

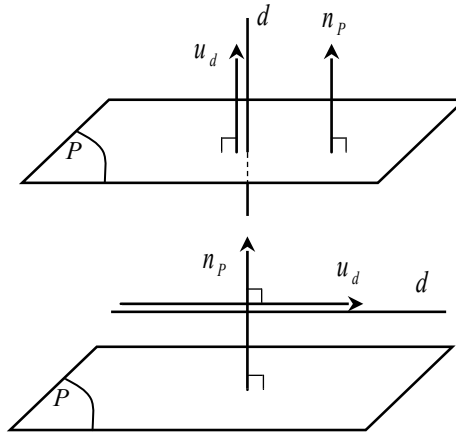
CHỦ ĐỀ 7

VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẪNG

Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P)

Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t & (1) \\ y = y_0 + a_2 t & (2) \\ z = z_0 + a_3 t & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0 & (4) \quad (*) \end{cases}$



- Nếu $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α) .
- Nếu $(*)$ có vô nghiệm $\Leftrightarrow d \parallel (\alpha)$.
- Nếu $(*)$ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (\alpha)$.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tọa độ điểm M là

A. $M(2; 0; -1)$

B. $M(5; -1; -3)$

C. $M(1; 0; 1)$

D. $M(-1; 1; 1)$

Lời giải

Chọn D

$$M \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} \\ \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2} \\ x+2y-3z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=2 \\ 2y-z=1 \\ x+2y-3z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

Tọa độ của điểm

Vậy $M(-1;1;1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0; y_0; z_0)$. Giá trị tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 5. D. -2.

Lời giải

Chọn D

$$M \in \Delta \Rightarrow M(12+4t; 9+3t; 1+t).$$

$$M \in (P) \Leftrightarrow 3(12+4t) + 5(9+3t) - (1+t) - 2 = 0 \Leftrightarrow t = -3.$$

$$M(0; 0; -2) \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = -2.$$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và

$d: \begin{cases} x=-t \\ y=2+t. \\ z=3+t \end{cases}$ Gọi $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (ABC) . Tổng $S=a+b+c$ là:

- A. -7. B. 11. C. 5. D. 6.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (ABC) qua các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ nằm trên các trục Ox , Oy , Oz có

phương trình là: $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Điểm $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của của d và mặt phẳng (ABC) .

$$\text{Suy ra } \frac{-t}{1} + \frac{2+t}{2} + \frac{3+t}{3} = 1 \Leftrightarrow t = 6 \quad \text{suy ra } \begin{cases} a = -6 \\ b = 8 \\ c = 9 \end{cases}.$$

Vậy $S = -6 + 8 + 9 = 11$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) .
 B. d vuông góc với (P) .
 C. d song song với (P) .
 D. d nằm trong (P) .

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có vtcp $u(1; -3; -1)$

Mặt phẳng (P) có vtpt $n(3; -3; 2)$

Ta có $u \cdot n = 3 + 9 - 2 = 10 \neq 0$ nên loại trường hợp $d // (P)$ và $d \subset (P)$.

Lại có u và n không cùng phương nên loại trường hợp $d \perp (P)$.

Vậy d cắt và không vuông góc với (P) .

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $d \subset (P)$.
 B. $d // (P)$.
 C. d cắt (P) .
 D. $d \perp (P)$.

Lời giải

Chọn C

$(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ có VTPT $a(3; 5; -1)$

$d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ có VTCP $b(4; 3; 1)$

$a \cdot b \neq 0 \Rightarrow d$ không song song với (P) và $d \not\subset (P)$

$[a; b] \neq 0 \Rightarrow d$ không vuông góc (P)

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z - 5 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $d // (P)$.
 B. $d \subset (P)$.
 C. d cắt (P) .
 D. $d \perp (P)$.

Lời giải

Chọn A

$$(P): 3x - 3y + 2z - 5 = 0 \text{ có VTPT } a = (3; -3; 2)$$

$$d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = 3t \end{cases} \text{ có VTCP } b = (2; 4; 3)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a \cdot b = 0 \\ A(-1; 3; 3) \in d \Rightarrow d \parallel (P) \\ A \notin (P) \end{cases}$$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. Số giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là:

- A. Vô số. B. 1. C. Không có. D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$(P): x + y + z - 4 = 0 \text{ có VTPT } a = (1; 1; 1)$$

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases} \text{ có VTCP } b = (1; 2; -3)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a \cdot b = 0 \\ A(1; 1; 2) \in d \Rightarrow d \subset (P) \\ A \in P \end{cases}$$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ là

- A. $(0; 2; 3)$. B. $(0; 0; -2)$. C. $(0; 0; 2)$. D. $(0; -2; -3)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} x - 4t = 9 \\ y - 3t = 9 \\ z - t = 1 \\ 3x + 5y - z = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -2 \\ t = -3 \end{cases}$$

- Câu 9.** Giao điểm của mặt phẳng $(P): x + y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$
- A. $(1; 1; 0)$ B. $(0; 2; 4)$ C. $(0; 4; 2)$ D. $(2; 0; 3)$

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(x; y; z)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

Ta có: $2 + t - t - (3 + 3t) - 2 = 0 \Leftrightarrow -3t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow A(1; 1; 0)$$

- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tìm tọa độ của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. $A(3; 5; 3)$ B. $A(1; 3; 1)$ C. $A(-3; 5; 3)$ D. $A(1; 2; -3)$

Lời giải

Chọn C

Vì A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) nên

$$+ A \in d \Rightarrow A(1 + 2t; 3 - t; 1 - t).$$

$$+ A \in (P) \Rightarrow (1 + 2t) + 2(3 - t) - 3(1 - t) + 2 = 0 \Rightarrow t = -2.$$

Vậy tọa độ điểm $A(-3; 5; 3)$.

- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0; y_0; z_0)$. Giá trị tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 5. D. -2.

Lời giải

Chọn D

$$M \in \Delta \Rightarrow M(12 + 4t; 9 + 3t; 1 + t).$$

$$M \in (P) \Leftrightarrow 3(12 + 4t) + 5(9 + 3t) - (1 + t) - 2 = 0 \Leftrightarrow t = -3.$$

$$M(0; 0; -2) \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = -2.$$

$$d: \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = -3 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d , giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(4; -3; 0)$. B. $(2; -2; 0)$. C. $(0; -1; -1)$. D. $(-2; 0; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$.

Gọi $M(4 - 2m; -3 + m; 1 - m)$ là giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) thì ta có:

$$1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $M(2; -2; 0)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Gọi $M(a; b; c)$ là tọa độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (ABC) . Tính tổng $S = a + b - c$.

- A. 6 . B. 5 . C. -7 . D. 11 .

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$

Điểm $M \in (d) \Rightarrow M(-t; 2+t; 3+t)$. Lại vì $M = d \cap (ABC)$ nên ta có

$$6(-t) + 3(2+t) + 2(3+t) - 6 = 0 \Leftrightarrow -t = -6 \Leftrightarrow t = 6 \Rightarrow M(-6; 8; 9)$$

Vậy ta có $S = a + b - c = -6 + 8 - 9 = -7$

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4; 5; 2)$ lên mặt phẳng $(P): y + 1 = 0$ là điểm có tọa độ

- A. $(-4; -1; 2)$. B. $(-4; 1; 2)$. C. $(0; -1; 0)$. D. $(0; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên (P)

$$\Rightarrow MH: \begin{cases} x = -4 \\ y = 5 + t \\ z = 2 \end{cases}$$

$$H \in MH \Rightarrow H(-4; 5+t; 2)$$

$$H \in (P) \Leftrightarrow 5+t+1=0 \Leftrightarrow t=-6 \Rightarrow H(-4; -1; 2)$$

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) .

A. $(1; 0; 1)$.

B. $(0; 0; -2)$.

C. $(1; 1; 6)$.

D. $(12; 9; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1} \Rightarrow d: \begin{cases} x=12+4t \\ y=9+3t \\ z=1+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Thay $x=12+4t$, $y=9+3t$, $z=1+t$ vào $(P): 3x+5y-z-2=0$, ta được:

$$3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0 \Leftrightarrow t=-3.$$

Với $t=-3 \Rightarrow x=0$, $y=0$, $z=-2$.

Vậy tọa độ giao điểm của d và (P) là $(0; 0; -2)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P): 11x+my+nz-16=0$. Biết $\Delta \subset (P)$, tính giá trị của $T=m+n$.

A. $T=2$.

B. $T=-2$.

C. $T=14$.

D. $T=-14$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Lấy $\begin{cases} A(0; 2; -1) \in \Delta \\ B(-2; 3; 2) \in \Delta \end{cases}$

Mà $\Delta \subset (P) \Rightarrow \begin{cases} A \in (P) \\ B \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-n-16=0 \\ 11(-2)+3m+2n-16=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=10 \\ n=4 \end{cases}$
 $\Rightarrow T=m+n=14$.

Cách 2: Đường thẳng Δ đi qua $A(0; 2; -1)$ có VTCP $u=(-2; 1; 3)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $n=(11; m; n)$.

$\Delta \subset (P) \Rightarrow \begin{cases} A \in (P) \\ n \cdot u = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-n-16=0 \\ -22+m+3n=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=10 \\ n=4 \end{cases}$
 $\Rightarrow T=m+n=14$.

Câu 17. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $m^2x - my - 2z + 19 = 0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d // (\alpha)$ là

A. $\{1\}$. B. $\emptyset$. C. $\{1; 2\}$. D. $\{2\}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có vector chỉ phương là $u = (1; 3; -1)$.

Mặt phẳng (α) có vector pháp tuyến là $n = (m^2; -m; -2)$.

$$\text{Để } d // (\alpha) \text{ thì } \begin{cases} u \cdot n = 0 \\ M(1; 2; 9) \in (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 \\ m^2 - 2m - 18 + 19 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \Leftrightarrow m = 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$$

Câu 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1} \text{ song song với mặt phẳng } (P): 2x + y - m^2z + m = 0$$

A. $m = 1$. B. $m \in \emptyset$. C. $m \in [-1; 1]$. D. $m = -1$

Lời giải

Chọn D

Một vector chỉ phương của $d: u = (1; -1; 1)$; $A(1; -1; 2) \in d$.

Một vector pháp tuyến của $(P): n = (2; 1; -m^2)$.

$$d // (P) \Leftrightarrow \begin{cases} u \perp n \\ A \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot m^2 = 0 \\ 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 - 2m^2 + m \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + m^2 = 0 \\ 1 - 2m^2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ 1 - 2m^2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$ và đường thẳng $d:$

$$\frac{x-m}{1} = \frac{y+2m}{3} = \frac{z}{2}. \text{ Với giá trị nào của } m \text{ thì giao điểm của đường thẳng } d \text{ và mặt phẳng } (P) \text{ thuộc mặt phẳng } (Oyz).$$

A. $m = \frac{4}{5}$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{12}{17}$.

Lời giải

Chọn C

$$d \cap (P) = A \in (Oyz) \Rightarrow A \left(0; \frac{3}{2}a - 2; a \right)$$

$$A \in d \Rightarrow 0 - m = \frac{\frac{3}{2}a - 2 + 2m}{3} = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -2m \\ \frac{3}{2}a - 2 + 2m = -3m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ m = 1 \end{cases}$$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + my - 3z + m - 2 = 0$ và đường thẳng d :

$$\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \text{ . Với giá trị nào của } m \text{ thì } d \text{ cắt } (P)$$

A. $m \neq \frac{1}{2}$.

B. $m = -1$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m \neq -1$.

Lời giải

Chọn D

$(P): 2x + my - 3z + m - 2 = 0$ có VTPT $a = (2; m; -3)$

$d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ có VTCP $b = (4; -1; 3)$

$d \text{ cắt } (P) \Leftrightarrow ab \neq 0 \Leftrightarrow 2.4 - m + (-3).3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$

$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng $(P): m^2x - 2my + (6 - 3m)z - 5 = 0$

Tìm m để $d \parallel (P)$

A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -6 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 6 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 6 \end{cases}$.

D. $m \in \emptyset$.

Lời giải

Chọn A

Ta có d đi qua $M(2; -3; 1)$ và có VTCP $u(-1; 1; 1)$

Và (P) có VTPT $n(m^2; -2m; 6 - 3m)$

Để d song song với (P) thì

$$\begin{cases} u \perp n \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u \cdot n = 0 \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)m^2 - 2m + 6 - 3m = 0 \\ 2m^2 - 2(-3)m + 6 - 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - 5m + 6 = 0 \\ 2m^2 - m - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -6 \end{cases}$$

Chọn D

$$V_{\hat{y}} \text{ } m+n=3$$