**HỆ THỨC VI-ÉT VÀ ỨNG DỤNG**

|  |
| --- |
| 1. Hệ thức Vi-ét:
* *Thuận : Khi phương trình ax2 + bx + c = 0 có 2 nghiệm x1, x2 thì :*
* *Đảo : Nếu x, y là hai số thỏa :  thì x, y là nghiệm của phương trình :*

*X 2 – SX + P = 0*1. Áp dụng
2. *Hai trường hợp đặc biệt về nghiệm của phương trình bậc hai:*
* *Khi a + b + c = 0 thì phương trình có 2 nghiệm x1 = 1 ; x2 = .*
* *Khi a – b + c = 0 thì phương trình có 2 nghiệm x1 = –1 ; x2 = – .*
1. *Tìm hai số biết tích và tổng của chúng:*

*Nếu hai số có tổng là S và tích bằng P (với S2 – 4P ≥ 0) thì hai số đó là nghiệm của phương trình : X 2 – SX + P = 0*1. *Viết phương trình bậc hai khi biết hai nghiệm x1 và x2:*
* *Tính tổng S = x1 + x2 và P = x1.x2.*
* *Phương trình cần viết là: x2 – Sx + P = 0*
* *Có thể viết phương trình như sau: (x – x1)(x – x2) = 0*
* *Khai triển để đưa về dạng phương trình bậc hai ax2 + bx + c = 0 (a ≠ 0)*
1. *Không giải phương trình, tính giá trị các biểu thức liên quan đến 2 nghiệm:*
* *Chứng minh phương trình có nghiệm.*
* *Tính S = x1 + x2 và P = x1.x2 của phương trình.*
* *Biểu diễn biểu thức theo S và P rồi tính giá trị theo giá trị của S và P.*
* *Cần nhớ các biểu thức sau:*
*
*
* *rồi tính  như tính B.*
*
1. *Tìm các giá trị của tham sô để phương trình có nghiệm thỏa điều kiện cho trước:*
* *Tìm điều kiện của tham số để phương trình là phương tình bậc hai và có nghiệm (a ≠ 0 và Δ ≥ 0) (1)*
* *Tính S và P theo tham số m.*
* *Biểu diễn điều kiện của nghiệm cho trước theo S và P ta được phương tình theo ẩn m.*
* *Giải phương trình (tính m) và chọn giá trị m thỏa điều kiện (1).*
1. *Dấu nghiệm số của phương trình bậc hai:*

*Cho phương trình : ax2 + bx + c = 0 (a ≠ 0). Điều kiện để phương trình có hai nghiệm x1, x2 (x1 < x2) thỏa mãn:** *Hai nghiệm trái dấu ⇔ P < 0*
* *Hai nghiệm phân biệt cùng dấu ⇔*
* *Hai nghiệm phân biệt dương ⇔*
* *Hai nghiệm phân biệt âm ⇔*

*Chú ý : Nếu đề bài yêu cầu phương trình có hai nghiệm thì trong các trường hợp trên ta thay Δ > 0 thành Δ ≥ 0.* |

**DẠNG 1: NHẨM NGHIỆM**

***Bài 1***: Tính nhẩm nghiệm của mỗi phương trình sau:

a)  b)  c) 

**DẠNG 2: TÌM HAI SỐ BIẾT TỔNG VÀ TÍCH CỦA CHÚNG**

***Bài 2***: Tìm hai số x và y biết:

a)  b) 

c)  d) 

**DẠNG 3: TÌM HỆ THỨC LIÊN HỆ GIỮA CÁC NGHIỆM KHÔNG PHỤ THUỘC THAM SỐ**

***Bài 3***: Cho phương trình  . Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm  không phụ thuộc tham số m.

***Bài 4***: Cho phương trình: x2 - 2 (m - 1)x - m - 3 = 0 (1)

a) Giải phương trình với m = -3

b) Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của m.

**DẠNG 4 : TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC ĐỐI XỨNG GIỮA CÁC NGHIỆM**

***Bài 5***: Cho phương trình  . Không giải phương trình, gọi  là hai nghiệm của phương trình. Hãy tính giá trị của biểu thức :



***Bài 6***: Cho phương trình . Không giải phương trình, gọi  là hai nghiệm của phương trình. Hãy tính giá trị của các biểu thức sau:

a) b)

c)  d) 

**DẠNG 5: TÌM ĐIỀU KIỆN THAM SỐ THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC**

***Bài 7***: Cho phương trình 

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  thỏa mãn 

***Bài 8***: Cho phương trình 

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  sao cho biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

***Bài 9***: Cho phương trình 

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  sao cho biểu thức 

***Bài 10***: Cho phương trình 

Tìm m để phương trình có hai nghiệm  sao cho biểu thức 

***Bài 11***: Cho phương tình  Tìm  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  thỏa mãn 

**DẠNG 6: XÉT DẤU CÁC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI**

***Bài 12***: Cho phương trình:  (với m là tham số)

a) Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.

b) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dấu.

c) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm khác dấu.

d) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm dương.

e) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm âm.

**DẠNG 1: NHẨM NGHIỆM**

***Bài 1***: Tính nhẩm nghiệm của mỗi phương trình sau:

a)  b)  c) 

**Giải:**

a) Ta thấy 

Suy ra phương trình có hai nghiệm 

b) Ta thấy 

Suy ra phương trình có hai nghiệm 

c) Ta có  , theo hệ thức V-ét: 

Suy ra phương trình có hai nghiệm 

**DẠNG 2: TÌM HAI SỐ BIẾT TỔNG VÀ TÍCH CỦA CHÚNG**

***Bài 2***: Tìm hai số x và y biết:

a)  b) 

c)  d) 

**Giải:**

a) Ta có:  nên x, y là nghiệm của phương trình : 

Giải ra ta có 

Vậy ta có hai số x, y là 

b) Ta có:  nên không tồn tại hai số x, y thỏa mãn.

c) Ta có: 

+) Với  ta có  là hai nghiệm của phương trình sau:



+) Với  ta có  là hai nghiệm của phương trình sau:



Vậy 

d) Đặt  , ta có: 

 nên là nghiệm của phương trình : 

Giải ra ta có 

Vậy ta có hai số  là 

**DẠNG 3: TÌM HỆ THỨC LIÊN HỆ GIỮA CÁC NGHIỆM KHÔNG PHỤ THUỘC THAM SỐ**

***Bài 3***: Cho phương trình  . Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm  không phụ thuộc tham số m.

Giải:

* Xét  , phương trình luôn có nghiệm.

Theo hệ thức Vi-ét :

* Cách khử 1: Thế (1) vào (2), ta có hệ thức cần tìm 
* Cách khử 2:  là hệ thức cần tìm.
* Cách khử 3: 

Hay là hệ thức cần tìm.

***Bài 4***: Cho phương trình: x2 - 2 (m - 1)x - m - 3 = 0 (1)

a) Giải phương trình với m = -3

b) Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của m.

**Giải:**

a) Với m = - 3 ta có phương trình: x2 + 8x = 0  x (x + 8) = 0 

b) Phương trình (1) có 2 nghiệm khi:

∆’  (m - 1)2 + (m + 3) ≥ 0 m2 - 2m + 1 + m + 3 ≥ 0

m2 - m + 4 > 0  đúng 

Chứng tỏ phương trình có 2 nghiệm phân biệt m

Theo hệ thức Vi ét ta có: 

Từ (2) ta có m = -x1x2 - 3 thế vào (1) ta có:

x1 + x2 = 2 (- x1x2 - 3 - 1) = - 2x1x2 - 8

 x1 + x2 + 2x1x2 + 8 = 0

Đây là hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc m.

**DẠNG 4 : TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC ĐỐI XỨNG GIỮA CÁC NGHIỆM**

***Bài 5***: Cho phương trình  . Không giải phương trình, gọi  là hai nghiệm của phương trình. Hãy tính giá trị của biểu thức :



**Giải**:

Xét  phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Theo hệ thức Vi-ét :



***Bài 6***: Cho phương trình . Không giải phương trình, gọi  là hai nghiệm của phương trình. Hãy tính giá trị của các biểu thức sau:

a) b)

c)  d) 

**Giải**:

Ta có : , phương trình có hai nghiệm phân biệt, hơn nữa . Theo hệ thức Vi-ét, ta có :

a) 

b)  

c) 

d) 

 

**DẠNG 5: TÌM ĐIỀU KIỆN THAM SỐ THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC**

***Bài 7***: Cho phương trình 

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  thỏa mãn 

**Giải:**

Có 

Phương trình có hai nghiệm phân biệt  khi 

Theo định lí Vi ét, ta có: 

Ta có:  (\*)



 m = -1 ( loại) , m = 2 ( thỏa mãn)

Vậy m = 2 là giá trị cần tìm.

***Bài 8***: Cho phương trình 

 Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  sao cho biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Giải:**

Có 



Do đó phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt 

Theo định lí Vi ét, ta có: 

Ta có: 



 khi 

Vậy  là giá trị cần tìm.

***Bài 9***: Cho phương trình .

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  sao cho biểu thức 

**Giải**:

Có  nên a và c trái dấu

Do đó phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt 

Theo định lí Vi ét, ta có: 

Ta có:

 



Do đó: 

Vậy  là giá trị cần tìm.

***Bài 10***: Cho phương trình 

Tìm m để phương trình có hai nghiệm  sao cho biểu thức 

**Giải:**

Có 

Do đó phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt 

Theo định lí Vi ét, ta có: 

Giải hệ 

Thay  vào, ta được 

Vậy  là giá trị cần tìm.

***Bài 11***: Cho phương tình  Tìm  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  thỏa mãn 

**Giải:**

Có 

Do đó phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt là 

Điều kiện: 

Trường hợp 1: Xét  thay vào  ta được:



 (thỏa mãn)

Trường hợp 2: Xét  thay vào  ta được:



 (thỏa mãn).

Vậy  là giá trị cần tìm.

**DẠNG 6: XÉT DẤU CÁC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI**

***Bài 12***: Cho phương trình:  (với m là tham số)

a) Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.

b) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dấu.

c) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm khác dấu.

d) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm dương.

e) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm âm.

**Giải:** 

 ; 

 a) Để phương trình đã cho có nghiệm thì: 

Vậy khi thì phương trình đã cho có nghiệm.

1. Phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dấu khi và chỉ khi:



Vậy khi  phương trình có hai nghiệm cùng dấu.

c) Phương trình có hai nghiệm khác dấu khi và chỉ khi: 

Vậy khi  thì phương trình có hai nghiệm khác dấu.

d) Phương trình đã cho có hai nghiệm dương khi và chỉ khi:



Vậy khi m > 3 thì phương trình đã cho có hai nghiệm dương.

e) Phương trình đã cho có hai nghiệm âm khi và chỉ khi:



Vậy không tìm được giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm âm.