**Bài 86**: Cho đường tròn (O), M là một điểm nằm ngoài đường tròn (O). Qua M vẽ hai tiếp tuyến với đường tròn (O), (A, B là tiếp điểm). MPQ là một cát tuyến không đi qua tâm của đường tròn ( P nằm giữa M và Q). Qua P vẽ đường thẳng vuông góc với OA cắt AB, AQ lần lượt tại R và S. Gọi N là trung điểm của PQ.

a)Chứng minh năm điểm M,A, N, O, B cùng thuộc một đường tròn. Chỉ ra bán kính của đường tròn đó.

b) Chứng minh tứ giác PRNB nội tiếp.

c) Chứng minh RP = RS

Giải:



a/ Chứng minh: năm điểm M,A, N, O, B cùng thuộc một đường tròn

Xét (O) có : ON là 1 phần đường kính

 PQ là dây không đi qua tâm

 

 N là trung điểm PQ

 tại N 

Xét (O) có MA, MB lần lượt là tiếp tuyến tại A và B



Có : N thuộc đường tròn đường kính OM (1)

A thuộc đường tròn đường kính OM (2)

B thuộc đường tròn đường kính OM (3)

Từ (1) (2) và (3) có N ,A, B, C, M thuộc cùng một đường tròn đường kính OM , bán kính 

b/ Chứng minh: Tứ giác PRNB nội tiếp

Xét đường tròn đường kính OM:

 ( góc nội tiếp cùng chắn )

Mà ( đồng vị do PS//MA)



Xét tứ giác PRNB:

 (cmt)

Mà B, P là hai đỉnh kề nhau

 PRNB là tứ giác nội tiếp

c/ Chứng minh: RP = RS

Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác PRNB, có:

( 2 góc nội tiếp cùng chắn )

Xét đường tròn (O) có  (2 góc nội tiếp cùng chắn )



Mà M là trung điểm PQ

 R là trung điểm PS

RP = RS

 

**Bài 87**: Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O; R) vẽ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O), ( A, B là các tiếp điểm). Gọi C là một điểm trên cung lớn AB của đường tròn (O). Vẽ AH vuông góc với BC tại H.Gọi I là trung điểm của AH, CI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E, ME cắt đường tròn ( O) tại điểm thứ hai là F, MO cắt AB tại K.

a) Chứng minh tại K

b) Chứng minh : 

c) Chứng minh : 

d) Chứng minh tứ giác MEKB nội tiếp, OM tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác MEA

Giải:



a)Chứng minh tại K

Xét đường tròn (O) có MA, MB lần lượt là 2 tiếp tuyến cắt nhau tại M

MA = MB

Mà OA = OB ( = R)

MO là đường trung trực của AB

tại K

b) Chứng minh : 

Xét đường tròn (O) có  là góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung AE, chắn 

 là góc nội tiếp chắn 







c/ Chứng minh : 

Có MO là đường trung trực của AB



K là trung điểm AB

IK là đường trung bình của tam giác AHB



Mà 

IK // CB

(đồng vị) (1)

Xét đường tròn (O) có( góc nội tiếp chắn ) (2)

Từ (1)(2) suy ra 

Xét tứ giác EAIK có:  (cmt)

Mà A, I là hai đỉnh kề nhau

Tứ giác EAIK nội tiếp



Mà 

d) Chứng minh tứ giác MEKB nội tiếp, OM tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác MEA

Xét  có AO là đường trung tuyến và 

vuông tại E



Xét tứ giác MEKB có :



Mà E, K là hai đỉnh kề nhau

Tứ giác MEKB nội tiếp



Mà  ( cùng chắn )



OM là tiếp tuyến tại M của đường tròn ngoại tiếp 

**Bài 88**: Cho đường tròn (O; R) và điểm S sao cho SO = 2R. Vẽ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (O), ( A, B là tiếp điểm) và cát tuyến SMN không đi qua tâm O. Gọi I là trung điểm của MN.

a)Chứng tỏ năm điểm S, A, O, I, B cùng thuộc một đường tròn. SAB là tam giác gì?

b) Chứng minh: 

c) Kẻ MH vuông góc với OA tại H và cắt AN, AB tại D và E. Chứng minh tứ giác IEMB nội tiếp.

d) Chứng minh ED = EM.

Giải:



a/ Chứng tỏ năm điểm S, A, O, I, B cùng thuộc một đường tròn. SAB là tam giác gì?

 Xét đường tròn (O) có : SA, SB lần lượt là 2 tiếp tuyến cắt nhau tại S ( A, B là 2 tiếp điểm)



Lại có, OI là 1 phần đường kính, MN là dây không đi qua tâm

Mà I là trung điểm MN

  tại I 

A, B, O, I, S cùng thuộc một đường tròn đường kính OS

Xét đường tròn (O) có SA, SB là 2 tiếp tuyến cắt nhau tại S  SA = SB

 cân tại S

b/ Chứng minh: 

Xét đường tròn (O) có là góc tạo bởi tiếp tuyến SA và dây AM, chắn 

là góc nội tiếp chắn





c/ Chứng minh tứ giác IEMB nội tiếp.

Ta có: S, A ,O, B, I cùng thuộc 1 đường tròn (cma)

tứ giác AOIB nội tiếp



Xét tứ giác OIHM :



tứ giác IOHM nội tiếp



Từ (1)(2) có 

Xét tứ giác IEMB có (cmt)

B, M là 2 đỉnh kề nhau

tứ giác IEMB nội tiếp

d/ Chứng minh ED = EM.

tứ giác IEMB nội tiếp



Xét đường tròn (O) có : ( 2 góc nội tiếp cùng chắn ) (4)

Từ (3) (4) có :



Mà I là trung điểm MN

E là trung điểm DM

ED = EM