

Trả lời ngắn

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:**Số báo danh:****Câu 1.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng bao nhiêu?**Lời giải****Đáp án:** 1,33

1,33 Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã cho là:

$$x^2 - 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho là:

$$S = \int_0^2 |(x^2 - 4) - (2x - 4)| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}$$

Đáp án: 1,33

Câu 2. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x$, $y = x$. Tính S .**Lời giải****Đáp án:** 8

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là } x^3 - 3x = x \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$S = \left| \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right| = 4 + 4 = 8$$

Đáp án: 8

Câu 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x - 2)^2 - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ bằng bao nhiêu?**Lời giải****Đáp án:** 0,67

$$S = \int_1^2 |(x - 2)^2 - 1| dx = \int_1^2 |x^2 - 4x + 3| dx = \int_1^2 (x^2 - 4x + 3) dx = \frac{2}{3}$$

Ta có:

Đáp án: 0,67

Câu 4. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4x - x^2$ và trục Ox **Lời giải****Đáp án:** 10,7Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4x - x^2$ và trục Ox .

$$4x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Xét phương trình

$$S = \int_0^4 |4x - x^2| dx = \int_0^4 (4x - x^2) dx = \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3}$$

Ta có

Đáp án: 10,7

Câu 5. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5$, $y = 6x$, $x = 0$, $x = 1$. Tính S .

Lời giải

Đáp án: 2,33

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + 5 = 6x \Leftrightarrow x = 5; x = 1$.

$$S = \int_0^1 |x^2 - 6x + 5| dx = \frac{7}{3}$$

Diện tích hình phẳng cần tìm:

Đáp án: 2,33

Câu 6. Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = \frac{-3x-1}{x-1}$ và hai trục tọa độ là S . Tính S ?

Lời giải

Đáp án: 0,15

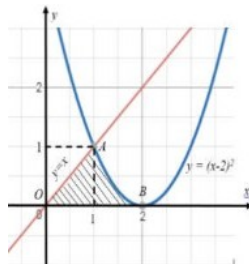
Hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là nghiệm của phương trình $\frac{-3x-1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$.

$$S = \left| \int_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{-3x-1}{x-1} dx \right| = \left| \int_{-\frac{1}{3}}^0 \left(3 + \frac{4}{x-1} \right) dx \right| = \left| (3x + 4 \ln|x-1|) \Big|_{-\frac{1}{3}}^0 = 4 \ln \frac{4}{3} - 1$$

Do đó diện tích hình phẳng là

Đáp án: 0,15

Câu 7. Tính diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên.



Lời giải

Đáp án: 0,83

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x = (x-2)^2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị, khi đó diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^1 x dx + \int_1^2 (x-2)^2 dx = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$S = \frac{5}{6}$$

Vậy

Đáp án: 0,83

Câu 8. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 13

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt{2 + \cos x})^2 dx = \pi (2x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1) \approx 13$$

Đáp án: 13

Câu 9. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) xác định bởi các đường $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 3$ quanh trục Ox là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 7,27

Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox là :

$$V = \pi \int_0^3 \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right)^2 dx = \pi \int_0^3 \left(\frac{1}{9}x^6 - \frac{2}{3}x^5 + x^4 \right) dx = \frac{81\pi}{35}$$

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tính là : $V = \frac{81\pi}{35} \approx 7,27$

Đáp án: 7,27

Câu 10. Giá trị dương của tham số m sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 2x + 3$ và các đường thẳng $y = 0, x = 0, x = m$ bằng 10 là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 2

Vì $m > 0$ nên $2x + 3 > 0, \forall x \in [0; m]$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x + 3$ và các đường thẳng $y = 0, x = 0, x = m$ là:

$$S = \int_0^m (2x + 3) dx = (x^2 + 3x) \Big|_0^m = m^2 + 3m$$

Theo giả thiết ta có:

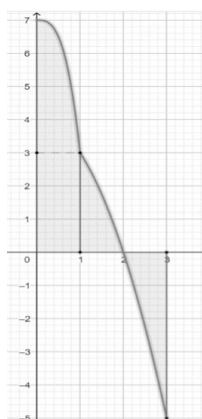
$$S = 10 \Leftrightarrow m^2 + 3m = 10 \Leftrightarrow m^2 + 3m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2 \text{ (do } m > 0)$$

Đáp án: 2

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7 - 4x^3 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x = 0, x = 3, y = 0$.

Lời giải

Đáp án: 2

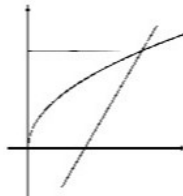


$$S = \int_0^1 (7 - 4x^3) dx + \int_1^2 (4 - x^2) dx + \int_2^3 (x^2 - 4) dx$$

$$= (7x - x^4) \Big|_0^1 + \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^2 + \left(\frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_2^3 = 6 + 4 - \frac{7}{3} - 3 - \frac{8}{3} + 8 = 10.$$

Đáp án: 2

Câu 12. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng



Lời giải

Đáp án: 3,3

Xét các hình phẳng $(H_1): \begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = 0 \\ x = 0, x = 4 \end{cases}$ và $(H_2): \begin{cases} y = x - 2 \\ y = 0 \\ x = 2, x = 4 \end{cases}$.

Ta có $\begin{cases} (H) = (H_1) \setminus (H_2) \\ (H) \cup (H_2) = (H_1) \end{cases}$.

Do đó
$$S(H) = S(H_1) - S(H_2) = \int_0^4 \sqrt{x} dx - \int_2^4 (x - 2) dx = \frac{2}{3} x \sqrt{x} \Big|_0^4 - \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_2^4 = \frac{16}{3} - 2 = \frac{10}{3}$$

Cách khác: Ta có $(H): \begin{cases} x = y^2 \\ x = y + 2 \\ y = 0, y = 2 \end{cases}$. Suy ra
$$S(H) = \int_0^2 |y^2 - (y + 2)| dy = \frac{10}{3}.$$

Đáp án: 3,3

Câu 13. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2 + x - 1$ và $y = x^4 + x - 1$ là

Lời giải

Đáp án: 0,27

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = x^2 + x - 1$ và $y = x^4 + x - 1$ là

$$\Leftrightarrow x^2 - x^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

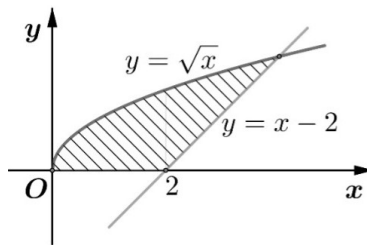
$$x^2 + x - 1 = x^4 + x - 1$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là
$$S = \int_{-1}^1 |x^2 - x^4| dx = \int_{-1}^0 |x^2 - x^4| dx + \int_0^1 |x^2 - x^4| dx$$

$$= \left| \int_{-1}^0 (x^2 - x^4) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^2 - x^4) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-1}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{2}{15} + \frac{2}{15} = \frac{4}{15} \approx 0,27$$

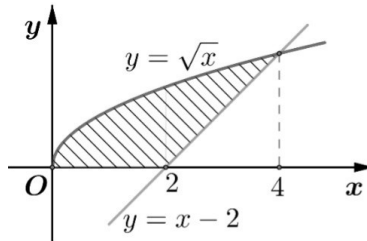
Đáp án: 0,27

Câu 14. Tính diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ sau:



Lời giải

Đáp án: 3,33



Phương trình hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$:

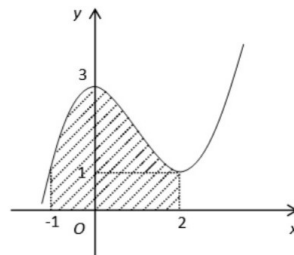
$$\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

$$S = \int_0^4 \sqrt{x} \, dx - \int_2^4 (x - 2) \, dx = \frac{10}{3}$$

Diện tích của hình phẳng cần tìm là

Đáp án: 3,33

Câu 15. Tính diện tích S của miền hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$, các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ và trục hoành cho trong hình dưới đây.



Lời giải

Đáp án: 6,38

Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$, các đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ và trục hoành được chia thành hai phần:

⊛ Miền D_1 là hình chữ nhật có hai kích thước lần lượt là 1 và 3 $\Rightarrow S_1 = 3$.

$$\begin{cases} f(x) = ax^3 + bx^2 + c \\ y = 1 \\ x = -1; x = 2 \end{cases}$$

⊛ Miền D_2 gồm:

Đễ thấy (C) đi qua 3 điểm $A(-1; 1)$, $B(0; 3)$, $C(2; 1)$ nên đồ thị (C) có phương trình

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3$$

$$\Rightarrow S_2 = \int_{-1}^2 \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3 - 1 \right) dx = \frac{27}{8}$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{51}{8} \approx 6,38$$

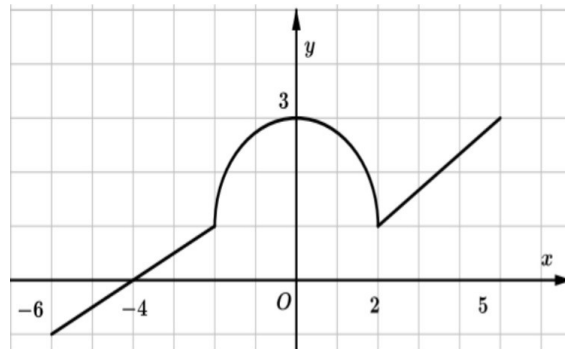
Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là

Đáp án: 6,38

Câu 16. Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[-6; 5]$, có đồ thị gồm 2 đoạn thẳng và nửa đường tròn như hình vẽ.

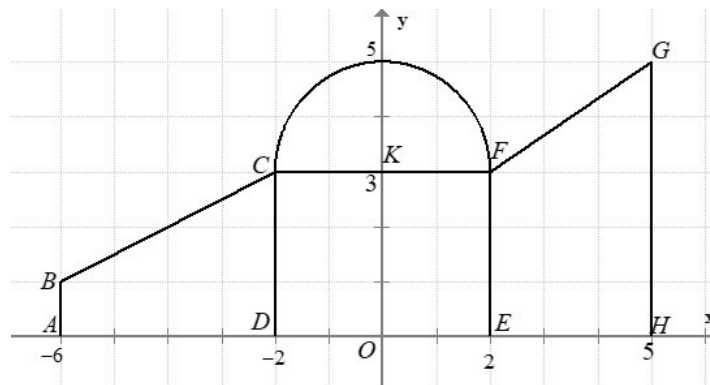
$$I = \int_{-6}^5 [f(x) + 2] dx$$

Tính giá trị



Lời giải

Đáp án: 38,3



$$I = \int_{-6}^5 [f(x) + 2] dx = \int_{-6}^5 g(x) dx \quad \text{với } g(x) = f(x) + 2 \text{ có đồ thị như hình vẽ.}$$

Có $I = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ trong đó:

$$S_1 \text{ là diện tích hình thang vuông } ABCD \Rightarrow S_1 = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = \frac{(1 + 3) \cdot 4}{2} = 8,$$

$$S_2 \text{ là diện tích hình chữ nhật } CDEF \Rightarrow S_2 = 3 \cdot 4 = 12,$$

$$S_3 \text{ là diện tích hình tròn tâm } I, \text{ bán kính } R = 2 \Rightarrow S_3 = \frac{\pi \cdot 2^2}{2} = 2\pi,$$

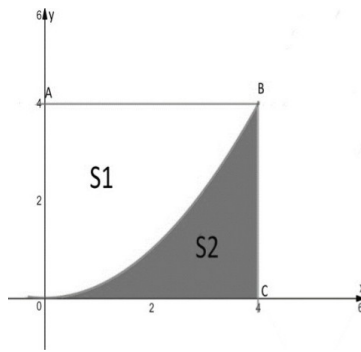
$$S_4 \text{ là diện tích hình thang vuông } EFGH \Rightarrow S_4 = \frac{(EF + GH) \cdot EH}{2} = \frac{(5 + 3) \cdot 3}{2} = 12.$$

$$\text{Suy ra } I = 8 + 12 + 2\pi + 12 = 2\pi + 32 \approx 38,3.$$

Đáp án: 38,3

Câu 17. Hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình

$y = \frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của phần không bị gạch và bị gạch như hình vẽ bên dưới. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



Lời giải

Đáp án: 2

Ta có diện tích hình vuông $OABC$ là 16 và bằng $S_1 + S_2$.

$$S_2 = \int_0^4 \frac{1}{4}x^2 dx = \frac{x^3}{12} \Big|_0^4 = \frac{16}{3} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{16 - S_2}{S_2} = \frac{16 - \frac{16}{3}}{\frac{16}{3}} = 2$$

Đáp án: 2

Câu 18. Kí hiệu $S(t)$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x+1$, $y=0$, $x=1$, $x=t$ ($t > 1$). Tìm t để $S(t)=10$.

Lời giải

Đáp án: 3

$$S(t) = \int_1^t (2x+1) dx = \int_1^t (2x+1) dx$$

Cách 1. Ta có:

$$S(t) = (x^2 + x) \Big|_1^t = t^2 + t - 2$$

Suy ra

$$S(t)=10 \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 10 \Leftrightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=-4 \text{ (L)} \end{cases}$$

Do đó

Vậy $t=3$.

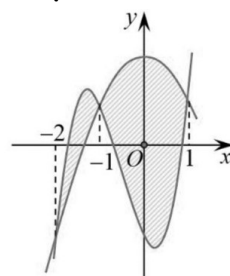
Cách 2. Hình phẳng đã cho là hình thang có đáy nhỏ bằng $y(1)=3$, đáy lớn bằng $y(t)=2t+1$ và chiều cao bằng $t-1$.

$$\frac{(3+2t+1)(t-1)}{2} = 10 \Leftrightarrow 2t^2 + 2t - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=-4 \end{cases}$$

Ta có

Đáp án: 3

Câu 19. Cho hai hàm số $f(x)=ax^2+bx^2+cx-2$ và $g(x)=dx^2+ex+2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$.



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

Lời giải

Đáp án: 6,17

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $f(x)$ và $g(x)$ là

$$ax^3 + bx^2 + cx - 2 = dx^2 + 3x + 2 \Leftrightarrow a^3 + (b - d)x^2 + (c - e)x - 4 = 0. \quad (*)$$

Do đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại ba điểm suy ra phương trình $(*)$ có ba nghiệm $x = -2$; $x = -1$; $x = 1$. Ta được

$$ax^3 + (b - d)x^2 + (c - e)x - 4 = k(x + 2)(x + 1)(x - 1)$$

Khi đó $-4 = -2k \Rightarrow k = 2$.

$$\text{Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là } \int_{-2}^1 |2(x + 2)(x + 1)(x - 1)| dx = \frac{37}{6}.$$

Đáp án: 6,17

Câu 20. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} - 2$, $y = 0$ và $x = 9$ quay xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.

Lời giải

Đáp án: 5,76

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x} - 2$ và trục hoành: $\sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$.

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành là:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_4^9 (\sqrt{x} - 2)^2 dx = \pi \int_4^9 (x - 4\sqrt{x} + 4) dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} - \frac{8x\sqrt{x}}{3} + 4x \right) \Big|_4^9 \\ &= \pi \left(\frac{81}{2} - 72 + 36 \right) - \pi \left(\frac{16}{2} - \frac{64}{3} + 16 \right) = \frac{11\pi}{6} \approx 5,76 \end{aligned}$$

Đáp án: 5,76

Câu 21. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và trục hoành.

Lời giải

Đáp án: 33,5

Điều kiện xác định: $4x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và trục hoành

$$\sqrt{4x - x^2} = 0 \Leftrightarrow 4x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

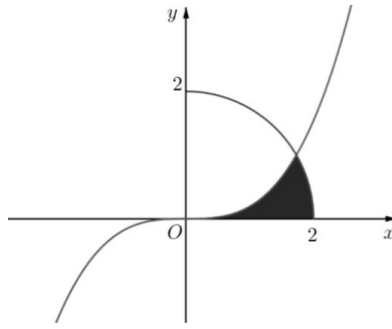
Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox là:

$$V = \pi \int_0^4 (\sqrt{4x - x^2})^2 dx = \pi \int_0^4 (4x - x^2) dx = \frac{32}{3} \pi$$

Vậy thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox là $\frac{32}{3} \pi$.

Đáp án: 33,5

Câu 22. Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3}}{9} x^3$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$.



Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là $V = \left(-\frac{a}{b}\sqrt{3} + \frac{c}{d} \right) \pi$, trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $P = a + b + c + d$.

Lời giải

Đáp án: 46

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{\sqrt{3}}{9}x^3 = \sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow x = \sqrt{3}$

$$V = \pi \left[\int_0^{\sqrt{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{9}x^3 \right)^2 dx + \int_{\sqrt{3}}^2 (\sqrt{4-x^2})^2 dx \right]$$

$$= \pi \left[\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{27}x^6 dx + \int_{\sqrt{3}}^2 (4-x^2) dx \right]$$

$$= \pi \left[\frac{1}{27} \cdot \frac{x^7}{7} \Big|_0^{\sqrt{3}} + \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{\sqrt{3}}^2 \right]$$

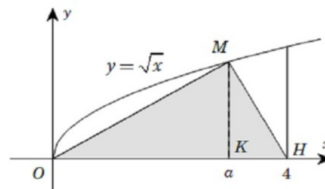
$$= \left(-\frac{20\sqrt{3}}{7} + \frac{16}{3} \right) \pi$$

$$\Rightarrow a = 20, b = 7, c = 16, d = 3$$

$$\Rightarrow P = a + b + c + d = 46$$

Đáp án: 46

Câu 23. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox . Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M . Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Biết rằng $V = 2V_1$. Khi đó



Lời giải

Đáp án: 3

Ta có: $V = \pi \int_0^4 x dx = \pi \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 8\pi$. Mà $V = 2V_1 \Rightarrow V_1 = 4\pi$.

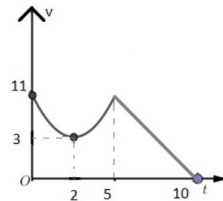
Gọi K là hình chiếu của M trên $Ox \Rightarrow OK = a, KH = 4 - a, MK = \sqrt{a}$.

Khi xoay tam giác OMH quanh Ox ta được khối tròn xoay là sự lắp ghép của hai khối nón sinh bởi các tam giác OMK, MHK , hai khối nón đó có cùng mặt đáy và có tổng chiều cao là $OH = 4$ nên thể tích của khối tròn

xoay đó là $V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot 4 \cdot (\sqrt{a})^2 = \frac{4\pi a}{3}$, từ đó suy ra $a = 3$.

Đáp án: 3

Câu 24. Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)(m/s)$ có dạng đường Parabol khi $0 \leq t \leq 5(s)$ và $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $5 \leq t \leq 10(s)$. Cho đỉnh Parabol là $I(2, 3)$. Hỏi quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10(s)$ là bao nhiêu mét?



Lời giải

Đáp án: 90,8

Gọi Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ khi $0 \leq t \leq 5(s)$

Do $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua $I(2, 3); A(0, 11)$ nên

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 3 \\ c = 11 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -8 \\ c = 11 \end{cases}$$

Khi đó quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $0 \leq t \leq 5(s)$ là $S = \int_0^5 (2x^2 - 8x + 11) dx = \frac{115}{3}(m)$

Ta có $f(5) = 21$

Gọi $d: y = ax + b$ khi $5 \leq t \leq 10(s)$ do d đi qua điểm $B(5, 21)$ và $C(10, 0)$ nên:

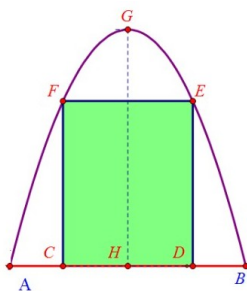
$$\begin{cases} 5a + b = 21 \\ 10a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{21}{5} \\ b = 42 \end{cases}$$

Khi đó quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $5 \leq t \leq 10(s)$ là $S = \int_5^{10} \left(-\frac{21}{5}x + 42 \right) dx = \frac{105}{2}(m)$

Quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10(s)$ là $S = \frac{115}{3} + \frac{105}{2} = \frac{545}{6} \approx 90,8$.

Đáp án: 90,8

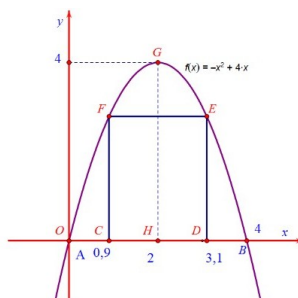
Câu 25. Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1200000 đồng/ m^2 , còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/ m^2 . Hỏi tổng số tiền (đơn vị triệu) để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?



Lời giải

Đáp án: 11,4

Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox , A trùng O khi đó parabol có đỉnh $G(2;4)$ và đi qua gốc tọa độ.



Giả sử phương trình của parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

$$\begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}$$

Vì parabol có đỉnh là $G(2;4)$ và đi qua điểm $O(0;0)$ nên ta có

Suy ra phương trình parabol là $y = f(x) = -x^2 + 4x$

$$S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3} \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích của cả công là

Mặt khác chiều cao $CF = DE = f(0,9) = 2,79 \text{ (m)}$, $CD = 4 - 2 \cdot 0,9 = 2,2 \text{ (m)}$

Diện tích hai cánh cổng là $S_{CDEF} = CD \cdot CF = 6,138 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích phần xiên hoa là $S_{xh} = S - S_{CDEF} = \frac{32}{3} - 6,14 = \frac{6793}{1500} \text{ (m}^2\text{)}$

Vậy tổng số tiền để làm cổng là $6,138 \cdot 1200000 + \frac{6793}{1500} \cdot 900000 = 11441400$ đồng.

Đáp án: 11,4

Câu 26. Một họa tiết hình cánh bướm như hình vẽ bên.

Phần tô đậm được đánh giá với giá thành

500.000 đ/m^2 . Phần còn lại được tô màu với giá thành 250.000 đ/m^2 .

Cho $AB = 4 \text{ dm}$; $BC = 8 \text{ dm}$. Hỏi để trang trí 1000 họa tiết như vậy cần số tiền (đơn vị triệu) bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 107

Vì $AB = 4dm; BC = 8dm. \Rightarrow A(-2; 4), B(2; 4), C(2; -4), D(-2; -4)$.

parabol là: $y = x^2$ hoặc $y = -x^2$

$$S_1 = 4 \int_0^2 x^2 dx = \frac{32}{3} \text{ (dm}^2\text{)}$$

Diện tích phần tô đậm là

Diện tích hình chữ nhật là $S = 4.8 = 32 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích phần trắng là $S_2 = S - S_1 = 32 - \frac{32}{3} = \frac{64}{3} \text{ (dm}^2\text{)}$

$$T = \left(\frac{32}{3} \cdot 5000 + \frac{64}{3} \cdot 2500 \right) \cdot 1000 \approx 106\,666\,667 \text{ đ}$$

Tổng chi phí trang trí là:

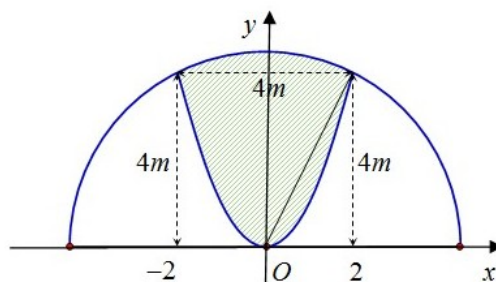
Đáp án: 107

Câu 27. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn và cách nhau một khoảng bằng $4(m)$. Phần còn lại của khuôn viên dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng/m² và 100.000 đồng/m². Hỏi cần bao nhiêu tiền (đơn vị triệu) để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó?

$4m \quad 4m \quad 4m$

Lời giải

Đáp án: 3,74



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, ta có bán kính của đường tròn là $R = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$.

Phương trình của nửa đường tròn (C) là: $x^2 + y^2 = 20, y \geq 0 \Rightarrow y = \sqrt{20 - x^2}$.

Parabol (P) có đỉnh $O(0;0)$ và đi qua điểm $(2;4)$ nên có phương trình: $y = x^2$.

$$S_1 = \int_{-2}^2 [\sqrt{20 - x^2} - x^2] dx \approx 11,94 \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích phần tô màu là:

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (2\sqrt{5})^2 - S_1 \approx 10\pi - 11,94 \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích phần không tô màu là:

Số tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó là:

$$150000 \cdot 11,94 + 100000 \cdot (10\pi - 11,94) \approx 3.738.593$$

Đáp án: 3,74

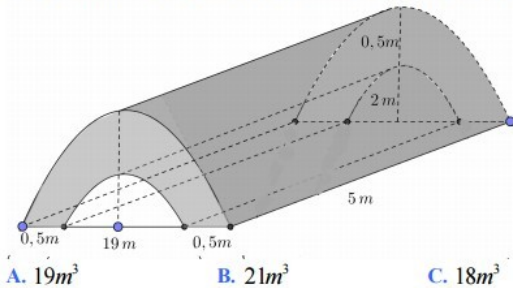
Câu 28. Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cầu.

Câu 16: Tìm khẳng định sai:

- A. $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
 B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, a < c < b$
 C. $\int f(x)g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$
 D. $\int f'(x) dx = f(x) + c$

Trang 2/6 - Mã đề thi 132

Câu 17: Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã X có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol)



A. $19m^3$

B. $21m^3$

C. $18m^3$

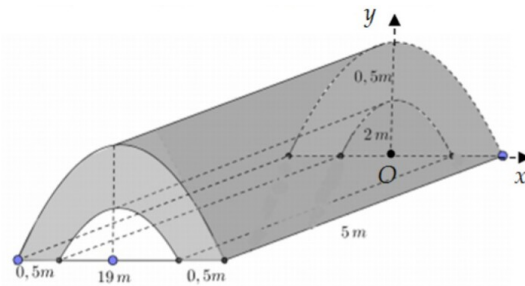
D. $20m^3$

y O x

Lời giải

Đáp án: 40

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Gọi $(P_1): y = a_1x^2 + b_1$ là Parabol đi qua hai điểm $A\left(\frac{19}{2}; 0\right), B(0; 2)$

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_1 \cdot \left(\frac{19}{2}\right)^2 + 2 \\ 2 = b_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{8}{361} \\ b_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow (P_1): y = -\frac{8}{361}x^2 + 2$$

Gọi $(P_2): y = a_2x^2 + b_2$ là Parabol đi qua hai điểm $C(10; 0), D\left(0; \frac{5}{2}\right)$

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a_2 \cdot (10)^2 + \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} = b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = -\frac{1}{40} \\ b_2 = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow (P_2): y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}$$

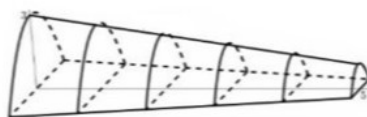
$$V = 5.2 \left[\int_0^{10} \left(-\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx - \int_0^{\frac{19}{2}} \left(-\frac{8}{361}x^2 + 2 \right) dx \right] = 40 m^3$$

Ta có thể tích của bê tông là:

Đáp án: 40

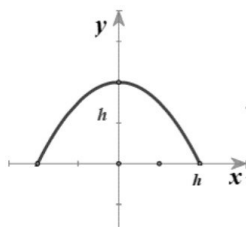
Câu 29. Cho một mô hình 3-D mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên. Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5(cm); khi cắt hình này bởi mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một hình

parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao parabol. Chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y = 3 - \frac{2}{5}x$ (cm), với x (cm) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Tính thể tích không gian bên trong đường hầm mô hình



Lời giải

Đáp án: 29



Xét một thiết diện parabol có chiều cao là h và độ dài đáy $2h$ và chọn hệ trục Oxy như hình vẽ trên.

Parabol (P) có phương trình $(P): y = ax^2 + h, (a < 0)$

Có $B(h, 0) \in (P) \Leftrightarrow 0 = ah^2 + h \Leftrightarrow a = -\frac{1}{h} \text{ (do } h > 0)$

Diện tích S của thiết diện: $S = \int_{-h}^h \left(-\frac{1}{h}x^2 + h \right) dx = \frac{4h^2}{3} \quad h = 3 - \frac{2}{5}x$

$\Rightarrow S(x) = \frac{4}{3} \left(3 - \frac{2}{5}x \right)^2$

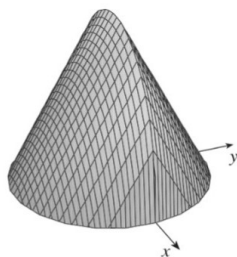
Suy ra thể tích không gian bên trong của đường hầm mô hình:

$\Rightarrow V = \int_0^5 S(x) dx = \int_0^5 \frac{4}{3} \left(3 - \frac{2}{5}x \right)^2 dx \approx 28,888$

$\Rightarrow V \approx 29 \text{ (cm}^3)$

Đáp án: 29

Câu 30. Cho vật thể đáy là hình tròn có bán kính bằng 1. Khi cắt vật thể bằng mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) thì được thiết diện là một tam giác đều. Thể tích V của vật thể đó là



Lời giải

Đáp án: 2,31

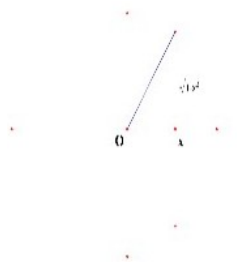
Do vật thể có đáy là đường tròn và khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox được thiết diện là tam giác đều do đó vật thể đối xứng qua mặt phẳng vuông góc với trục Oy tại điểm O .

Cạnh của tam giác đều thiết diện là: $a = 2\sqrt{1-x^2}$.

Diện tích tam giác thiết diện là:

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = (1-x^2) \sqrt{3}$$

Thể tích khối cần tìm là:



$$V = 2 \int_0^1 S dx = 2 \int_0^1 \sqrt{3} (1-x^2) dx = 2\sqrt{3} \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{4\sqrt{3}}{3} \approx 2,31$$

Đáp án: 2,31

Câu 31. Người ta thay nước mới cho một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu là 280cm. Giả sử $h(t)$ là chiều cao của mực nước bơm được tại thời điểm t giây, biết rằng tốc độ tăng của chiều cao mực nước tại giây

thứ t là $h'(t) = \frac{1}{500} \sqrt[3]{t+3}$ và lúc đầu hồ bơi không có nước. Hỏi sau bao lâu (đơn vị phút) thì bơm được số nước bằng $\frac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi?

Lời giải

Đáp án: 120

Gọi x là thời điểm bơm được số nước bằng $\frac{3}{4}$ độ sâu của bể (x tính bằng giây).

Ta có: $\int_0^x \frac{1}{500} \sqrt[3]{t+3} dt = 210 \Rightarrow \frac{3}{4} (t+3)^{\frac{4}{3}} \Big|_0^x = 105000 \Rightarrow (x+3)^{\frac{4}{3}} - 3^{\frac{4}{3}} = 140000$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{(x+3)^4} = 3\sqrt[3]{3} + 140000 \Rightarrow x+3 = \sqrt[4]{(3\sqrt[3]{3} + 140000)^3} \Rightarrow x = \sqrt[4]{(3\sqrt[3]{3} + 140000)^3} - 3$$

$$\Rightarrow x \approx 7234,8256 \approx 120 \text{ phút}$$

Đáp án: 120

---HẾT---