

PHẦN E. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Có bao nhiêu số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Trả lời :

Câu 2. (THPT Đoàn Thượng – Hải Dương) Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

Trả lời :

Câu 3. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để hàm số $y = \frac{m-1}{5}x^5 + \frac{m+2}{4}x^4 + m + 5$ đạt cực đại tại $x = 0$?

Trả lời :

Câu 4. (Mã 104 - 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-3)x^5 - (m^2-9)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

Trả lời :

Câu 5. (Chuyên Hà Tĩnh - Lần 1 - 2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = m^2x^4 - (m^2 - 2019m)x^2 - 1$ có đúng một cực trị?

Trả lời :

Câu 6. (THPT Yên Khánh A - Ninh Bình - 2019) Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(7m-3)x$. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để hàm số không có cực trị. Tìm số phần tử của S ?

Trả lời :

Câu 7. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + mx^2 - 2mx + 1$ có hai điểm cực trị.

Trả lời :

Câu 8. (Cụm Liên Trường Hải Phòng 2019) Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - m - 6)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.

Trả lời :

Câu 9. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Cho hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 6)x^2 + 4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại?

Trả lời :

Câu 10. (Chuyên Sơn La - 2020) Gọi S là tập hợp những giá trị của tham số m để hàm số sau không có cực trị trên $\mathbb{R}$. $f(x) = \frac{1}{4}m^2e^{4x} + \frac{1}{3}me^{3x} - \frac{1}{2}e^{2x} - (m^2 + m - 1)e^x$. Tính tổng tất cả các phần tử của tập S ?

Trả lời :

Câu 11. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = (2m-1)x + m+3$ song song với đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$

Trả lời :

Câu 12. (Chuyên Vĩnh Phúc - 2018) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 + (m-3)x + m$ có hai điểm cực trị và điểm $M(9; -5)$ nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

Trả lời :

Câu 13. (Nguyễn Khuyến 2019) Đường thẳng nối hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + m$ đi qua điểm $M(-3; 7)$ khi m bằng bao nhiêu?

Trả lời :

Câu 14. (TT Diệu Hiền - Cần Thơ - 2018) Giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

Trả lời :

Câu 15. (Chuyên KHTN - 2020) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^3 - (2m - 1)x^2 + 2mx - m - 1$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

Trả lời :

Câu 16. (THPT Lê Quy Đôn Điện Biên 2019) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m - 1)x^2 + 3(m - 2)x + 2018$ với m là tham số. Tính tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$

Trả lời :

Câu 17. (THPT Cẩm Bình Hà Tĩnh 2019) Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^2 - 2$ có đồ thị (C) và điểm $C(1; 4)$. Tính tổng các giá trị nguyên dương của m để (C) có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác ABC có diện tích bằng 4.

Trả lời :

Câu 18. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$ (m là tham số). Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I(2; -2)$. Tính tổng tất cả các giá trị của m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$

Trả lời :

Câu 19. (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2018) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 - 4x - 10$, với m là tham số; gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số đã cho. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (x_1 - 1)(x_2 - 1)$

Trả lời :

Câu 20. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + mx - 1$ nằm bên phải trục tung. Tìm số phần tử của tập hợp $(-5; 6) \cap S$.

Trả lời :

Câu 21. (Cụm Trường Vĩnh Phúc 2023) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} -x^2 + mx + 6, & x \leq 2 \\ \frac{n}{2}x - 4, & x > 2 \end{cases}, (m, n \in \mathbb{R})$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị?

Trả lời :

Câu 22. (Chuyên Bắc Ninh - 2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2(m + 1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

Trả lời :

Câu 23. (Liên trường Nghệ An 2023) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 3x^4 - 4(4 + m)x^3 + 12(3 - m)x + 2$ có ba điểm cực trị?

Trả lời :

Câu 24. (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 3) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ

thị hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 2m}{x + 1}$ có hai điểm cực trị A, B và tam giác OAB vuông tại O . Tính tổng tất cả các phần tử của S

Trả lời :

$$y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$$

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có giá trị cực đại là 7.

Trả lời :

Câu 26. (Chuyên Bắc Ninh 2019) Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m - 1|$ có 7 điểm cực trị

Trả lời :

Câu 27. (THPT Kinh Môn - 2018) Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - (2m - 1)x^2 + (2 - m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

Trả lời :

Câu 28. (THPT Nguyễn Tất Thành - Yên Bái - 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị?

Trả lời :

Câu 29. (Liên trường Hà Tĩnh – 2022) Cho hàm số $f(x) = x^4 - 14x^3 + 36x^2 + (16 - m)x$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 7 điểm cực trị?

Trả lời :

Câu 30. (THPT Nguyễn Huệ - Huế - 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x + 1)^4 (x - m)^5 (x + 3)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-5; 5]$ để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 3 điểm cực trị?

Trả lời :

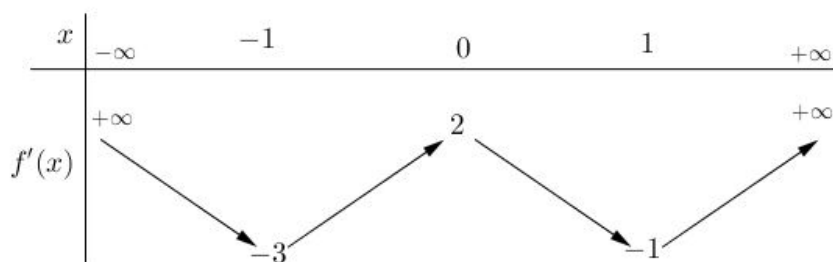
Câu 31. (Sở Bắc Ninh 2023) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = |x^4 + x^3 - 5x^2 - x + m|$ có bốn điểm cực tiểu x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn $(x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1)(x_3^2 + 1)(x_4^2 + 1) \geq 68$. Tập S có bao nhiêu tập con?

Trả lời :

Câu 32. (Sở Ninh Bình 2023) Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-2023; 2023)$ để hàm số $y = x^2 - 2m|x - m + 6| + 1$ có ba điểm cực trị?

Trả lời :

Câu 33. (Mã 104 - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

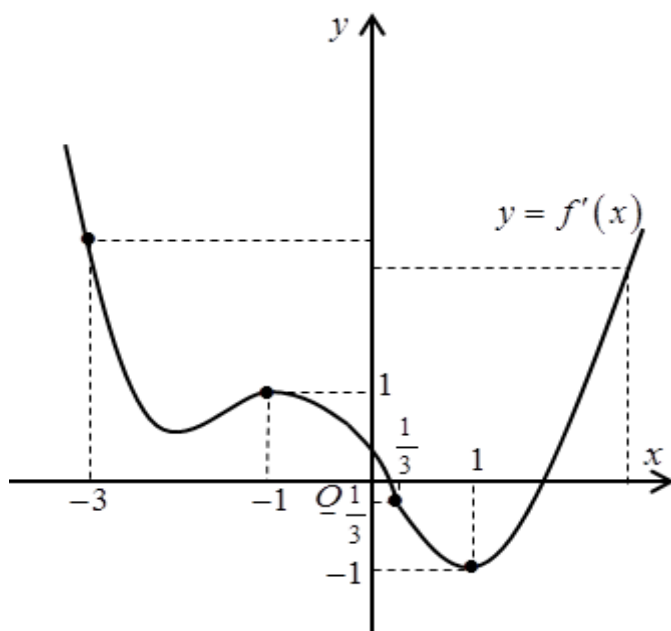


Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(4x^2 + 4x)$

Trả lời :

Câu 34. (Sở Bắc Giang - 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2; -1; 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?
 Trả lời :

Câu 35. (THPT Thăng Long - Hà Nội - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = 2f\left(\frac{5\sin x - 1}{2}\right) + \frac{(5\sin x - 1)^2}{4} + 3$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(0; 2\pi)$.



Trả lời :

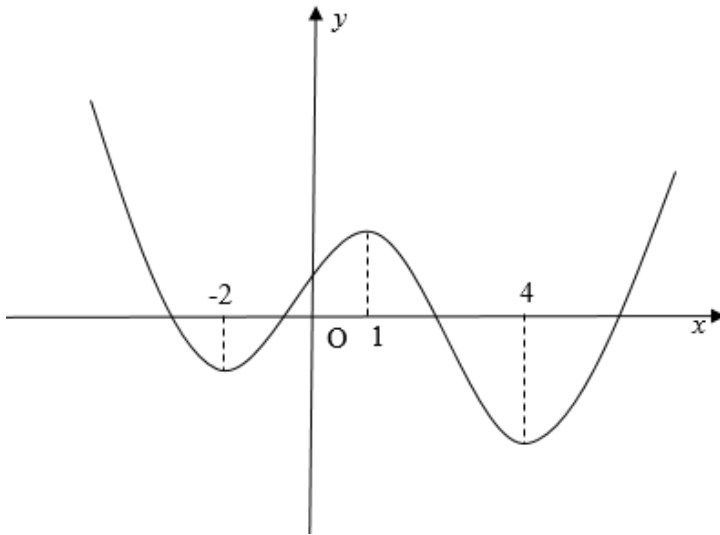
Câu 36. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$

Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4 [f(x+1)]^2$

Trả lời :

Câu 37. (Sở Bắc Ninh - 2020) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f\left(e^x - \frac{x^2 + 2x}{2}\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



Trả lời :

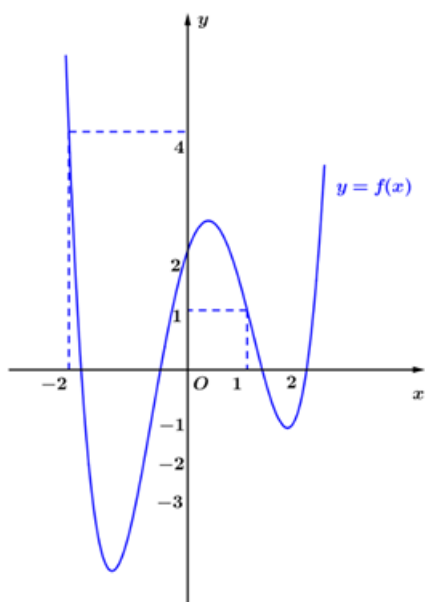
Câu 38. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y							

Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = \frac{(x-2)^4}{[f(x+1)]^3}$

Trả lời :

Câu 39. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = g(x) = f(x^2 - 4x + 3) - 3(x - 2)^2 + \frac{1}{2}(x - 2)^4$

Trả lời :

Câu 40. (Sở Thái Nguyên 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(2x^2 - 3x - 9)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(x) + x^3 - 3x^2 - 9x + 6$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Trả lời :

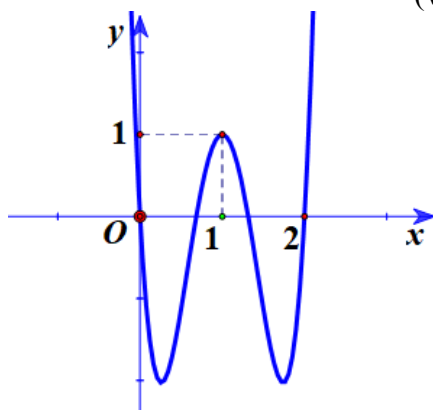
Câu 41. (Sở Thái Nguyên 2022) Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				3				$+\infty$
			-2			-2			

Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = (x^3 - x)[f(x+1)]^2$

Trả lời :

Câu 42. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ (với $a \neq 0; \{b, c, d, e\} \subset \mathbb{R}$) và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

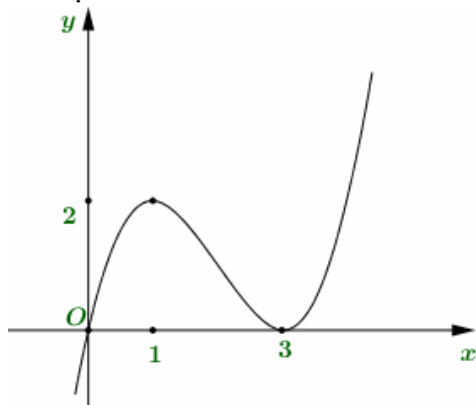


Biết đồ thị hàm số $y = f'(x) + x^2 - 2x$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 1$. Tìm

tích các điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2) + \frac{x^6}{3} - 3x^4 + 8x^2$

Trả lời :

Câu 43. (Sở Vĩnh Phúc 2022) Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, (a \neq 0)$. Hàm số $f'(1-x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



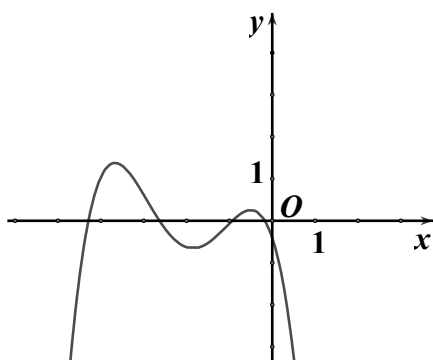
Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f\left(\frac{x^2 - 1}{x^2}\right) - x^2$

Trả lời :

Câu 44. (Sở Cà Mau 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 4x^3 - 16x$ và $f(0) = 3$. Gọi k là số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = [f(x^2)]^2 + 1$. Tính giá trị biểu thức $T = -2k^2 + k - 5$.

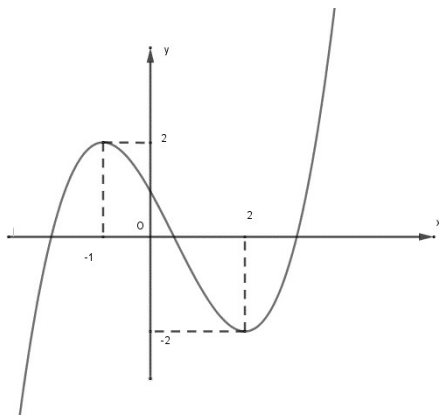
Trả lời :

Câu 45. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^4) + x^2|$



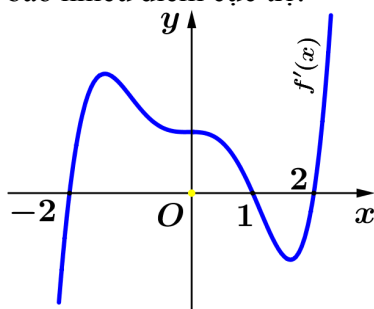
Trả lời :

Câu 46. (HSG 12 - Sở Quảng Nam - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường cong ở hình vẽ. Hỏi hàm số $h(x) = [f(x)]^2 - 4f(x) + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?



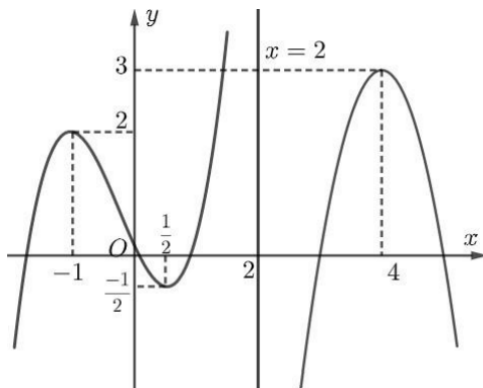
Trả lời :

Câu 47. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(-2) < f(2) = 0$, đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Hàm số $g(x) = \left| f(x) + \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



Trả lời :

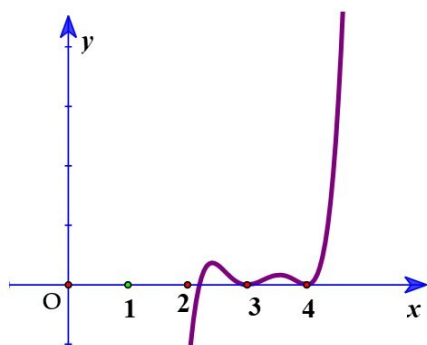
Câu 48. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|2x - 1| + 2)$

Trả lời :

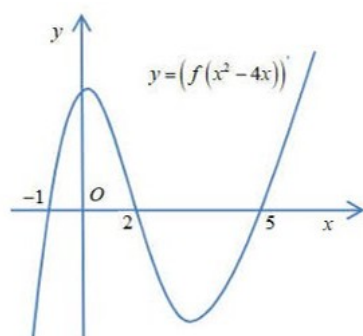
Câu 49. (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi 2022) Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc 6 sao cho đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ và $f(2) < 0, f(1) > 0$.



Tìm số điểm cực tiểu của hàm số $y = |f(x^2 + 4x + 5)|$

Trả lời :

Câu 50. (THPT Thị xã Quảng Trị 2023) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f(x^2 - 4x)$ có đồ thị của đạo hàm như hình vẽ dưới. Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x^4 - 6|x|^3 + 5x^2 + 12|x|)$ bằng



Tìm số điểm cực đại của hàm số $y = f(x^4 - 4|x|^3 + 6x^2 - 4|x|)$

Trả lời :

Câu 51. (Chuyên Lào Cai - 2020) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2)^4(x+4)^3[x^2 + 2(m+3)x + 6m + 18]$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có **đúng** một điểm cực trị?

Trả lời :

Câu 52. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^2(x^2-x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f\left(\frac{1}{2}x^2 - 6x + m\right)$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của S ?

Trả lời :

Câu 53. (THPT Hồ Nghinh - Quảng Nam - 2022) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x^2-4x)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(2x^2 - 12x + m)$ có đúng 5 điểm cực trị?

Trả lời :

Câu 54. (THPT Bùi Thị Xuân – Huế – 2022) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2-2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị?

Trả lời :

Câu 55. (Chuyên Quốc Học Huế 2022) Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(x^2-2x+m+1)$ có 3 điểm cực trị?

Trả lời :

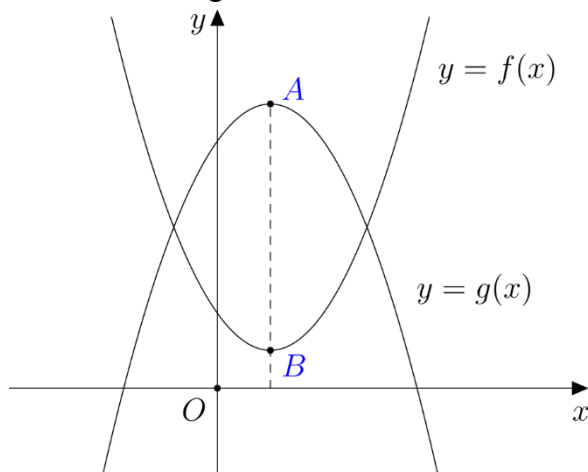
Câu 56. (THPT Trần Quốc Tuấn – Quảng Ngãi – 2022) Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=(x^2-7x+10)(x^2-2(m+1)x+2m+6)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu số nguyên m không vượt quá số 2022 sao cho hàm số $g(x)=f(x^2+1)$ có 9 điểm cực trị?

Trả lời :

Câu 57. (Mã 101 – 2021 Lần 1) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-7)(x^2-9), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f(|x^3+5x|+m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

Trả lời :

Câu 58. (Sở GD Quảng Nam – 2019) Cho hai hàm đa thức $y=f(x), y=g(x)$ có đồ thị là hai đường cong ở hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng một điểm cực trị là A , đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng một điểm cực trị là B và $AB=\frac{7}{4}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-5;5)$ để hàm số $y=|f(x)-g(x)+m|$ có đúng 5 điểm cực trị?

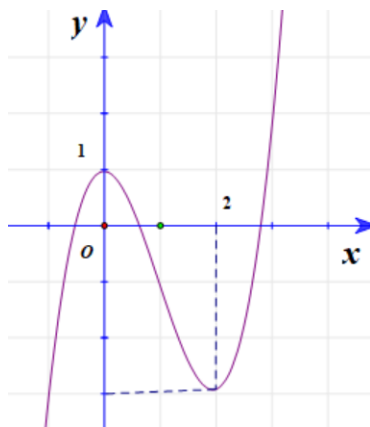


Trả lời :

Câu 59. (Chuyên Vinh – 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x^2 + 9x)(x^2 - 9)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = g(x) = f(|x^3 + 3x| + 2m - m^2)$ có không quá 6 điểm cực trị ?

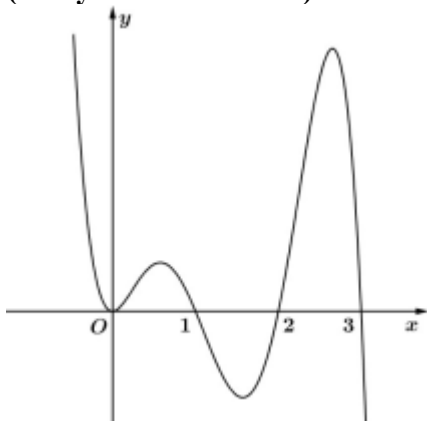
Trả lời :

Câu 60. (Cụm Trường Nghệ An - 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2021; 2021]$ để hàm số $g(x) = f(|x^5 + 4x| + m)$ có ít nhất 5 điểm cực trị.



Trả lời :

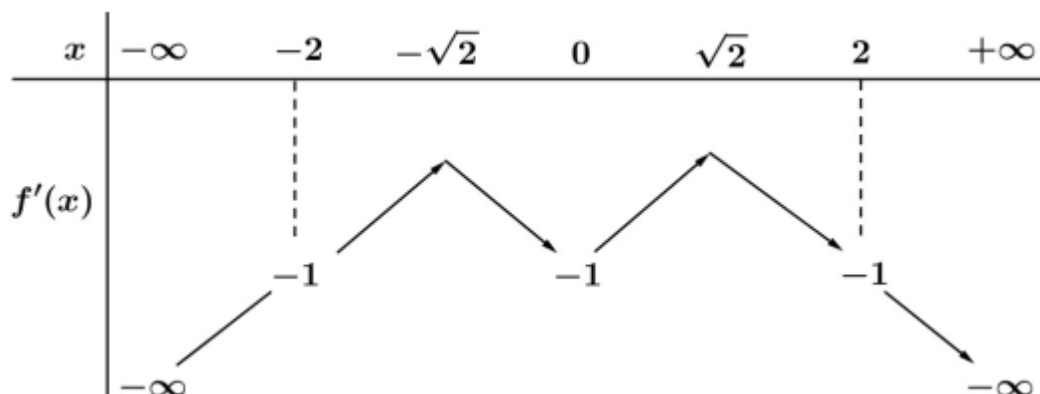
Câu 61. (Chuyên Sơn La 2022) Cho hàm đa thức $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Có bao nhiêu giá trị của m để $m \in [0; 6], 2m \in \mathbb{Z}$ để hàm số $g(x) = f(x^2 - 2|x - 1| - 2x + m)$ có đúng 9 điểm cực trị.

Trả lời :

Câu 62. (THPT Trần Nhân Tông – Quảng Ninh 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có $f(2) = 36, f(-2) = -32$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-50; 50)$ để hàm số $g(x) = \left| f\left(\frac{2x-1}{x+1}\right) - \frac{6}{2x-1} + m \right|$ có 5 điểm cực trị ?

Trả lời :