

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN TRẮC NGHIỆM

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Câu 1. Cho hai vector a, b thỏa mãn: $|a| = 26; |b| = 28; |a + b| = 48$. Độ dài vector $a - b$ bằng?

- A. 25. B. $\sqrt{616}$. C. 9. D. $\sqrt{618}$.

Câu 2. Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , M là điểm thay đổi trên SO . Tỉ số $\frac{SM}{SO}$ sao cho $P = MS^2 + MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ nhỏ nhất là bao nhiêu?

- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{4}{5}$. C. 1. D. 2.

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Xác định vị trí của M để $|MA + MB + MC + MD|$ nhỏ nhất.

- A. M trùng I . B. M trùng J . C. M trùng G . D. M trùng A .

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , Xác định vị trí của M để $|MA + MB + MC + MD|$ đạt giá trị nhỏ nhất

- A. M trung điểm IJ . B. M trung điểm AB .
C. M trung điểm CD . D. M trung điểm AC .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , M là điểm thay đổi trên SO . Tính tỉ số $\frac{SM}{SO}$ sao cho $P = MS^2 + MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc, $AB = 4 \text{ cm}$, $AC = 5 \text{ cm}$, $AD = 6 \text{ cm}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Độ dài đoạn thẳng AG bằng (đơn vị cm)

- A. $\frac{\sqrt{77}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{77}}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{60\sqrt{469}}{469}$. D. $\frac{\sqrt{469}}{60}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a ; $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$, M là trung điểm của BC . Gọi α là góc giữa hai vector $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{SD}$, giá trị của $\cos \alpha$ bằng :

- A. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{10}$. B. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{10}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 4$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm $A'D', CC'$. Tính $|\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{DK}|$?

- A. $4\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $\sqrt{10}$. D. $4\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 2 cm. Gọi G là trọng tâm tam giác $B'C'D'$, I là trung điểm của AB' . Độ dài đoạn thẳng IG bằng (đơn vị cm)

- A. $\frac{\sqrt{26}}{3}$. B. $\frac{26}{3}$. C. $\frac{\sqrt{26}}{6}$. D. $\frac{26}{\sqrt{6}}$.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ cạnh a . Gọi M là điểm thuộc cạnh BG , N là trọng tâm của $\triangle AEF$. Đặt $x = \frac{BM}{BG}$. Biết $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{HN}$, hỏi giá trị của x thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $\left(\frac{1}{10}; \frac{1}{5}\right)$. B. $\left(\frac{1}{5}; \frac{3}{10}\right)$. C. $\left(\frac{3}{10}; \frac{2}{5}\right)$. D. $\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\angle ASB = \angle BSC = \angle CSA$. Tính số đo của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

- A. 60° . B. 120° . C. 45° . D. 90° .

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = 1$ cm và $\angle BAC = \angle BAD = 60^\circ, \angle CAD = 90^\circ$. Gọi I là điểm trên cạnh AB sao cho $AI = 3IB$ và J là trung điểm của CD . Độ dài đoạn thẳng IJ bằng (đơn vị cm)

- A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 13. Cho tam giác ABC có điểm O thỏa mãn: $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Tam giác ABC đều. B. Tam giác ABC cân tại C .
C. Tam giác ABC vuông tại C . D. Tam giác ABC cân tại B .

Câu 14. Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của AB . Tìm điểm M sao cho biểu thức $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. M trung điểm ID . B. M trung điểm IC .
C. M trung điểm AB . D. M trung điểm CD .

Câu 15. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I và K lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{A'C'}$. B. Bốn điểm I, K, C, A đồng phẳng.
C. $\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{BC}$. D. Ba vectơ $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{IK}; \overrightarrow{B'C'}$ không đồng phẳng.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Xác định vị trí của M để $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$ nhỏ nhất.

- A. M trùng I . B. M trùng J . C. M trùng G . D. M trùng A .

Câu 17. Cho hai điểm điểm A, B . Gọi I là điểm thuộc đoạn AB sao cho $IA = 2IB$, J là trung điểm của AC . Tìm điểm M sao cho biểu thức $P = \left| \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

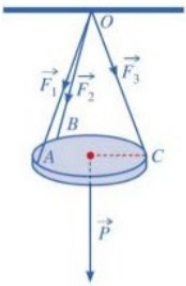
A. $M \equiv A$

B. $M \equiv I$

C. $M \equiv B$

D. $M \equiv J$

Câu 18. Một tấm sắt tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn bằng nhau $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}|$. Biết trọng lượng P của tấm sắt tròn đó bằng $2025\sqrt{3} \text{ (N)}$. Tính lực căng của dây treo tấm sắt tròn đó.



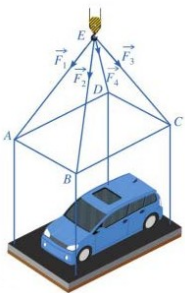
A. $2025\sqrt{3}$

B. $\frac{2025}{3}$

C. 2025

D. $\frac{2025\sqrt{3}}{3}$

Câu 19. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiến cần cầu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° như hình vẽ. Chiếc cần cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ 5000 (N) và trọng lượng khung sắt là 2000 (N) . Trọng lượng của chiếc xe ô tô gần nhất số nào sau đây?



A. 15321 (N)

B. 6660 (N)

C. 5000 (N)

D. 10000 (N)

Câu 20. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiến cần cầu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° như hình vẽ. Chiếc cần cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ 5000 (N) và trọng lượng khung sắt là 2000 (N) . Trọng lượng của chiếc xe ô tô gần nhất số nào sau đây?

A. 15321 (N)

B. 6660 (N)

C. 5000 (N)

D. 10000 (N)

Câu 21. Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 120° và có độ lớn lần lượt là 20 N và 15 N . Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 10 N . Tính độ lớn hợp lực của ba lực trên.

A. $5\sqrt{15}$.

B. $5\sqrt{13}$.

C. $5\sqrt{17}$.

D. $5\sqrt{5}$.

PHẦN TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC A'B'C'$ đáy là tam giác đều cạnh $2a, AA' = a\sqrt{3}$. H, K lần lượt là trung điểm $BC, B'C'$. Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

a) Độ dài của vector $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AH}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

b) Hai vector $\overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{KA'}$ là hai vector cùng phương, cùng hướng.

c) Góc giữa hai vector $\overrightarrow{A'H}$ và $\overrightarrow{AH}$ bằng 60° .

d) Tích vô hướng $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{AB'} = \frac{5a^2}{2}$.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = 0$ với E là trung điểm MN .

b) Vec tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng.

c) Điểm I xác định bởi $P = 3\overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + \overrightarrow{IC}^2 + \overrightarrow{ID}^2$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị nhỏ nhất của P là $2a^2$.

d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

Câu 3. Cho hình chóp $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc, cạnh $AB = AC = a$, M là trung điểm của CB , H là trung điểm của MD . Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai?

a) Góc giữa vector $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 60° .

b) $\overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}{4}$

c) $\overrightarrow{DM} = \frac{\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}}{-2}$

d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{a^2}{4}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng: cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD . Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

a) Hai vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vector cùng phương, cùng hướng.

b) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60° .

c) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$$

d) Tích vô hướng

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Trên các cạnh CD và BB' ta lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $DM = BN = x$ với $0 \leq x \leq a$. Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

b) Gọi K là trung điểm AD khi đó $\overrightarrow{C'K} = \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{C'D'} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C'B'}$.

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{B'D'} = a^2$.

d) Góc giữa vectơ $\overrightarrow{AC'}$ và $\overrightarrow{MN}$ bằng 60° .

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác $\triangle BDA'$ và $\triangle CB'D'$. Khi đó:

a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{C'A'} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB}$

c) Biết $\overrightarrow{B'G'} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AD} + k\overrightarrow{AA'}$, khi đó $m + n + k = 1$

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 4\overrightarrow{AG}$

Câu 7. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bằng a , $\angle BAD = 120^\circ$,

$SA = SC$, $SB = SD$ và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi P là điểm trên đường thẳng BD sao cho $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$.

a) $(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BO}) = 135^\circ$

b) $|\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}| = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

c) I là trung điểm đoạn BC . Khi đó: $\overrightarrow{SI} \cdot \overrightarrow{BD} = \frac{3a^2}{4}$.

d) $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| \Leftrightarrow M$ thuộc mặt cầu tâm O bán kính $\frac{a}{2}$.

Câu 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ a và b thỏa mãn $|a| = 2$, $|b| = 3$ và $(a, b) = 60^\circ$.

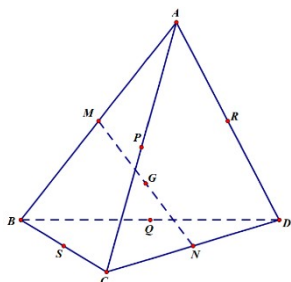
a) $ab = \sqrt{3}$.

b) $|a + b| = \sqrt{19}$.

c) $|a - 2b| = 28$

d) $|a - b| = \sqrt{7}$

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S, G lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng $AB, CD, AC, BD, AD, BC, MN$.



a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \mathbf{0}$

b) $MR = SN$

c) $|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi điểm I trùng với điểm G .

d) $2\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2a, CD = 2b$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD và $IJ = 2c$, M là một điểm bất kỳ và G là trọng tâm của tứ diện. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$

c) Giá trị nhỏ nhất của $P = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ bằng $2(a^2 + b^2 + 2c^2)$

d) $MA^2 + MB^2 = 2MI^2$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3, SB = 4, SC = 5, \angle ASB = 30^\circ, \angle BSC = 60^\circ, \angle ASC = 90^\circ$; M, N lần lượt là trung điểm SA, BC ; G là trọng tâm tam giác ABC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $SG = \frac{\sqrt{70 + 12\sqrt{3}}}{3}$

b) $AB = \sqrt{25 - 12\sqrt{3}}$

c) $AN > 3$

d) $MN = \frac{35 - 6\sqrt{3}}{2}$

Câu 12. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I và K lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$.

Khi đó:

a) Ba vector $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{IK}; \overrightarrow{B'C'}$ không đồng phẳng

b) $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2} \overrightarrow{A'C'}$

c) $\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{BC}$

d) $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Câu 13. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 1. Điểm M là trung điểm cạnh BC .

a) Cosin của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{BD}$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

b) Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ bằng 0.

c) Khi điểm P thay đổi, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \overrightarrow{PA} \cdot (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD})$ bằng $-\frac{1}{2}$.

d) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 60° .

Câu 14. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Trên các cạnh AA' , CC' lần lượt lấy các điểm M , N sao cho $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NC'}$. Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

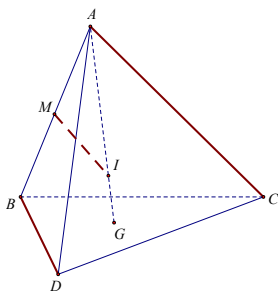
a) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{AM}$ là $\frac{3a}{2}$.

b) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AN}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60° .

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$.

d) Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{A'C'} = 2a^2$.

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm của tam giác BCD , M là trung điểm AB . Gọi I là điểm thuộc đoạn thẳng AG sao cho $4AI = 3AG$ (tham khảo hình vẽ).



a) $\overrightarrow{IA} = 4\overrightarrow{IG}$.

b) $4\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

c) $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{MI}$ đồng phẳng.

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh cùng bằng 2. Gọi I là tâm của đáy $ABCD$. Chọn **đúng** hoặc **sai** cho mỗi khẳng định dưới đây?

(SCD)

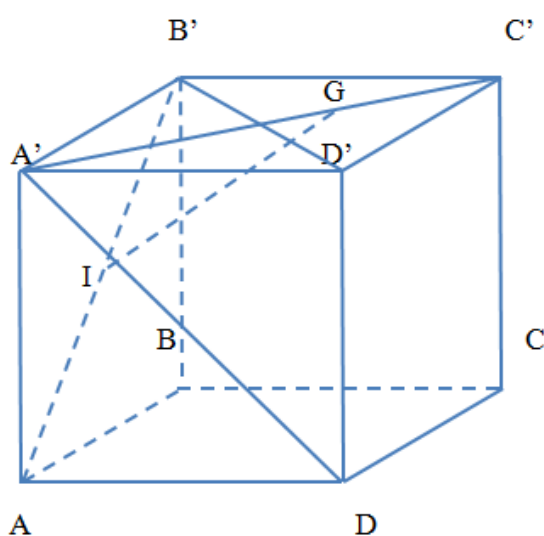
a) Giả sử K là điểm thay đổi trên mặt phẳng . Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD}$ bằng $\frac{4\sqrt{6}}{3}$.

b) Giả sử N là một điểm thay đổi trong không gian. Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = NA^2 + NB^2 + NC^2 + ND^2$ bằng 4.

c) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SI}$.

d) $4\overrightarrow{MS} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0} \Leftrightarrow M$ là trung điểm của SI .

Câu 17. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G là trọng tâm tam giác $B'C'D'$, I là trung điểm của AB' .



a) $\overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'}$.

b) $\cos(\overrightarrow{A'D}, \overrightarrow{IG}) = \frac{\sqrt{13}}{26}$.

c) $6\overrightarrow{IG} = 3\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AD}$.

d) $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AD}$.

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$; Các điểm M, N lần lượt thuộc các đường thẳng CA và DC' sao cho $\overrightarrow{MC} = m\overrightarrow{MA}$; $\overrightarrow{ND} = m\overrightarrow{NC'}$. Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{BB'} = \vec{b}$; $\overrightarrow{BC} = \vec{c}$

a) $\overrightarrow{BD'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

b) $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{1-m}\vec{a} - \frac{m}{1-m}\vec{b} + \vec{c}$.

c) $m = \frac{1}{2}$ thì $MN \parallel BD'$.

d) $\overrightarrow{BM} = \frac{\vec{c} - m\vec{a}}{1-m}$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Điểm I là trung điểm của EF và G là trọng tâm của tam giác BCD . Chọn **đúng** hoặc **sai** cho mỗi khẳng định a), b), c), d) dưới đây?

a) $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$

b) Giả sử tứ diện $ABCD$ đều có cạnh bằng 3 và N là một điểm thay đổi trên mặt phẳng (BCD) . Khi đó biểu thức $Q = NA^2 + NB^2 + NC^2 + ND^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 15.

c) Biểu thức $P = |\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow M \equiv G$.

d) $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AI}$

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có E, F, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Chọn **đúng** hoặc **sai** cho mỗi khẳng định a), b), c), d) dưới đây?

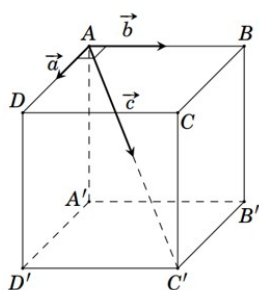
a) $\vec{NA} + 2\vec{NB} + \vec{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow N \equiv F$

b) Giả sử điểm P thay đổi trong không gian. Biểu thức $T = |\vec{PA} + \vec{PB} + 2\vec{PC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow P$ là trung điểm của CE .

c) $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow M \equiv G$

d) Giả sử tam giác ABC đều có cạnh bằng $\sqrt{3}$ và điểm Q thay đổi trong không gian. Biểu thức $S = QA^2 + QB^2 + QC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 3.

Câu 21. Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực a, b, c lần lượt cùng hướng với $\vec{AD}, \vec{AB}$ và $\vec{AC'}$ như hình vẽ. Độ lớn của các lực a, b và c tương ứng là 10N, 10N và $10\sqrt{3}$ N.



Xét tính đúng - sai của các mệnh đề sau đây:

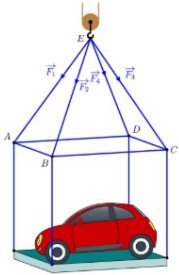
a) $a + b = c$

b) $|a + c| = |b + c|$

c) $|a + b| = 20(\text{N})$

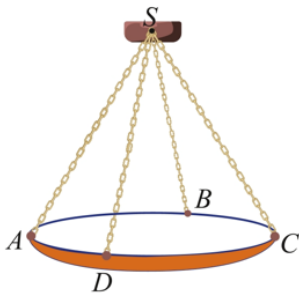
d) $|a + b + c| = 30(\text{N})$

Câu 22. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4500 N và trọng lượng của khung sắt là 2900 N .



- a) $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$
b) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3 + \vec{F}_4$
c) $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 8000\text{ N}$ (làm tròn đến hàng đơn vị).
d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô là 12688 N (làm tròn đến hàng đơn vị).

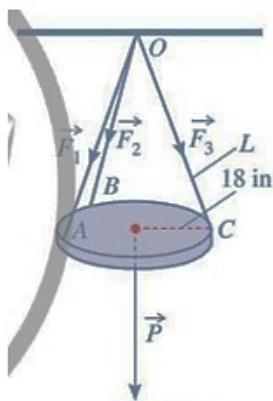
Câu 23. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5\text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S, ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 60^\circ$ (Hình).



Biết $P = mg$ trong đó g là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , P là trọng lực tác động vật có đơn vị là N , m là khối lượng của vật có đơn vị kg . Cho các kết luận dưới đây.

- a) $|\vec{SA}| = |\vec{SB}| = |\vec{SC}| = |\vec{SD}|$.
b) $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SC}, \vec{SD}$ là 4 vec tơ đồng phẳng.
c) Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{6} N$.
d) Độ lớn của trọng lực P tác động lên chiếc đèn chùm bằng 50 N .

Câu 24. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho tam giác ABC đều (Hình 38). Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L . Trọng lượng của chiếc đèn là 24 N và bán kính của chiếc đèn là 18 in ($1\text{ inch} = 2,54\text{ cm}$). Gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ trên mỗi sợi dây. Khi đó, $F = F(L)$ là một hàm số với biến số là L .

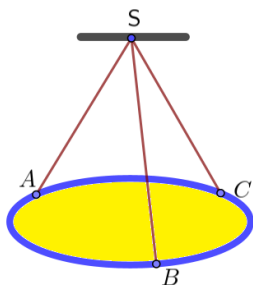


Hình 38

Xác định tính đúng, sai mỗi mệnh đề sau

- a) Hàm số $F = F(L)$ đồng biến trên khoảng $(0, 4572; +\infty)$.
- b) Chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây là $L = 0,763 \text{ m} = 76,3 \text{ cm} = 31 \text{ in}$.
- c) Công thức hàm số $F = F(L) = \frac{8L}{\sqrt{L^2 - 0,4572^2}}$ với $L > 0,4572$.
- d) Hàm số $F = F(L)$ không có cực trị.

Câu 25. Một chiếc đĩa kim loại khối lượng $4,5 \text{ (kg)}$ được treo bởi ba sợi dây không dẫn SA, SB, SC sao cho $S.ABC$ là hình chóp đều có $\angle ASB = 60^\circ$ (hình vẽ). Khối lượng dây không đáng kể; lực căng của mỗi sợi dây SA, SB, SC đặt tại điểm S tương ứng là $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau. Lấy độ lớn của gia tốc trọng trường $|\vec{g}| = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$.



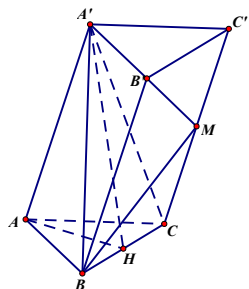
- a) $\vec{P} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$.
- b) Trọng lực $\vec{P}$ của hệ vật có độ lớn bằng $34,3 \text{ (N)}$.
- c) Độ lớn của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ bằng $14,7 \text{ (N)}$.
- d) $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 \neq \vec{F}_1 \cdot \vec{F}_3$.

PHẦN TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Cho hai vectơ a, b sao cho $|a| = \sqrt{2}$, $|b| = 2$ và hai vectơ $x = a + b$, $y = 2a - b$ vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai vectơ a và b

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác $A'BC$ đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . M là trung điểm cạnh CC' . Tính cosin góc α giữa hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{BM}$ (Kết quả lấy gần đúng 2 chữ số sau dấu phẩy)

0,52 Lời giải



Gọi H là trung điểm của BC .

Vì ABC , $A'BC$ là tam giác đều nên $AH \perp BC, A'H \perp BC$

Ta có $\begin{cases} (A'BC) \perp (ABC) \\ (A'BC) \cap (ABC) = BC \Rightarrow A'H \perp (ABC) \\ A'H \perp BC \end{cases}$ mà $AH \subset (ABC)$, suy ra $A'H \perp AH$

$$AH = A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Ta tính được

Xét $\Delta A'AH$ vuông tại H

$$AA' = \sqrt{A'H^2 + AH^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} = BB' = CC'$$

Ta có

Ta có: $AH \perp BC, A'H \perp BC \Rightarrow BC \perp (AA'H) \Rightarrow BC \perp AA'$ hay $BC \perp BB'$. Do đó: $BCC'B'$ là hình chữ nhật.

Xét ΔBMC vuông tại C , ta có

$$BM = \sqrt{BC^2 + CM^2} = \sqrt{BC^2 + \left(\frac{CC'}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{6}}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{22}}{4} = B'M$$

Áp dụng hệ quả của định lý cosin vào tam giác $BB'M$, ta có

$$\cos \angle B'BM = \frac{BM^2 + BB'^2 - B'M^2}{2 \cdot BM \cdot BB'} = \frac{BB'}{2BM} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{2}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{22}}{4}} = \frac{\sqrt{33}}{11} \approx 0,52$$

Ta có $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} \Rightarrow (\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BM}) = (\overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{BM}) = \angle B'BM$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BM}) = \cos \angle B'BM \approx 0,52$$

Đáp số: 0,52.

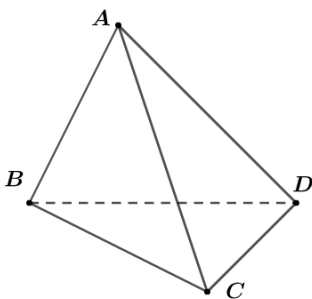
Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AC = 3MC$. Lấy N trên đoạn $C'D$ sao cho $C'N = xC'D$. Khi $MN \parallel BD'$ thì giá trị x (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

Câu 4.2. Cho hình chóp đều $O.ABC$ có các cạnh bên đôi một vuông góc với nhau và có độ dài bằng 1. Xét $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ với M là điểm bất kỳ trong không gian. Khi P đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính độ dài đoạn OM (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD , biết $AB = a, CD = a, MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tìm số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2, AD = BC = \sqrt{6}, AC = BD = 1$. Tính $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD})$.

120° **Lời giải**



Đáp số: 120°.

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$$

+ Ta có

$$= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}) - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$$

$$= 1 \cdot \sqrt{6} \cdot \cos \angle CAD - 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \cos \angle BAD \quad (1)$$

+ Áp dụng hệ quả định lý hàm số cosin cho $\triangle ACD$ và $\triangle ABD$ ta có

$$\cos \angle ADB = \frac{AC^2 + AD^2 - CD^2}{2AC \cdot AD} = \frac{3}{2\sqrt{6}} \quad \text{và} \quad \cos \angle BAD = \frac{AB^2 + AD^2 - BD^2}{2AB \cdot AD} = \frac{9}{4\sqrt{6}} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} = \sqrt{6} \cdot \frac{3}{2\sqrt{6}} - 2\sqrt{6} \cdot \frac{9}{4\sqrt{6}} = -3$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} = BC \cdot AD \cdot \cos(\angle BC, AD) \Rightarrow \cos(\angle BC, AD) = \frac{\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD}}{BC \cdot AD} = \frac{-3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = -\frac{1}{2}$$

+ Mặt khác

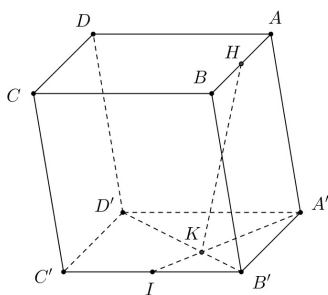
$$(\angle BC, AD) = 120^\circ$$

Vậy

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành, gọi M và N là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MS} = \mathbf{0}$, $\overrightarrow{NB} + 2\overrightarrow{NC} = \mathbf{0}$. Mặt phẳng (AMN) cắt SC tại P ; biết rằng $\overrightarrow{SP} = k\overrightarrow{SC}$. Tìm k ?

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AD} = b, \overrightarrow{AA'} = c$. Gọi I, H lần lượt là trung điểm của $B'C'$, AB và K là giao điểm của $A'I$ với $B'D'$. Biết rằng tồn tại duy nhất bộ số thực x, y, z thỏa mãn $\overrightarrow{HK} = xa + yb + zc$. Tính $2x + 2y + z$.

2 Lời giải



Đáp số: $\frac{2}{3}$.

Theo tính chất trung điểm, ta có H là trung điểm AB suy ra $\overrightarrow{HB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}a$
 K là giao điểm của $A'I$ với $B'D'$ suy ra $\frac{KB'}{KD'} = \frac{B'I}{A'D'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \overrightarrow{B'K} = \frac{1}{3}\overrightarrow{B'D'} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{A'D'} - \overrightarrow{A'B'}) = -\frac{1}{3}a + \frac{1}{3}b$

Khi đó:

$$\overrightarrow{HK} = \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'K} = \frac{1}{2}a + c - \frac{1}{3}a + \frac{1}{3}b = \frac{1}{6}a + \frac{1}{3}b + c$$

$$x = \frac{1}{6}; y = \frac{1}{3}; z = 1 \Rightarrow 2x + 2y + z = 2$$

Vậy

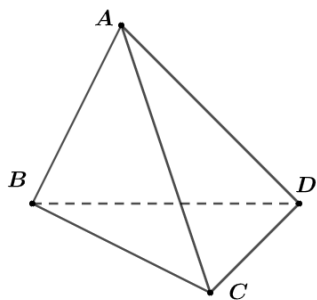
Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , M là điểm thay đổi trên SO . Tính tỉ số $\frac{SM}{SO}$ biết rằng $P = MS^2 + MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên AC

và DC' sao cho $\overrightarrow{MN} = z\overrightarrow{BD'}$. Tìm z (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = \frac{3}{2}AD$, $\angle AB = \angle BAC = 60^\circ$, $CD = AD$. Tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$. Kết quả là phân số tối giản, tính tổng tử và mẫu (dấu âm nếu có thì đặt ở tử).

3Lời giải



$$-\frac{1}{4}$$

Đáp số:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$$

+ Ta có

$$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \cdot \cos \angle BAD - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \cos \angle BAC$$

$$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \cdot \cos 60^\circ - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC})$$

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}} = \frac{\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC})}{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}} = \frac{\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}}{CD} = \frac{AD - \frac{3}{2}AD}{AD} = -\frac{1}{4}$$

Khi đó

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = -\frac{1}{4}$$

Vậy

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Gọi I là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AI = k, 0 < k < 1$. Góc giữa hai đường thẳng DI và AC' là 60° khi $k = a - \sqrt{b}$. Tính $a^2 - b$?

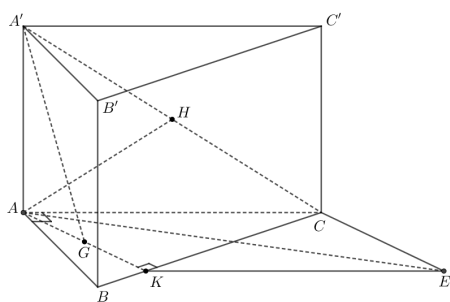
Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $SA = 4, AB = 1, AD = 2$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{DM}$. Làm tròn đến hàng đơn vị.

Câu 14. Cho hai vectơ a, b thỏa mãn: $|a| = 3, |b| = 4, |a + b| = 6$. Tính $|a - b|$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 15. Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi $M; N$ lần lượt là trung điểm của $AD; BB'$. Cosin của góc hợp bởi MN và AC' là $\frac{\sqrt{a}}{3}$. Tính a .

Câu 16. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ với đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi H, G là trung điểm của $A'C, AK$ với K là hình chiếu của A lên BC . Biết $AA' = AB = 2, AC = 2\sqrt{3}$. Tính $\left| \overrightarrow{A'G} + \overrightarrow{AH} \right|$?

2,5Lời giải



Ta có:

$$\begin{aligned} \left| \overrightarrow{A'G} + \overrightarrow{AH} \right| &= \left| \overrightarrow{A'G} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{GA} \right| = \left| \overrightarrow{A'H} + \overrightarrow{AG} \right| = \left| \frac{1}{2} \overrightarrow{A'C} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AK} \right| \\ &= \frac{1}{2} \left| \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{CE} \right| = \frac{1}{2} \left| \overrightarrow{A'E} \right| = \frac{1}{2} A'E \end{aligned}$$

Với E là điểm thỏa: $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{CE}$

Mặt khác:

$$CE = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \sqrt{3}$$

$$AE^2 = CA^2 + CE^2 - 2CA \cdot CE \cdot \cos \angle ACE = (2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 120^\circ = 21$$

$$A'E = \sqrt{AA'^2 + AE^2} = \sqrt{4 + 21} = 5$$

$$\left| \overrightarrow{A'G} + \overrightarrow{AH} \right| = \frac{1}{2} A'E = \frac{5}{2}$$

Vậy:

$$\left| \overrightarrow{A'G} + \overrightarrow{AH} \right| = \frac{1}{2} A'E = 2,5$$

Đáp số:

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3; AD = 4$; SA vuông góc với mặt đáy $SA = 2\sqrt{6}$. Tính $\cos(\angle SC; BD)$. Kết quả là phân số tối giản, tính tổng tử và mẫu. (dấu âm nếu có thì đặt ở tử)

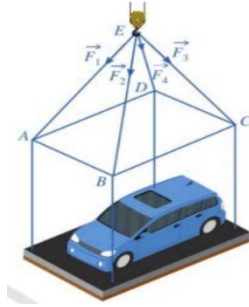
Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{a}; \overrightarrow{BB'} = \vec{b}; \overrightarrow{BC} = \vec{c}$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm nằm

trên AC và DC' sao cho $\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{BD'}$. Tính tỷ số $\frac{MN}{BD'}$. Kết quả là phân số tối giản, tính tổng tử và mẫu.

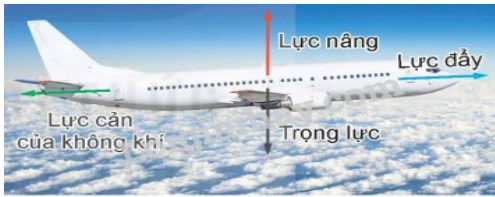
Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của $D'C'$ và G là trọng tâm $\Delta A'D'C'$. Tính tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AC'}$ và $\overrightarrow{A'G}$. Kết quả là $k \cdot a^2$, giá trị của k là

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy các điểm M và N lần lượt thuộc AD và BC sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MD}; \overrightarrow{NB} = -3\overrightarrow{NC}$. Biết $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{CD} = \vec{b}$. Hãy biểu diễn vectơ $\overrightarrow{MN}$ theo $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Tổng các hệ số là

Câu 21. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật ABCD, mặt phẳng (ABCD) song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cầu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng (ABCD) một góc bằng 45° . Chiếc cần cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết trọng lượng chiếc xe ô tô là 4000 N và trọng lượng khung sắt là 2000 N ; cường độ các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ là bằng nhau. Tính cường độ lực căng $\vec{F}_1$. Làm tròn đến hàng đơn vị



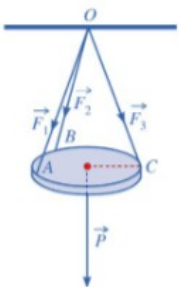
Câu 22. Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của 4 lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học (hình ảnh 2.20).



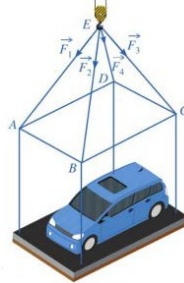
Hình 2.20

Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ $900(\text{km/h})$ lên $920(\text{km/h})$, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc $900(\text{km/h})$ và $920(\text{km/h})$ lần lượt biểu diễn bởi hai véc tơ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ với $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ ($k \in \mathbb{R}; k > 0$). Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 23. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đều có độ lớn bằng $60(\text{N})$. Cho biết các đường thẳng OA, OB, OC cùng tạo với mặt phẳng ngang một góc bằng 30° . Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.



Câu 24. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiến cần cầu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° như hình vẽ. Chiếc cần cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ $5000(N)$ và trọng lượng khung sắt là $2000(N)$. Tính cân bằng hai trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn đến hàng đơn vị).

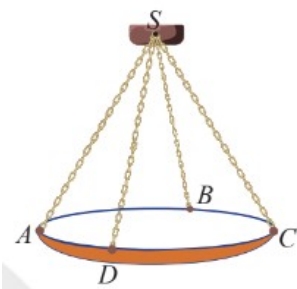


Câu 25. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho tam giác ABC đều. Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L . Trọng lượng của chiếc đèn là $27N$ và bán kính của chiếc đèn là $0,5m$.



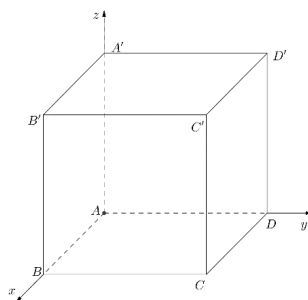
Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây, biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là $12N$. (Chiều dài tính theo đơn vị cm và làm tròn đến 1 số sau phần thập phân)

Câu 26. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5kg$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 60^\circ$. Gọi $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn $10m/s^2$. Tìm độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích. Làm tròn đến hàng đơn vị

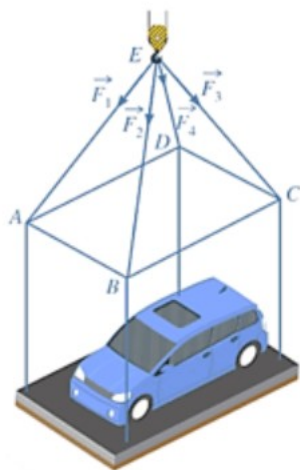


Câu 27. Ông An muốn xây một cái bể chứa nước mưa không có nắp dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy là hình vuông có thể tích là $32m^3$. Bể được gắn vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với điểm A

trùng gốc tọa độ O và điểm $D'(a;b;c)$. Với chi phí xây dựng là 600.000 đồng/m^2 , hãy tính $a+b+c$ để bể được xây dựng với chi phí tiết kiệm nhất.

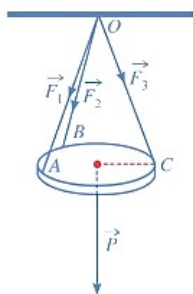


Câu 28. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được đặt vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp $EA; EB; EC; ED$ bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết các lực căng $\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4800 N , trọng lượng của cả khung sắt chứa xe ô tô là $7200\sqrt{6} \text{ N}$. Tính $\sin \alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



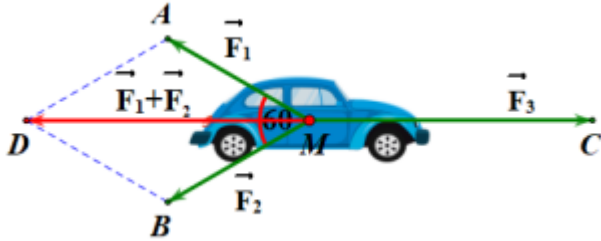
Hình 16

Câu 29. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Biết khối lượng các sợi dây không đáng kể, các lực căng của sợi dây đặt tại điểm O là $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau và bằng 15 N . Trọng lượng của chiếc đèn đó bằng bao nhiêu newton (N)? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 30. Cho ba lực $\vec{F}_1 = M\vec{A}$, $\vec{F}_2 = M\vec{B}$, $\vec{F}_3 = M\vec{C}$ cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng 25 N và góc $\angle AMB = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực $\vec{F}_3$ là (Kết quả

làm tròn đến hàng phần mười)



43,3 Lời giải

Đáp số: 43,3

- Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD}$ (Với D là điểm sao cho $AMBD$ là hình bình hành).

$$MA = |\vec{MA}| = |\vec{F}_1| = 25N$$

- Ta có:

$$MB = |\vec{MB}| = |\vec{F}_2| = 25N$$

- Do $\angle AMB = 60^\circ$ nên $\triangle MAB$ là tam giác đều. Khi đó: $MD = 2 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}$

- Do ô tô đứng yên nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$

$$\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \Rightarrow |\vec{F}_3| = |-(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)| = |\vec{DM}| = MD = 25\sqrt{3}(N)$$

Suy ra:

$$|\vec{F}_3| = 25\sqrt{3} \approx 43,3(N)$$

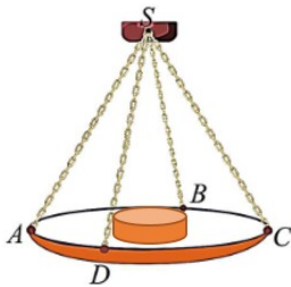
Vậy cường độ của $\vec{F}_3$ là

Câu 31. Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của bốn lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học. Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900 km/h và 920 km/h lần lượt được biểu diễn bởi hai vector $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$. Biết $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ với k là một số thực dương nào đó. Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Câu 32. Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng $m = 3\text{ kg}$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S, ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 90^\circ$. Biết độ lớn của

lực căng cho mỗi sợi xích có dạng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?

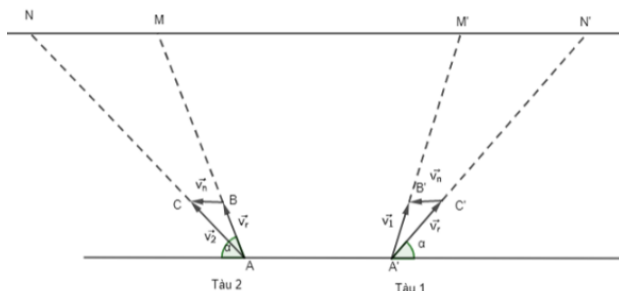


Câu 33. Hai con tàu xuất phát cùng lúc từ bờ bên này sang bờ bên kia của dòng sông với vận tốc riêng không đổi và có độ lớn bằng nhau. Hai tàu luôn giữ được lái sao cho chúng tạo với bờ cùng một góc nhọn nhưng một tàu hướng xuống hạ lưu, một tàu hướng lên thượng nguồn (hình bên). Vận tốc dòng nước là đáng kể, các yếu tố bên ngoài khác không ảnh hưởng tới vận tốc của các tàu. Hỏi tàu nào sang bờ bên kia trước? (Học sinh ghi số 1 hoặc số 2 vào ô đáp án)



2Lời giải

Đáp số: 2



Ta biểu thị hai bờ sông là hai đường thẳng song song d_1, d_2 .

Giả sử tàu 1 xuất phát từ $A' \in d_1$ và bánh lái luôn được giữ để tàu tạo với bờ một góc α . Gọi $\vec{v}_r, \vec{v}_n$ lần lượt là vận tốc riêng của tàu và vận tốc dòng nước. Gọi B', C' là các điểm sao cho $\vec{v}_r = \vec{A'C'}, \vec{v}_n = \vec{C'B'}$. Khi đó tàu chuyển động với vector vận tốc thực tế là

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_r + \vec{v}_n = \vec{A'C'} + \vec{C'B'} = \vec{A'B'}.$$

Xét $\triangle A'B'C'$, có $\angle C'B'A' = \alpha$ (hai góc so le trong)

$$|\vec{v}_1|^2 = |\vec{v}_r|^2 + |\vec{v}_n|^2 - 2|\vec{v}_r||\vec{v}_n|\cos\alpha$$

Giả sử tàu 2 xuất phát từ $A \in d_1$ và bánh lái luôn được giữ để tàu tạo với bờ một góc α . Gọi $\vec{v}_r, \vec{v}_n$ lần lượt là vận tốc riêng của tàu và vận tốc dòng nước. Gọi B, C là các điểm sao cho $\vec{v}_r = \vec{AB}, \vec{v}_n = \vec{BC}$.

Khi đó tàu chuyển động với véctor vận tốc thực tế là

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_r + \vec{v}_n = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}.$$

Xét $\triangle ABC$, có: $\angle ABC = 180^\circ - \alpha$

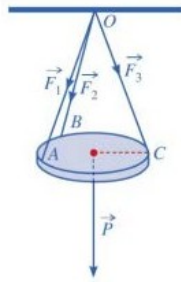
$$|\vec{v}_2|^2 = |\vec{v}_r|^2 + |\vec{v}_n|^2 - 2|\vec{v}_r||\vec{v}_n|\cos(180^\circ - \alpha) = |\vec{v}_r|^2 + |\vec{v}_n|^2 + 2|\vec{v}_r||\vec{v}_n|\cos\alpha.$$

Vì $0 < \alpha < 90^\circ$ nên $\cos\alpha > 0$. Do đó

$$|\vec{v}_2|^2 = |\vec{v}_r|^2 + |\vec{v}_n|^2 + 2|\vec{v}_r||\vec{v}_n|\cos\alpha > |\vec{v}_1|^2 = |\vec{v}_e|^2 + |\vec{v}_n|^2 - 2|\vec{v}_e||\vec{v}_n|\cos\alpha$$

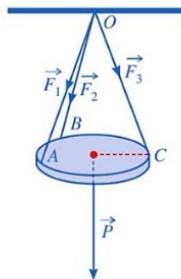
Vì độ dài hai quãng đường AN và $A'M'$ của tàu 2 và tàu 1 chênh nhau không đáng kể và vận tốc tàu 2 lớn hơn tàu 1 nên tàu 2 là tàu đi qua bờ bên kia trước.

Câu 34. Một tấm gỗ tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 10(N)$ (xem hình vẽ).



Tính trọng lượng P của tấm gỗ tròn đó. Tính bình phương kết quả nhận được.

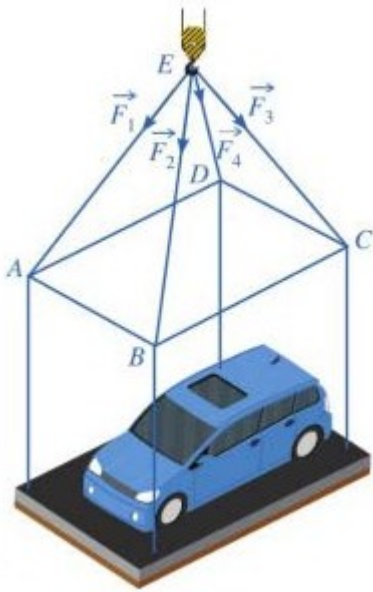
Câu 35. Một chiếc đèn trang trí hình tròn được treo song song với mặt phẳng trần nhà nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn OA, OB, OC đôi một vuông góc (như hình vẽ dưới đây). Biết lực căng dây tương ứng trên mỗi dây OA, OB, OC lần lượt là $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ thỏa mãn $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 16$ (N). Tính trọng lượng (đơn vị: N) của chiếc đèn đó. (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



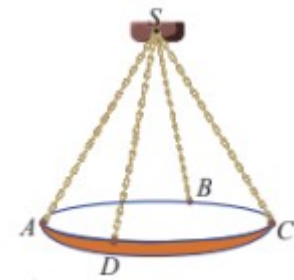
Câu 36. Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N . Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N . Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.

Câu 37. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được

buộc vào móc E của chiến cân cầu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° (như hình vẽ). Chiếc cân cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ $500(N)$ và trọng lượng khung sắt là $200(N)$. Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (đơn vị (N)), kết quả làm tròn đến hàng đơn vị?



Câu 38. Một chiếc đèn chùm có khối lượng $m = 10(kg)$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn cáp SA, SB, SC, SD cùng chất liệu và không đàn hồi sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều (xem hình vẽ). Biết rằng gia tốc rơi tự do là $g = 10(m/s^2)$



Tìm độ lớn của lực căng (đơn vị (N)) của mỗi sợi dây cáp.

----- HẾT -----