM.

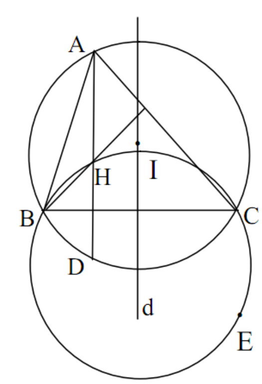
Tính chất 14: Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 2.AD, M là một điểm trên AB sao cho AB = 4.AM $\Rightarrow$ DM $\perp$ AC

Tính chất 15: Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BH, AH $\Rightarrow$AP $\perp$ CQ.

2.3.5. Các ví dụ

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ΔABC nhọn, trực tâm H(2; 1), tâm đường tròn ngoại tiếp I(1; 0). Trung điểm của cạnh BC nằm trên đường thẳng *d: x – 2y – 1 = 0*. Tìm tọa độ các điểm B và C biết đường tròn ngoại tiếp ΔHBC đi qua điểm E(6; -1) và điểm B có hoành độ nhỏ hơn 4.

HD: Dễ thấy I thuộc d nên d là đường thẳng trung trực cạnh BC



Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC

Do $K \in d \Rightarrow K(2t+1;t)$ vì KH = KE nên $K(5;2) \Rightarrow$ KH $=\sqrt{10}$

Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC là: $(x-5)^2+(y-2)^2=10$

Gọi D là giao điểm của AH với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Ta chứng minh được D đối xứng với H qua BC **(Tính chất 1)**

Suy ra hai tam giác HBC và DBC có cùng bán kính đường trong ngoại tiếp

Do đó bán kính đường trong ngoại tiếp tam giác ABC là $KH = \sqrt{10}$

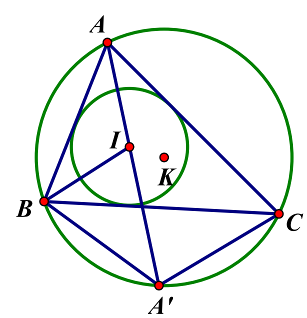
Suy ra phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

$(x-1)^2 + y^2 = 10$

Vậy tọa độ B, C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}(x-5)^2 + (y-2)^2 = 10 \\ (x-1)^2 + y^2 = 10\end{cases}$

Kết hợp với hoành độ B nhỏ hơn 4 nên suy ra B(2; 3), C(4; -1)

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, và đường tròn $(T): (x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$ và điểm A(-1; -1). Gọi B, C là hai điểm phân biệt thuộc đường tròn (T) (B, C khác A). Viết phương trình đường thẳng BC, biết I(1; 1) là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.



Đường tròn (T) có tâm K(3; 2) bán kính là R = 5

Ta có: $AI: x - y = 0$, khi đó đường thẳng AI cắt đường tròn (T) tại A'

(A' khác A). Điểm A' có tọa độ là nghiệm của hệ: $\begin{cases}(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25 \\ x - y = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = -1 \\ y = -1\end{cases}$ (loại) hoặc $\begin{cases}x = 6 \\ y = 6\end{cases}$ Vậy A'(6; 6)

Áp dụng **tích chất 7,** ta có A'I = A'B = A'C. Do đó B, I, C thuộc đường tròn tâm A' bán kính A'I có phương trình là $(x-6)^2 + (y-6)^2 = 50$

Suy ra tọa độ B, C là nghiệm của hệ $\begin{cases}(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25 \\ (x-6)^2 + (y-6)^2 = 50\end{cases}$

Nên tọa độ các điểm B, C là : $(7;-1), (-1;5)$

Khi đó I nằm trong tam giác ABC (thỏa mãn) .

Vậy phương trình đường thẳng $BC: 3x + 4y - 17 = 0$.

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD. Gọi M là trung điểm cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho CN = 2ND. Giả sử $M\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình: $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A biết tung độ của A dương.

Ta có: $d(M, AN) = \frac{3\sqrt{5}}{2}$. Ta sẽ tính diện tích theo hai cách. Đặt AB= 6x, x >0 ta có

$$\begin{cases} S_{ADN} = \frac{1}{2}AD.DN = 6x^2 \\ S_{ABM} = \frac{1}{2}AB.BM = 9x^2 \\ S_{CMN} = \frac{1}{2}CM.CN = 6x^2 \end{cases} =>$$

$S_{AMN} = S_{ABCD} - S_{ABM} - S_{CMN} = 15x^2$

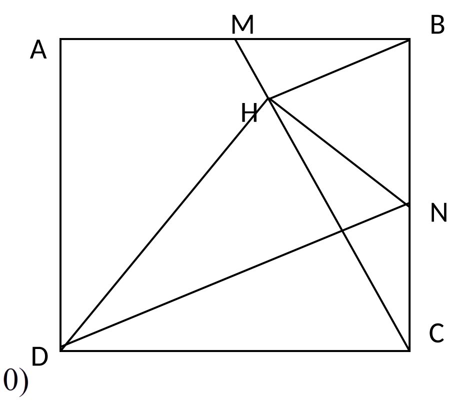
Theo định lý pitago $AN = \sqrt{AD^2 + DN^2} = \sqrt{36x^2 + 4x^2} = 2\sqrt{10}x$

=> $d(M;AN) = \frac{2S_{AMN}}{AN} = \frac{15x}{\sqrt{10}}$. Do ddos $\frac{15x}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Theo định lý Pitago: $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{\frac{45}{2}}$

$A \in AN => A(a;2a - 3)$. $AM = \sqrt{\frac{45}{2}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = 4 \end{array}\right. => \left[\begin{array}{l} A(1;-1)(LOAI) \\ A(4;5) \end{array}\right.$

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ *Oxy*, cho hình vuông ABCD với M, N lần lượt là trung điểm đoạn AB và BC. Gọi H là chân đường cao kẻ từ B xuống CM. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD biết: $N(-1;-\frac{5}{2}), H(-1;0)$ và điểm D nằm trên đường thẳng $(d): y = x - 4$.



Trong tam vuông BCH ta có : HN=HC (1)

Mặt khác: BH và DN song song với

(Vì cùng vuông góc với MC)

Từ đó: H và C đối xứng qua DN

$\Rightarrow \widehat{DHN} = \widehat{DCN} = 90^0 \Rightarrow$ DH vuông góc với HN

Gọi D(m ;m-4) Sử dụng điều kiện $\overrightarrow{HD}.\overrightarrow{HN} = 0 \Rightarrow m = 4 \Rightarrow D(4;0)$

Nhận xét H và C đối xứng qua DN tìm được $C(1;-4)$ Từ đó tìm được : $A(0;3)$, $B(-3;-1)$

Ví dụ 5. Cho tam giác ABC có góc A nhọn, điểm $I(4;2)$ là trung điểm đoạn BC, điểm A nằm trên đường thẳng $d: 2x - y - 1 = 0$. Dựng bên ngoài tam giác ABC các tam giác ABD, ACE vuông cân tại A. Biết phương trình đường thẳng $DE: x - 3y + 18 = 0$ và $BD = 2\sqrt{5}$ điểm D có tung độ nhỏ hơn 7. Xác định tọa độ các điểm A, B, C.

HD: Ta có

Áp dụng **tính chất 11** $\Rightarrow AI \perp DE$

Phương trình đường thẳng AI : $3x + y - 14 = 0$

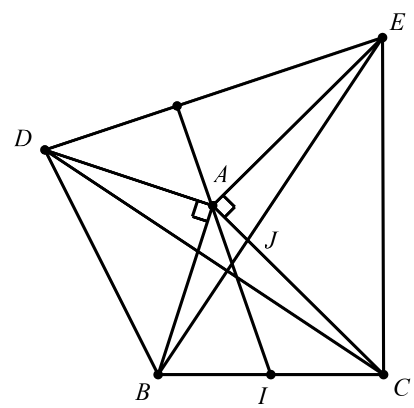
Tọa độ điểm A thỏa mãn hệ $\begin{cases} 3x + y - 14 = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases}$ hay A(3;5)

Tam giác ABD vuông cân tại A có $BD = 2\sqrt{5} \Rightarrow AD = AB = \sqrt{10}$.

Gọi $D(3a - 18; a)$ ta có

$AD = \sqrt{10} \Leftrightarrow (3a - 21)^2 + (a - 5)^2 = 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \frac{38}{5} (loai) \\ a = 6 \end{array}\right.$ suy ra D(0;6)

Đường thẳng AB đi qua $A(3;5)$, vtpt là $\overrightarrow{AD} = (-3;1)$ có phương trình $3x - y - 4 = 0$



Gọi tọa độ điểm $B(b; 3b - 4)$ ta có

$AB = \sqrt{10} \Leftrightarrow (b - 3)^2 + (3b - 9)^2 = 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 4 \\ a = 2 \end{array}\right.$

Với b = 4 thì B(4;8), C(4;-4), loại do góc $\widehat{BAC}$ tù.

Với b = 2 thì B(2;2), C(6;2) thỏa mãn.

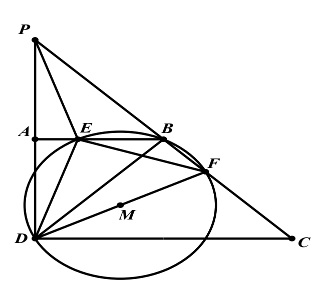
Ví dụ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình thang ABCD vuông tại A và D có AD = AB = $\frac{CD}{2}$. Gọi E(2 ; 4) là điểm thuộc đoạn AB thỏa mãn 3AE = AB. Điểm F thuộc BC sao cho tam giác DEF cân tại E. Phương trình đường thẳng EF là: $2x + y - 8 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thang biết D thuộc đường thẳng d: $x + y = 0$ và A có hoành độ nguyên thuộc đường thẳng $d': 3x + y - 8 = 0$

HD: Vì AD = AB = $\frac{CD}{2} \Rightarrow \Delta DBC$ vuông tại B

Gọi $P = AD \cap BC$

$\Rightarrow$ A là trung điểm của PD

$\Rightarrow$ AB là trung trực của DP



$\Rightarrow$ EP = ED = EF

$\Rightarrow$ E là tâm đường tròn ngoại tiếp

tam giác DFP $\Rightarrow \widehat{DFP} = \widehat{DEA} = \frac{1}{2}\widehat{DEP}$. Mà $\widehat{DEA} + \widehat{DEB} = 180^0 \Rightarrow \widehat{DFB} + \widehat{DEB} = 180^0$

$\Rightarrow$ Tứ giác DEBF nội tiếp đường tròn

Mặt khác $DB \perp BF \Rightarrow DE \perp EF$

Đường thẳng DE qua E(2 ; 4) vuông góc với EF có PT: x – 2y + 6 = 0

$D = DE \cap d \Rightarrow$ Tọa độ D là nghiệm của hệ PT $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - 2y + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow D(-2\,;\,2)$

Ta có: $AE = \frac{AB}{3} = \frac{AD}{3} \Rightarrow DE^2 = AD^2 + AE^2 = 10AE^2$

Mà: $A \in d': 3x + y - 8 = 0 \Rightarrow A(a\,;\,8 - 3a)$

$\Rightarrow DE^2 = 10AE^2 \Leftrightarrow 20 = 10\left((a-2)^2 + (4-3a)^2\right) \Leftrightarrow 5a^2 - 14a + 9 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = \frac{9}{5} (loai) \end{array}\right. \Rightarrow A(1;\,5)$

Ta có: $\overrightarrow{EB} = 2\overrightarrow{AE} = (2\,;\,-2) \Rightarrow B(4;\,2)$

Đường thẳng CD qua D nhận $\overrightarrow{DA} = (3;3)$ làm VTPT nên có PT: x + y = 0

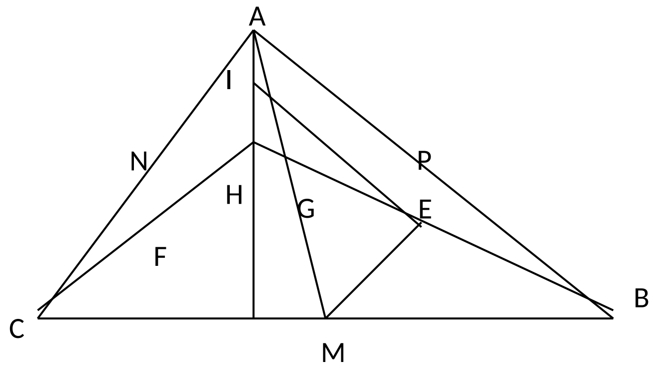
Đường thẳng BC qua B nhận $\overrightarrow{DB} = (6;0)$ làm VTPT nên có PT: x – 4 = 0

$C = BC \cap DC \Rightarrow$ Tọa độ C(4 ; -4). Vậy: A(1 ; 5), B(4 ; 2), C(4 ; -4), D(-2 ; 2)

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho tam giác ABC có trọng tâm G(1;2). Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Biết rằng đường tròn đi qua ba trung điểm của ba đoạn thẳng HA, HB, HC có phương trình: $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

HD: Áp dụng tính chất 6: đường tròn Ơ-le

Gọi trung điểm của HA, HB, HC, BC, CA, AB lần lượt là I, E, F, M, N, P. Ta có: EH $\perp$ AC $\Rightarrow$ EH $\perp$ IF. Mà MF // EH $\Rightarrow$ MF $\perp$ IF $\Rightarrow$ góc IFM vuông tại F



Tương tự ta có góc IEM vuông tại E nên M thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác IEF.Tương tự ta cũng có N, P cũng thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác IEF

Mặt khác dễ thấy tam giác ABC là ảnh của tam giác MNP qua phép vị tự tâm G tỷ số k = -2

Suy ra đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là ảnh của đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP

Ta có đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP có phương trình:

$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$, có tâm K(1;-2) và bán kính R = 1

Gọi K', R' là tâm và bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thì $\overrightarrow{GK'} = -2\overrightarrow{GK}$, R' = 2R. Suy ra K'(1;10) và R' = 2

vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

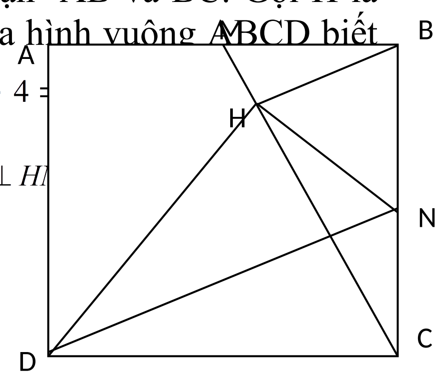
$$(x - 1)^2 + (y - 10)^2 = 4$$

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ *Oxy*, cho tam giác ABC có trọng tâm $G(1;2)$. Phương trình đường tròn đi qua trung điểm của hai cạnh AB, AC và chân đường cao hạ từ đỉnh A đến cạnh BC của tam giác ABC là $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

HD: đây là đề thi HSG Thanh Hóa năm 2012 – 2013. Giải tương tự Ví dụ 7.

Ví dụ 9.(HSG Thanh Hóa 2013-2014) Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ *Oxy*, cho hình vuông ABCD với M, N lần lượt là trung điểm của đoạn AB và BC. Gọi H là chân đường cao kẻ từ B xuống CM. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD biết $N(-1;-\frac{5}{2}), H(-1;0)$ và điểm D nằm trên đường thẳng $(d): x - y - 4 =$

HD : Mấu chốt của bài toán là phát hiện được **tính chất** $HD \perp HI$

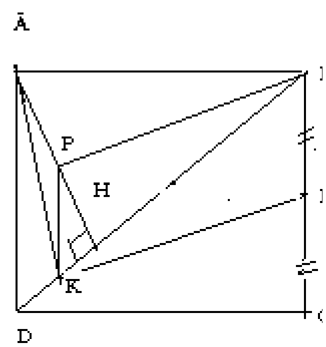


Gọi D(m ; m-4) Sử dụng điều kiện $\overrightarrow{HD}.\overrightarrow{HN} = 0 \Rightarrow m = 4 \Rightarrow D(4;0)$

Nhận xét H và C đối xứng qua DN tìm được $C(1;-4)$

Từ đó tìm được : $A(0;3), B(-3;-1)$.

Ví dụ 10. (HSG Thanh Hóa 2014-2015) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho hình chữ nhật ABCD có điểm H(1;2) là hình chiếu vuông góc của A lên BD. Điểm $M(\frac{9}{2};3)$ là trung điểm của cạnh BC, phương trình đường trung tuyến kẻ từ A của Δ ADH là : $4x + y - 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC.



Gọi K là trung điểm của HD. Ta chứng minh $AK \perp KM$.

Thật vậy gọi P là trung điểm của AH.Ta có PK song song và bằng nửa AD

$\Rightarrow PK \perp AB$. Mà $AH \perp KB$ do đó P là trực tâm của tam giác ABK. $\Rightarrow$ BP$\perp AK$

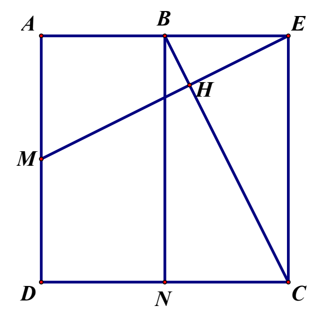
mà BPKM là hình bình hành nên KM song song BP $\Rightarrow AK \perp KM$

Phương trình đường thẳng KM: đi qua $M(\frac{9}{2};3)$ và vuông góc với AK: $4x + y - 4 = 0$ nên MK có pt: $x - 4y + \frac{15}{2} = 0$. Do $K = AK \cap MK \Rightarrow$ Toạ độ $K(\frac{1}{2}; 2)$.

Do K là trung điểm của HD mà H(1; 2) nên D(0; 2) $\Rightarrow$ pt của BD: y – 2 = 0

AH đi qua H(1; 2) và vuông góc với BD nên AH có PT: x - 1 = 0, $A = AK \cap AH \Rightarrow$ A(1; 0). BC qua $M(\frac{9}{2};3)$ và song song với AD nên BC có PT là: 2x + y – 12 = 0.

Ví dụ 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy,* cho hình thang ABCD có AB//CD, $\widehat{BAD} = 90^0, CD = AD = 2AB,$ điểm $B(3;6)$. Gọi *M* là trung điểm của cạnh AD. Hình chiếu vuông góc của M trên BC là $H\left(\frac{18}{5};\frac{24}{5}\right)$. Xác định tọa độ các đỉnh A, B, C, D biết A có tung độ nhỏ hơn 7.



+ Gọi $E = AB \cap MH$, N là trung điểm của DC

Do tứ giác DMHC nội tiếp nên AME = NCB mà AM = NC = a nên $\Delta AME = \Delta NCB \Rightarrow AE = NB = CD \Rightarrow$ B là trung điểm của AE.

+ Đặt $AB = a \Rightarrow EM = a\sqrt{5}, EH.EM = EB.EA = 2a^2$

$\Rightarrow EH = \frac{2}{\sqrt{5}}a$

+ $\tan AEM = \frac{BH}{EH} = \frac{AM}{AE} = \frac{1}{2} \Rightarrow BH = \frac{1}{\sqrt{5}}a \Rightarrow a = 3 \Rightarrow EH = \frac{6}{\sqrt{5}}$

+ Đường thẳng ME đi qua H và vuông góc với EB nên có phương trình $x - 2y + 6 = 0$

$\Rightarrow E\left(t;\frac{t+6}{2}\right)$. Khi đó $EH = \frac{6}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left(t - \frac{18}{5}\right)^2 + \left(\frac{5t - 18}{10}\right)^2 = \frac{36}{5} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 6 \\ t = \frac{6}{5} \end{array}\right.$

+ Với $t = \frac{6}{5} \Rightarrow E\left(\frac{6}{5};\frac{18}{5}\right) \Rightarrow A\left(\frac{24}{5};\frac{42}{5}\right)$ (loại vì $y_A > 7$)

+ Với $t = 6 \Rightarrow E(6;6) \Rightarrow A(0;6)$. Phương trình đường thẳng $BH: 2x + y - 12 = 0$, $EC: x = 6$

Tọa độ $C = BH \cap EC = (6;0)$

+ Do AECD là hình vuông nên $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EA} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 6 = 0 - 6 \\ y_D - 0 = 6 - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 0 \end{cases} \Rightarrow D(0;0)$

Vậy $A(0;6)$, $C(6;0)$ $D(0;0)$

Ví dụ 12. Cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm O(0;0). Gọi M(-1;0, N(1;1) lần lượt là các

chân đường vuông góc kẻ từ B, C của ΔABC. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C của Δ ABC, biết điểm A nằm trên đường thẳng Δ có phương trình : 3x + y - 1 = 0.

HD : Chứng minh được $OA \perp MN$ **(theo tính chất 3)** từ đó dễ dàng tìm được A(1 ; -2), B(1 ;2), C(-2 ;1)

Ví dụ 13. Bài Cho ΔABC cân tại A, gọi D là trung điểm của AB, D có tung độ dương, điểm $I\left(\frac{11}{3};\frac{5}{3}\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC. Điểm $E\left(\frac{13}{3};\frac{5}{3}\right)$ là trọng tâm ΔADC. Điểm M(3; -1) thuộc DC, N(-3;0) thuộc AB. Tìm tọa độ A, B, C.

HD : Ta có I là trực tâm tam giác DGE (**Theo tính chất 10**). Dễ dàng tìm được A(7 ;5), B(-1 ;1) và C(3 ; -3).

Ví dụ 14. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm của BC. G là trọng tâm tam giác ABM, điểm D(7 ;-2) là điểm nằm trên đoạn MC sao cho GA = GD. Tìm tọa độ điểm A, lập phương trình đường thẳng AB, biết hoành độ điểm A nhỏ hơn 4 và AG có phương trình $3x - y - 13 = 0$.

HD : Ta tính được d(A ;AG) = $\sqrt{10}$. A thuộc AG nên A(a ; 3a - 13). Gọi N là trung điểm của AB thì MN là trung trực của AB, suy ra GA = GB mà GA = GD do đó GA = GB = GD. Vậy G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD, suy ra $\angle AGD = 90^0$. Đây là điểm mấu chốt của bài toán.

2.4. Hiệu quả của sáng kiến

Kết quả cho thấy, khi dạy chuyên đề hình học giải tích phẳng một cách logic, khoa học sẽ làm cho các em học sinh thấy yêu mến hơn đối với bộ môn, đã có nhiều em học sinh không thấy choáng ngợp với câu hỏi dạng này trong đề thi HSG và trong đề thi ĐH cũng như trong kỳ thi THPT Quốc gia. Đối với thầy cô, nhiều thầy cô tìm ra phương pháp tiếp cận bộ môn này, trước đây nhiều thầy cô rất bối rối không biết phải dạy như thế nào để học sinh có thể giải quyết tốt dạng toán này.

3. Kết luận, kiến nghị

3.1. Kết luận

Chuyên đề hình học giải tích phẳng được đánh giá là một thử thách lớn đối với đa số các em học sinh trong kỳ thi HSG cũng như kỳ thi ĐH hay kỳ thi THPT Quốc gia ngày nay, tuy nhiên trong những năm qua tôi đã áp dụng phương pháp tiếp cận vấn đề mới, truyền đạt kiến thức đến các em một cách logic, khoa học, chặt chẽ hơn, tôi đã thấy nhiều học sinh tiến bộ rõ rệt, đặc biệt trong năm học 2014 – 2015 và năm học 2015 – 2016 các em học sinh dự thi các kỳ thi HSG cấp tỉnh và kỳ thi THPT Quốc gia năm 2015 đã tự tin trước câu hỏi về hình học giải tích và các em đã có thành tích khá tốt.

3.2.Kiến nghị

Tôi tin rằng, nếu áp dụng một cách bài bản sáng kiến này sẽ thu được kết quả khả quan, trong thời gian tới tôi tiếp tục hoàn thiện hơn về kinh nghiệm này và kính mong các đồng nghiệp tiếp tục nghiên cứu hoàn thiện hơn.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ	*Thanh Hóa, ngày 25 tháng 5 năm2016.* Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết,

	không sao chép nội dung của người khác. Trịnh Ngọc Sơn

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nghị quyết số 29- NQ/TW ngày 04 tháng 08 năm 2013 của Hội nghị Trung ương 8 khóa XI về đổi mới căn bản, toàn diện Giáo dục và đào tạo.
2. Công văn số 5555/BGDĐT-GDTrH ngày 08 tháng 10 năm 2014 về việc Hướng dẫn sinh hoạt chuyên môn về đổi mới phương pháp dạy học và kiểm tra, đánh giá; Tổ chức và quản lí các hoạt động chuyên môn của trường trung học.
3. Tài liệu tập huấn Dạy học và kiểm tra đánh giá kết quả học tập theo định hướng phát triển năng lực học sinh.

4. Tài liệu tập huấn xây dựng các chuyên đề dạy học và kiểm tra, đánh giá theo định hướng phát triển năng lực học sinh.
5. Sách giáo khoa Hình học 10- Nhà xuất bản giáo dục.