|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****VĨNH LONG** **ĐỀ CHÍNH THỨC**  | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN****NĂM HỌC 2021 – 2022** **Môn: TOÁN (chuyên)****Khóa thi ngày: 29/05/2021***Thời gian làm bài : 150 phút (không kể thời gian giao đề)* |

**Bài 1. (2,0 điểm)**

1. Cho biểu thức và với . Rút gọn và chứng minh 
2. So sánh và 10

**Bài 2. (1,0 điểm)**

Cho Parabol và đường thẳng là tham số) Tìm m để cắt tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung

**Bài 3. (1,5 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Giải hệ phương trình : 

**Bài 4. (1,5 điểm)**

1. Chứng minh rằng tổng các bình phương của 6 số nguyên liên tiếp không thể là số chính phương
2. Tìm các nghiệm nguyên dương của phương trình : 

**Bài 5. (1,0 điểm)**

Cho hình vuông và điểm E nằm trên cạnh biết .Tia vuông góc với tại A cắt tia tại 

1. Tính diện tích tam giác 
2. Gọi là trung điểm của đoạn thẳng tia cắt cạnh tại K. Chứng minh 

**Bài 6. (2,0 điểm)**

Cho đường tròn và điểm M sao cho Kẻ các tiếp tuyến với đường tròn (O), là các tiếp điểm). Trên đoạn thẳng lấy điểm I (với và I khác A). Qua vẽ dây sao cho và C thuộc cung nhỏ Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại C cắt tia tại Q. Chứng minh :

1. Tứ giác nội tiếp được đường tròn
2. Tam giác là tam giác đều
3. vuông góc với  

**Bài 7. (1,0 điểm)**

Cho số thực thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1.**

1. **Rút gọn **

ĐKXĐ: . Ta có :



Vậy với thì 

**Chứng minh **

****

Vì nên (với mọi x)

Suy ra (với mọi x) nên 

1. **So sánh và 10**

Ta có :

 

Vì 



Vậy 

**Bài 2. Tìm để cắt (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và ta được :



Để cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt . Nhận thấy :



Ta có : (với mọi (với mọi m)
Vậy với mọi thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt 

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có : 

Để cắt (d) nằm về hai phía của trục tung thì phương trình (1) phải có hai nghiệm trái dấu.

Khi đó 

Vậy thỏa mãn yêu cầu bài toán

**Bài 3.**

1. **Giải phương trình **

Điều kiện : 





Vậy phương trình có nghiệm duy nhất 

1. **Giải hệ phương trình **

Điều kiện 



Cộng vế theo vế của phương trình và ta được :



Thế vào phương trình (2) ta có :



Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

**Bài 4.**

1. **Chứng minh rằng tổng các bình phương  số nguyên liên tiếp không thể là số chính phương**

Trước hết, ta chứng minh số chính phương hoặc chia hết cho 4, hoặc chia hết cho 4 dư 1

+) Nếu là số chẵn 

+)Nếu là số lẻ chia 4 dư 1

\*Chứng minh tổng các bình phương  số nguyên liên tiếp không thể là số chính phương

Trong 6 số nguyên liên tiếp luôn có 3 số nguyên chẵn và 3 số nguyên lẻ

Bình phương của mỗi số nguyên chẵn thì chia hết cho 4 (cmt)Tổng bình phương 3 số nguyên chẵn chia hết cho 4

Bình phương của mỗi số nguyên lẻ chia 4 dư 1 (cmt)Tổng bình phương 3 số nguyên lẻ chia 4 dư 3.

Do đó tổng các bình phương 6 số nguyên liên tiếp là một số chia 4 dư 3.

Mà theo trên ta đã chứng minh số chính phương bất kỳ hoặc chia hết cho 4 hoặc chia hết cho 4 dư 1

Vậy tổng các bình phương của 6 số nguyên liên tiếp không thể là số chính phương (đpcm

1. **Tìm các nghiệm nguyên dương của phương trình **

****

Ta thấy không phải là nghiệm phương trình 

Lại có suy ra và nguyên tố cùng nhau

Nên để nguyên dương khi và chỉ khi 

Vì nguyên dương nên nguyên dương và 

Từ đây ta có: 

Với Với 

Vậy các cặp số nguyên dương thỏa mãn là  

**Bài 5.**

****

1. **Tính diện tích tam giác **

Ta có : 

Xét và có :



(c.g.c)

(hai cạnh tương ứng)

Theo bài ra ta có : 

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ta có :



Vậy 

1. **Gọi là trung điểm của đoạn thẳng tia cắt cạnh CD tại K. Chứng minh **

Ta có : cân tại A

Lại có là đường trung tuyến nên đồng thời là đường cao 

Xét và có :

chung


Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông đường cao ta có :

Từ (1) và (2) ta có 

**Bài 6.**

****

1. **Tứ giác nội tiếp được đường tròn**

Xét tam giác có cân tại O

Trung tuyến đồng thời là phân giác 

Hay 

Xét và có : chung, 

(hai góc tương ứng)

Xét tứ giác có : là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

1. **Tam giác là tam giác đều**

Ta có : (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)cân tại M 

Gọi là trung điểm của 

Ta có : (trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

đều 



Lại có là tia phân giác của góc (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên



Từ (1) và (2) suy ra là tam giác đều

1. **vuông góc với **

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông có



Xét tam giác và tam giác có :

chung, 

(hai góc tương ứng)

Mà cân tại O

là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau)

Lại có : nên tứ giác nội tiếp

cùng thuộc một đường tròn

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Vậy 

**Bài 7. Cho các số thực x thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức **

Ta có :



Nhận thấy suy ra 

Chứng minh bất đẳng thức phụ với là các số dương.

Ta có : 



Dấu xảy ra 

Áp dụng bất đẳng thức với ta được :



Vậy 

Biến đổi biểu thức 

Ta có 

Dấu bằng xảy ra khi hoặc 

Vậy 