|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC YÊN THÀNH** | **ĐỀ THI HSG CỤM TRƯỜNG LẦN 1**  **NĂM HỌC: 2022 - 2023\_MÔN THI: TOÁN 8**  **(Thời gian 120 phút không kể thời gian giao đề)** |

**Câu 1** *(4,0 điểm)*

1. Cho biểu thức 

Tìm điều kiện xác định và Rút gọn biểu thức Q.

2. Tìm số hữu tỉ *x* để biểu thức  có giá trị là một số nguyên dương.

**Câu 2** *(6,0 điểm)*

a) Chứng minh  chia hết cho 30 với mọi *n* ∈ N.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên (*x; y*) thỏa mãn phương trình:



c) Giải phương trình .

**Câu 3** *(3,0 điểm)*

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

b) Cho *a, b >* 0 và *a + b =* 1. Chứng minh rằng: 

**Câu 4** *(7,0 điểm)*

1. Cho hình vuông *ABCD*, có độ dài mỗi cạnh bằng *a*. *M* là một điểm tuỳ ý trên đường chéo *BD*. Kẻ *ME* ⊥ *AB*, *MF* ⊥ *AD.*

a) Chứng minh *DE = CF.*

b) Chứng minh ba đường thẳng *DE, BF, CM* đồng quy.

c) Xác định vị trí của điểm *M* để diện tích tứ giác *AEMF* đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

2. Cho 17 điểm nằm trong mặt phẳng, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Nối các điểm này lại bằng các đoạn thẳng và tô màu xanh, đỏ hoặc vàng. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác có các cạnh cùng màu.

**--------------HẾT--------------**

ĐÁP ÁN

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Câu | Ý | Đáp án | Điểm |
| 1  4 đ | a  2,5 đ | ĐKXĐ: *x* ≠ 0; *x* ≠ -1; *x* ≠ 2 | 0,5  0,5  0,5  0,5  0,5 |
| b  1,5 đ | Ta có  Mà P nguyên dương nên P = 1; P = 2.  +) P = 1 => x= -1/2 T/m  +) P = 2 => x = - 2 T/m. | 0,75  0,75 |
| 2  6 đ | a  2 đ | n5 - n = n(n4 - 1) = n(n - 1)(n + 1)(n2 + 1)  = (n - 1).n.(n + 1)(n2 + 1) chia hết cho 6 vì (n - 1).n.(n+1) là tích của ba số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 2 và 3 (\*)  Mặt khác n5 - n = n(n2 - 1)(n2 + 1) = n(n2 - 1).(n2 - 4 + 5)  = n(n2 - 1).(n2 - 4 ) + 5n(n2 - 1)  = (n - 2)(n - 1)n(n + 1)(n + 2) + 5n(n2 - 1)  Vì (n - 2)(n - 1)n(n + 1)(n + 2) là tích của 5 số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 5 và 5n(n2 - 1) chia hết cho 5.  Suy ra (n - 2)(n - 1)n(n + 1)(n + 2) + 5n(n2 - 1) chia hết cho 5.  (\*\*).  Từ (\*) và (\*\*) suy ra điều phải chứng minh. | 0,25  0,5  0,5  0,5  0,25 |
| b  2 đ | +) x2 – 25 = y(y + 6)  ⇔ x2 – (y + 3)2 = 16  ⇔ (x + y + 3)(x – y – 3) = 16  Ta có bảng sau:   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | x - y | 7 | -1 | 5 | 1 | 11 | -5 | 4 | 2 | 19 | -13 | | x + y | 1 | -7 | 5 | -11 | -1 | -5 | 13 | -19 | -2 | -4 |   Vậy các cặp số nguyên phải tìm là:  (4; -3), (-4; -3), (5; 0), (-5; -6), (5; -6), (-5; 0) | 0,5  0,25  0,5  0,75 |
| c  2 đ | Đặt x2 + x = t thì phương trình đã cho trở thành:  t2 + 4t -12 = 0  ⇔ (t – 2)(t + 6) = 0  => Tìm được t = -6 hoặc t = 2  +) t = -6 ⇔ x2 + x = -6 ⇔ ( x + 1/2 )2 + 23/4 = 0 (phương trình vô nghiệm)  +) t = 2 ⇔ x2 + x = 2 ⇔ (x -1)(x +2) = 0  => x = 1 hoặc x = -2.  Vậy tập nghiệm của phương trình là S = {1; -2} | 0,5  0,25  0,5  0,5  0,25 |
| 3  3đ | a  1,5 đ | Đặt    Vậy min A = 2 khi x = 2. | 0,5  0,5  0,5 |
| b  1,5 đ | Ta có:    Mà a + b = 1 =>    Dấu "=" có ⬄ | 0,5  0,5  0,25  0,25 |
| 5  7đ | 1a  2,0đ | +) Xét tứ giác AEMF có ∠A = ∠E = ∠F = 90 nên tứ giác AEMF là hình chữ nhật => AE = FM  +) Tam giác DFM vuông cân tại F => FM = DF  => AE = DF => dễ dàng chứng minh được Δ ADE = Δ DCF (c-g-c)  suy ra DE = CF ( hai cạnh tương ứng). | 0,5  0,5  0,75  0,25 |
| 1b  2,0đ | +) Vì tứ giác AEMF (cmt) => AF = EM  +) Tam giác EBM vuông cân tại E => EB = EM  => AF = EB  => Δ ABF = ΔBCE ( c-g-c)  => ∠ ABF = ∠ BCE => ∠ ABF + ∠ CBF = ∠ BCE + ∠ CBF = 90o  nên BF vuông góc CE tại K (với K là giao điểm của CE và BF)  +) Từ ΔADE = ΔDCF (cmt), chứng minh tương tự như trên ta có:  DE vuông góc với CF  +) Gọi H là giao điểm của BF và DE, suy ra H là trực tâm của tam giác CEF => CH vuông góc với EF  +) Gọi N là giao điểm của BC và MF.  Ta chứng minh được CN = DF = FM và MN = EB = EM  => Δ FEM =Δ CMN (c-g-c) => ∠ EFM = ∠ MCN.  Gọi giao điểm của CM và EF là Q => ∠ NMC = ∠ QMF và từ đó ta dễ dàng chứng minh được CM vuông góc với EF tại Q.  Suy ra 3 đường thẳng DE, BF, CM đồng quy tại H. | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| 1c  2,0đ | Ta chứng minh được hình chữ nhật AEMF có chu vi bằng 2a không đổi => ME + MF = a không đổi  => SAEMF = ME.MF lớn nhất khi và chỉ khi ME = MF  Mà ME = MF khi và chỉ khi tứ giác AEMF là hình vuông  ⬄ M là trung điểm của BD.  Khi đó ta dễ dàng chứng minh được tứ giác AEMF có diện tích lớn nhất bằng 1/4 a2 | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| 2  1,0đ | +) Ta có 16 đoạn nối cùng một điểm A.  +) Vì 16 = 5.3 + 1 nên ít nhất có 6 cạnh cùng được tô một màu, giả sử là AB, AC, AD, AE, AF, AH cùng màu đỏ.  +) Xét các đoạn thẳng với các mút là 6 điểm B, C, D, E, F, H.  +) Nếu tồn tại một cạnh, chẳng hạn BC màu đỏ thì ta thu được tam giác ABC có các cạnh cùng màu đỏ.  +) Nếu tất cả đều chỉ có màu xanh, màu vàng thì cũng tồn tại tam giác cùng màu. | 0,25  0,25  0,25  0,25 |

***Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.***