

**SẢN PHẨM MẪU ĐỀ KIỂM TRA  
CUỐI HK2 LỚP 12**

**KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 – LỚP 12**

**Bài thi môn: TOÁN**

(Đề gồm có..... trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**.

A.  $\int f(x)dx = F(x) + C$ .

B.  $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$ .

C.  $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x)$ .

D.  $\left(\int f(x)dx\right)' = F'(x)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $a, b, c \in \mathbb{R}$  thỏa mãn  $a < b < c$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A.  $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$

B.  $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$

C.  $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$

D.  $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

**Câu 3.** Tính tích phân  $I = \int_1^e \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

A.  $I = \frac{1}{e}$

B.  $I = \frac{1}{e} + 1$

C.  $I = 1$

D.  $I = e$

**Câu 4.** Biết  $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$ , với  $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$ . Tính tổng  $S = a + b + c$ .

A.  $S = 7$ .

B.  $S = 5$ .

C.  $S = 8$ .

D.  $S = 6$ .

**Câu 5.** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  bằng

A.  $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ .

B.  $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$ .

C.  $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

D.  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .

**Câu 6.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = 4x - x^2$ ,  $y = 2x$  và hai đường thẳng  $x = 1, x = e$  bằng

- A. 4.                      B.  $\frac{20}{3}$ .                      C.  $\frac{4}{3}$ .                      D.  $\frac{16}{3}$

**Câu 7.** Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x = 1$  và  $x = 3$ . Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $1 \leq x \leq 3$ ) cắt vật thể đó theo thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là  $3x$  và  $3x^2 - 2$ . Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

- A.  $V = 156$                       B.  $V = 156\pi$                       C.  $V = 312$                       D.  $V = 312\pi$

**Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có một vector pháp tuyến  $n = (1; -2; 3)$ .

- A.  $x - 2y + 3z + 12 = 0$     B.  $x - 2y - 3z - 6 = 0$     C.  $x - 2y + 3z - 12 = 0$     D.  $x - 2y - 3z + 6 = 0$

**Câu 9.** Phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có một vector pháp tuyến  $n = (1; -2; 3)$  là  $1(x - 1) - 2(y - 2) + 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0$ .

Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(2; 2; 1)$  và có một vectơ chỉ phương  $u = (5; 2; -3)$ . Phương trình của  $d$  là:

- A.  $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$     B.  $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$     C.  $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$     D.  $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$

**Câu 10.** Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(2; 2; 1)$  và có một vector chỉ phương  $u = (5; 2; -3)$ , phương trình của  $d$  là  $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$

Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$ . Đường kính của  $(S)$  bằng

- A.  $\sqrt{6}$ .                      B. 12.                      C.  $2\sqrt{6}$ .                      D. 3.

**Câu 11.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(A) = 0,6$ ,  $P(B) = 0,7$ ,  $P(A \cap B) = 0,3$ . Tính  $P(A|B)$ .

A.  $\frac{3}{7}$ .

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{6}{7}$ .

D.  $\frac{1}{7}$ .

**Câu 12.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(B)=0,8$ ,  $P(A|B)=0,7$ ,  $P(A|\bar{B})=0,45$ . Tính  $P(A)$ .

A. 0,25.

B. 0,65.

C. 0,55.

D. 0,5.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 13.** Các mệnh đề sau đây đúng hay sai

A.  $\int (\sqrt[3]{x^2} + x - 2) dx = \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + \frac{1}{2} x^2 - 2x + C$

B.  $\int \frac{1}{2023x^{2024}} dx = \frac{1}{2023^2 x^{2023}} + C$

C.  $\int (2x - 2024)^2 dx = x - 1012 + C$

D.  $\int \left( \frac{1}{4} x^4 + 4x^3 \right) dx = \frac{1}{20} x^5 + \frac{4}{3} x^4 + C$

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Biết  $\int_1^2 f(x) dx = 2$ . Giá trị của  $\int_2^1 f(x) dx = -6$ .

B. Biết  $\int_1^2 f(x) dx = -1$  và  $\int_1^2 g(x) dx = 3$ , khi đó  $\int_2^1 [f(x) - g(x)] dx = 5$

C. Nếu  $\int_1^2 f(x) dx = -2$  và  $\int_2^3 f(x) dx = 1$  thì  $\int_1^3 f(x) dx = -1$ .

D. Nếu  $\int_0^2 (f(x) + 3x^2) dx = 10$  thì  $\int_0^2 f(x) dx = 2$ .

**Câu 15.** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2;0;2)$  và mặt cầu  $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 8$ .

Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Điểm  $M(2;0;2)$  thuộc mặt cầu  $(S)$ .

B. Bán kính mặt cầu  $(S)$  là  $R = 2\sqrt{2}$ .

C. Tọa độ tâm mặt cầu  $(S)$  là  $I(0; -2; 2)$ .

D. Bán kính mặt cầu  $(S)$  là  $R = 8$ .

**Câu 16.** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là  $^{30}$ .

b) Số viên bi màu vàng không đánh số là  $^{15}$ .

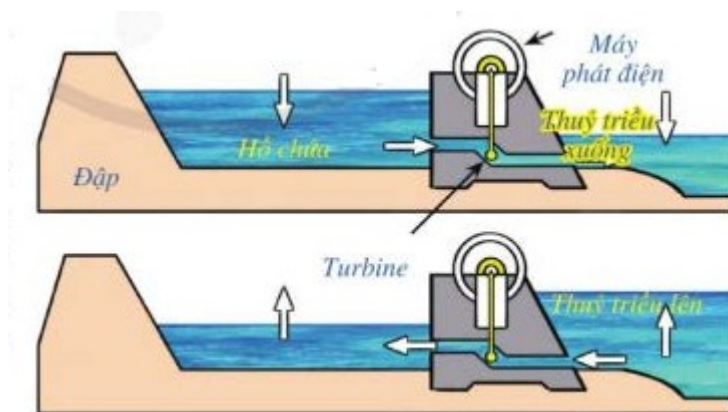
c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là  $\frac{3}{5}$ .

d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số  $\frac{7}{16}$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

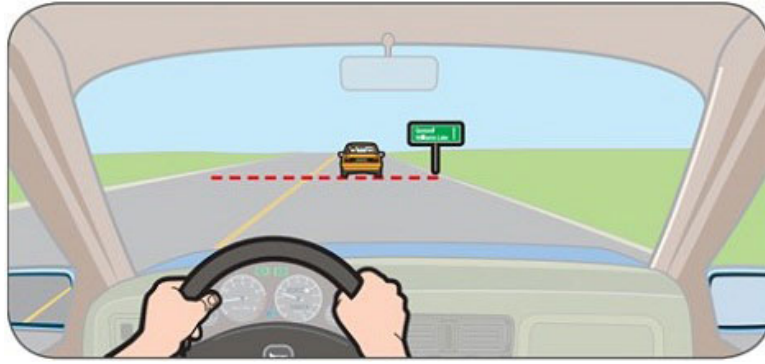
**Câu 17.** Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra khi thủy triều xuống và nước chảy vào khi thủy triều lên (như hình vẽ). Tốc độ thay đổi của mực nước được xác định bởi hàm

số  $h'(t) = \frac{1}{90}(t^2 - 17t + 60)$ , trong đó  $t$  tính bằng giờ ( $0 \leq t \leq 24$ ),  $h'(t)$  tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm  $t = 0$ , mực nước trong hồ chứa cao  $8m$ . Mực nước trong hồ cao nhất và thấp nhất bao nhiêu?



Trả lời: .....

**Câu 18.** Một ô tô đang chạy với vận tốc là  $12 \text{ (m/s)}$  thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -6t + 12 \text{ (m/s)}$ , trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?



Trả lời: .....

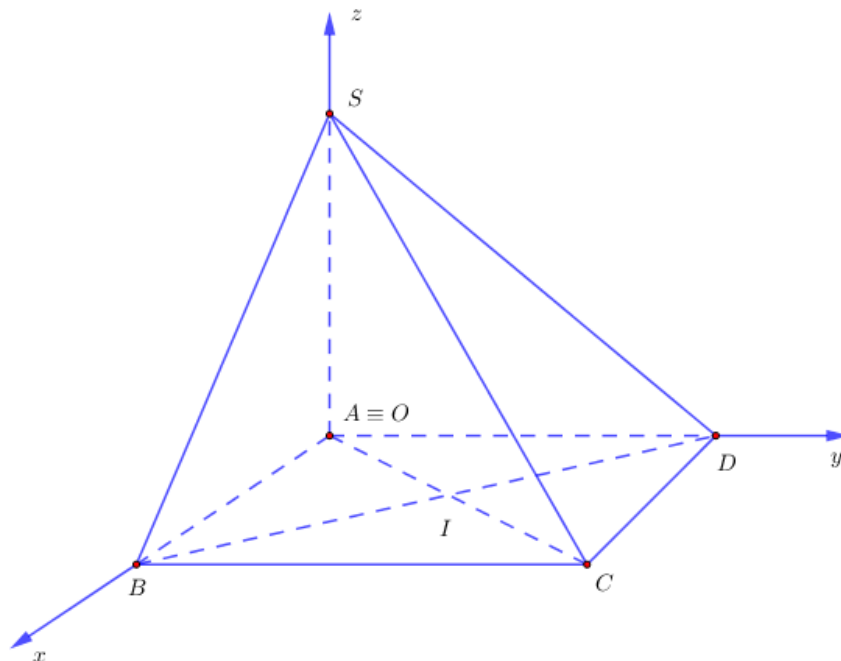
**Câu 19.** Trường Nguyễn Văn Trỗi muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là  $2,25$  mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là  $3$  mét. Giá thuê mỗi mét vuông là  $1500000$  đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là:

Trả lời: .....

**Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;4;1), B(-1;1;3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Lập phương trình mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 21.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông có độ dài đường chéo bằng  $a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$ . Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ. Nếu  $\tan \alpha = \sqrt{2}$  thì góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBC)$  bằng

Trả lời: .....



**Câu 22.** Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Vinaphone được đặt ở vị trí  $I(1; -2; -3)$  và được thiết kế bán kính phủ sóng là  $5000m$ .



Nhà bạn Minh Hiền và bạn Trúc Linh có vị trí tọa độ lần lượt là  $M(1;2;0)$  và  $N(-3;1;0)$ . Hỏi Minh Hiền và Trúc Linh dùng điện thoại tại nhà thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm này không?

**Trả lời:** .....

## ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

### PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

| Câu      | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        | 8        | 9        | 10       | 11       | 12       |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Chọ<br>n | <b>C</b> | <b>B</b> | <b>A</b> | <b>A</b> | <b>C</b> | <b>C</b> | <b>A</b> | <b>A</b> | <b>A</b> | <b>A</b> | <b>A</b> | <b>B</b> |

### PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ⊛ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ⊛ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ⊛ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ⊛ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

| Câu 1: | Câu 2: | Câu 3: | Câu 4: |
|--------|--------|--------|--------|
| a) Đ   | a) Đ   | a) Đ   | a) Đ   |
| b) Đ   | b) S   | b) Đ   | b) S   |
| c) S   | c) Đ   | c) Đ   | c) Đ   |
| d) Đ   | d) Đ   | d) S   | d) Đ   |

**PHẦN III.** (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

| Câu  | 1 | 2  | 3       | 4            | 5          | 6         |
|------|---|----|---------|--------------|------------|-----------|
| Chọn | 8 | 12 | 6750000 | $2y+3z-11=0$ | $60^\circ$ | Không thể |

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**.

A.  $\int f(x)dx = F(x) + C$ .

B.  $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$ .

C.  $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x)$ .

D.  $\left(\int f(x)dx\right)' = F'(x)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $a, b, c \in \mathbb{R}$  thỏa mãn  $a < b < c$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A.  $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$

B.  $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$

C.  $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$

D.  $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

**Câu 3.** Tính tích phân  $I = \int_1^e \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

A.  $I = \frac{1}{e}$

B.  $I = \frac{1}{e} + 1$

C.  $I = 1$

D.  $I = e$

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$I = \int_1^e \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left( \ln|x| + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^e = \frac{1}{e}$$

**Câu 4.** Biết  $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$ , với  $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$ . Tính tổng  $S = a + b + c$ .

A.  $S = 7$ .

B.  $S = 5$ .

C.  $S = 8$ .

D.  $S = 6$ .

**Câu 5.** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  bằng

A.  $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ .

B.  $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$ .

C.  $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

D.  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Theo lý thuyết thì diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của các đường  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ ,  $x=a$ ,  $x=b$

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

được tính theo công thức

**Câu 6.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y=4x-x^2$ ,  $y=2x$  và hai đường thẳng  $x=1, x=e$  bằng

- A. 4. B.  $\frac{20}{3}$ . C.  $\frac{4}{3}$ . D.  $\frac{16}{3}$

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$S = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left( x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

diện tích hình phẳng cần tìm là

**Câu 7.** Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x=1$  và  $x=3$ . Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $1 \leq x \leq 3$ ) cắt vật thể đó theo thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là  $3x$  và  $3x^2 - 2$ . Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

- A.  $V=156$  B.  $V=156\pi$  C.  $V=312$  D.  $V=312\pi$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Diện tích thiết diện là:  $S(x) = 3x(3x^2 - 2) = 9x^3 - 6x$

$\Rightarrow$  Thể tích vật thể là:  $V = \int_1^3 (9x^3 - 6x) dx = 156$

**Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có một vectơ pháp tuyến  $n=(1; -2; 3)$ .

- A.  $x - 2y + 3z + 12 = 0$  B.  $x - 2y - 3z - 6 = 0$  C.  $x - 2y + 3z - 12 = 0$  D.  $x - 2y - 3z + 6 = 0$

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 9.** Phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có một vector pháp tuyến  $n = (1; -2; 3)$  là  $1(x - 1) - 2(y - 2) + 3(z + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0$ .

Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(2; 2; 1)$  và có một vectơ chỉ phương  $u = (5; 2; -3)$ .  
Phương trình của  $d$  là:

A.  $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$  .      B.  $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$  .      C.  $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$  .      D.  $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$  .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 10.** Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(2; 2; 1)$  và có một vectơ chỉ phương  $u = (5; 2; -3)$ , phương trình của  $d$  là

$$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$$

Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$ . Đường kính của  $(S)$  bằng

A.  $\sqrt{6}$ .      B. 12.      C.  $2\sqrt{6}$ .      D. 3.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có bán kính của  $(S)$  là  $\sqrt{6}$  nên đường kính của  $(S)$  bằng  $2\sqrt{6}$ .

**Câu 11.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(A) = 0,6$ ,  $P(B) = 0,7$ ,  $P(A \cap B) = 0,3$ . Tính  $P(A|B)$ .

A.  $\frac{3}{7}$ .      B.  $\frac{1}{2}$ .      C.  $\frac{6}{7}$ .      D.  $\frac{1}{7}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}$$

Ta có:

**Câu 12.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(B)=0,8$ ,  $P(A|B)=0,7$ ,  $P(A|\bar{B})=0,45$ . Tính  $P(A)$ .

A. 0,25.                      B. 0,65.                      C. 0,55.                      D. 0,5.

**Lời giải**

$$P(\bar{B})=1-P(B)=1-0,8=0,2$$

Công thức xác suất toàn phần

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\bar{B}).P(A|\bar{B})=0,8.0,7+0,2.0,45=0,65$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Các mệnh đề sau đây đúng hay sai

A.  $\int (\sqrt[3]{x^2} + x - 2) dx = \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + \frac{1}{2} x^2 - 2x + C$

B.  $\int \frac{1}{2023x^{2024}} dx = \frac{1}{2023^2 x^{2023}} + C$

C.  $\int (2x - 2024)^2 dx = x - 1012 + C$

D.  $\int \left( \frac{1}{4} x^4 + 4x^3 \right) dx = \frac{1}{20} x^5 + \frac{4}{3} x^4 + C$

**Lời giải**

| A.   | B.   | C.  | D.   |
|------|------|-----|------|
| ĐÚNG | ĐÚNG | SAI | ĐÚNG |

$$\int (\sqrt[3]{x^2} + x - 2) dx = \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + \frac{1}{2} x^2 - 2x + C$$

$$\int \frac{1}{2023x^{2024}} dx = \frac{1}{2023} \int x^{-2024} dx = \frac{1}{2023^2 x^{2023}} + C$$

$$\int (2x - 2024)^2 dx = \frac{(2x - 2024)^3}{3} + C$$

$$\int \left( \frac{1}{4}x^4 + 4x^3 \right) dx = \frac{1}{20}x^5 + \frac{4}{3}x^4 + C$$

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

**A. Biết**  $\int_1^2 f(x) dx = 2$  **. Giá trị của**  $\int_2^1 f(x) dx = -6$  **.**

**B. Biết**  $\int_1^2 f(x) dx = -1$  **và**  $\int_1^2 g(x) dx = 3$  **, khi đó**  $\int_2^1 [f(x) - g(x)] dx = 5$

**C. Nếu**  $\int_1^2 f(x) dx = -2$  **và**  $\int_2^3 f(x) dx = 1$  **thì**  $\int_1^3 f(x) dx = -1$  **.**

**D. Nếu**  $\int_0^2 (f(x) + 3x^2) dx = 10$  **thì**  $\int_0^2 f(x) dx = 2$  **.**

**Lời giải**

| A.   | B.  | C.   | D.   |
|------|-----|------|------|
| ĐÚNG | SAI | ĐÚNG | ĐÚNG |

**A. Biết**  $\int_1^2 f(x) dx = 2$  **. Giá trị của**  $\int_2^1 f(x) dx = -6$  **.**

Ta có :  $\int_2^1 f(x) dx = - \int_1^2 f(x) dx = -3 \int_1^2 f(x) dx = -3.2 = -6$  **.**

**B. Biết**  $\int_1^2 f(x) dx = -1$  **và**  $\int_1^2 g(x) dx = 3$  **, khi đó**  $\int_2^1 [f(x) - g(x)] dx = 5$

$$\int_1^2 f(x) dx = -1 \Leftrightarrow \int_2^1 f(x) dx = 1; \quad \int_1^2 g(x) dx = 3 \Leftrightarrow \int_2^1 g(x) dx = -3$$

Ta có:

$$\int_2^1 [f(x) - g(x)] dx = \int_2^1 f(x) dx - \int_2^1 g(x) dx = 1 - (-3) = 4$$

C. Nếu  $\int_1^2 f(x) dx = -2$  và  $\int_2^3 f(x) dx = 1$  thì  $\int_1^3 f(x) dx = -1$

Ta có  $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = -2 + 1 = -1$

D. Nếu  $\int_0^2 (f(x) + 3x^2) dx = 10$  thì  $\int_0^2 f(x) dx = 2$

Ta có:

$$\begin{aligned} \int_0^2 (f(x) + 3x^2) dx = 10 &\Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx + \int_0^2 3x^2 dx = 10 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx = 10 - \int_0^2 3x^2 dx \\ &\Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx = 10 - x^3 \Big|_0^2 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx = 10 - 8 = 2 \end{aligned}$$

**Câu 3.** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2;0;2)$  và mặt cầu  $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 8$ . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Điểm  $M(2;0;2)$  thuộc mặt cầu  $(S)$ .

B. Bán kính mặt cầu  $(S)$  là  $R = 2\sqrt{2}$ .

C. Tọa độ tâm mặt cầu  $(S)$  là  $I(0;-2;2)$ .

D. Bán kính mặt cầu  $(S)$  là  $R = 8$ .

**Lời giải**

| A.   | B.   | C.   | D.  |
|------|------|------|-----|
| ĐÚNG | ĐÚNG | ĐÚNG | SAI |

Thay điểm  $M(2;0;2)$  vào mặt cầu:  $2^2 + 0^2 + (2-2)^2 = 8 \Rightarrow M(2;0;2) \in (S)$

Phương trình mặt cầu tổng quát:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2 \Rightarrow I(0; -2; 2), R = 2\sqrt{2}$ .

**Câu 4.**

Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

b) Số viên bi màu vàng không đánh số là 15.

c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là  $\frac{3}{5}$ .

d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số  $\frac{7}{16}$ .

**Lời giải**

| a)          | b)          | c)         | d)          |
|-------------|-------------|------------|-------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> |

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là  $60\% \cdot 50 = 30$ .

b) Số viên bi màu vàng không đánh số là  $50\% \cdot 30 = 15$ .

c)

Gọi  $A$  là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

Gọi  $B$  là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra  $\bar{B}$  là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

Lúc này ta đi tính  $P(A)$  theo công thức:  $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$

Ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$$

$$P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}$$

$$P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

Vậy 
$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

d)

$A$  là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số” suy ra  $\bar{A}$  là biến cố “viên bi được lấy ra không có đánh số”

Ta có: 
$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

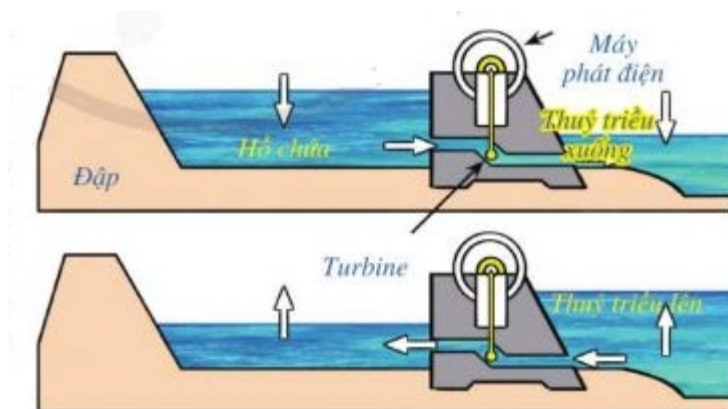
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 5.**

Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra khi thủy triều xuống và nước chảy vào khi thủy triều lên (như hình vẽ). Tốc độ thay đổi của

mức nước được xác định bởi hàm số 
$$h'(t) = \frac{1}{90}(t^2 - 17t + 60)$$
, trong đó  $t$  tính bằng giờ ( $0 \leq t \leq 24$ ),  $h'(t)$

tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm  $t=0$ , mức nước trong hồ chứa cao  $8m$ . Mức nước trong hồ cao nhất và thấp nhất bao nhiêu?



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:**

Ta có

$$h'(t) = \frac{1}{90}(t^2 - 17t + 60)$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{1}{90} \int (t^2 - 17t + 60) dt = \frac{1}{90} \left( \frac{1}{3}t^3 - \frac{17}{2}t^2 + 60t \right) + C$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{1}{90} \left( \frac{1}{3}t^3 - \frac{17}{2}t^2 + 60t \right) + C$$

Tại thời điểm  $t=0$ , mực nước trong hồ chứa cao  $8m$  nên  $h(0)=8 \Rightarrow C=8$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{1}{90} \left( \frac{1}{3}t^3 - \frac{17}{2}t^2 + 60t \right) + 8 \quad (0 \leq t \leq 24)$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow t^2 - 17t + 60 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = 12 \end{cases}$$

Ta có:

Lập bảng biến thiên:

|         |   |                    |                |                 |   |
|---------|---|--------------------|----------------|-----------------|---|
| $t$     | 0 | 5                  | 12             | 24              |   |
| $h'(t)$ | + | 0                  | -              | 0               | + |
| $h(t)$  | 8 | $\frac{1019}{108}$ | $\frac{44}{5}$ | $\frac{104}{5}$ |   |

Mực nước trong hồ cao nhất :  $\frac{104}{5} = 20,8m$

Mực nước trong hồ thấp nhất  $8m$

**Câu 6.** Một ô tô đang chạy với vận tốc là  $12 \text{ (m/s)}$  thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -6t + 12 \text{ (m/s)}$ , trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 12m

Lấy mốc thời gian  $(t=0)$  là lúc đạp phanh.

Khi ô tô dừng hẳn thì vận tốc  $v(t)=0$ , tức là  $v(t)=-6t+12=0 \Leftrightarrow t=2$ .

Vậy từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được quãng đường là

$$\int_0^2 (-6t+12)dt = (-3t^2+12t)\Big|_0^2 = 12 \text{ (m)}.$$

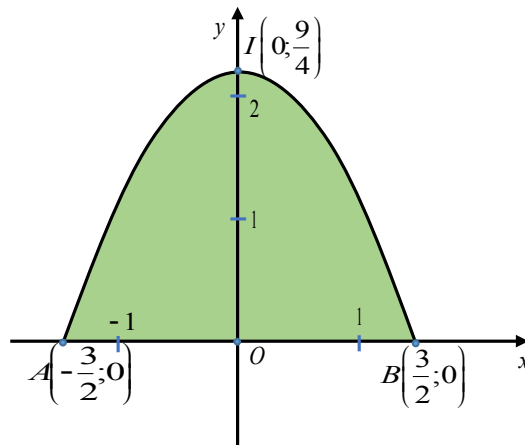
**Câu 7.**

Trường Nguyễn Văn Trỗi muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là  $2,25$  mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là  $3$  mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là:

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

Gọi phương trình parabol  $(P): y=ax^2+bx+c$ . Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho  $(P)$  có đỉnh  $I \in Oy$  (như hình vẽ).



$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}.$$

Ta có hệ phương trình:

Vậy  $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$ .

Dựa vào đồ thị, diện tích của parabol là:

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left( -x^2 + \frac{9}{4} \right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left( -x^2 + \frac{9}{4} \right) dx = 2 \left( -\frac{x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2.$$

Số tiền phải trả là:  $\frac{9}{2} \cdot 1500000 = 6750000$  đồng.

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;4;1), B(-1;1;3)$  và mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Lập phương trình mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

**Lời giải**

**Đáp án:**  $2y + 3z - 11 = 0$

Ta có:  $\vec{AB} = (-3; -3; 2)$ , vectơ pháp tuyến của mp  $(P)$  là  $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$ .

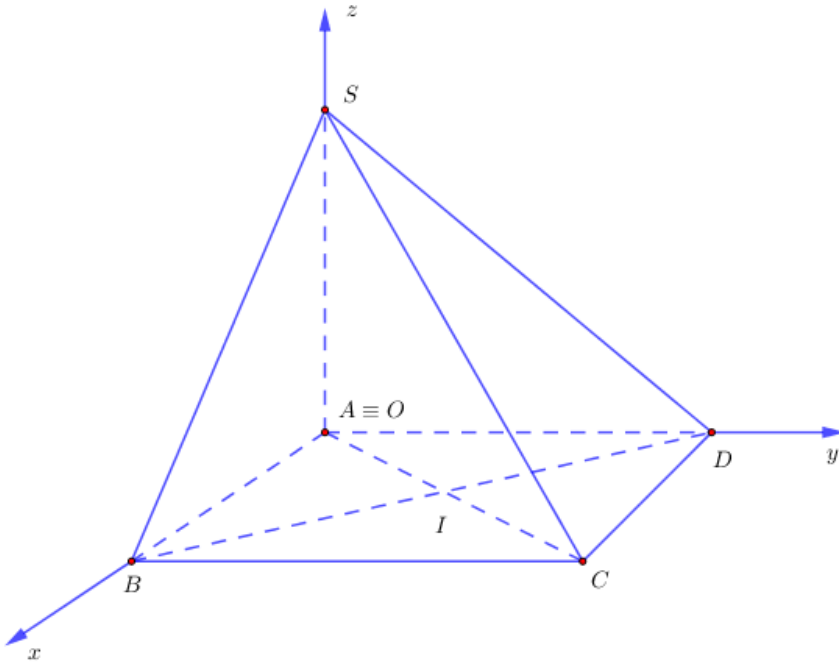
Từ giả thiết suy ra  $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{n}_P] = (0; 8; 12)$  là vectơ pháp tuyến của mp  $(Q)$ .

Mp  $(Q)$  đi qua điểm  $A(2;4;1)$  suy ra phương trình tổng quát của mp  $(Q)$  là:

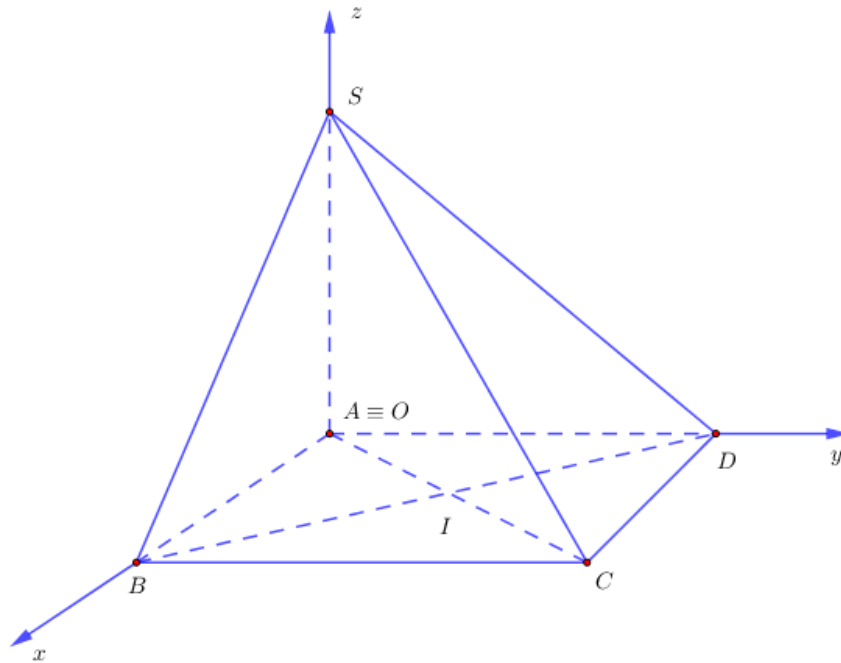
$$0(x - 2) + 8(y - 4) + 12(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0.$$

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông có độ dài đường chéo bằng  $a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$ . Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ. Nếu  $\tan \alpha = \sqrt{2}$  thì góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBC)$  bằng

**Trả lời:** .....



### Lời giải



Gọi  $I = AC \cap BD$ .

Hình vuông  $ABCD$  có độ dài đường chéo bằng  $a\sqrt{2}$  suy ra hình vuông đó có cạnh bằng  $a$ .

Ta có 
$$\begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ SI \perp BD \\ AI \perp BD \end{cases} \Rightarrow ((SBD); (ABCD)) = (SI; AI) = \widehat{SIA}.$$

Ta có  $\tan \alpha = \tan \angle I A S = \frac{SA}{AI} \Leftrightarrow SA = a$ .

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ. Ta có  $A(0;0;0)$ ,  $B(a;0;0)$ ,  $C(a;a;0)$ ,  $S(0;0;a)$ .

Khi đó  $\vec{SA} = (0;0;-a)$ ;  $\vec{SC} = (a;a;-a)$ ;  $\vec{SB} = (a;0;-a)$ .

Mặt phẳng  $(SAC)$  có vectơ pháp tuyến  $n_1 = (-1;1;0)$ .

Mặt phẳng  $(SBC)$  có vectơ pháp tuyến  $n_2 = (1;0;1)$ .

Suy ra  $\cos((SAC);(SBC)) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow ((SAC);(SBC)) = 60^\circ$ .

#### Câu 10.

Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Vinaphone được đặt ở vị trí  $I(1; -2; -3)$  và được thiết kế bán kính phủ sóng là  $5000m$ .



Nhà bạn Minh Hiền và bạn Trúc Linh có vị trí tọa độ lần lượt là  $M(1;2;0)$  và  $N(-3;1;0)$ . Hỏi Minh Hiền và Trúc Linh dùng điện thoại tại nhà thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm này không?

#### Lời giải

Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian là:

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 25$$

- Ta có:  $IM = \sqrt{(1-1)^2 + (2+2)^2 + (0+3)^2} = 5$

Vì  $IM = R = 5$  nên điểm  $M(1; 2; 0)$  nằm trên mặt cầu . Vậy bạn Minh Hiền có thể sử dụng dịch vụ của trạm này.

- Ta có:  $IN = \sqrt{(-3-1)^2 + (1+2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{34} > 5$

Vì  $IN > R$  nên điểm  $N(-3; 1; 0)$  nằm ngoài mặt cầu . Vậy bạn Trúc Linh không thể sử dụng dịch vụ của trạm này.