

Chủ đề 3 - Nguyên hàm - Tích phân - Mức độ thông hiểu

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Tính $I = \int_0^a 25^x dx$ theo số thực a .

A. $a \cdot 25^{a-1}$

B. $(25^a - 1) \cdot \ln 25$

C. $\frac{25}{a+1}(25^a - 1)$

*D. $\frac{1}{\ln 25}(25^a - 1)$

Lời giải

• Có $I = \int_0^a 25^x dx = \frac{1}{\ln 25} 25^x \Big|_0^a = \frac{1}{\ln 25} (25^a - 25^0) = \frac{1}{\ln 25} (25^a - 1).$

$$I = \int_0^1 x(1+x^2)^4 dx$$

Câu 2. Tính tích phân

A. $\frac{32}{10}$

B. $-\frac{31}{10}$

C. $-\frac{30}{10}$

*D. $\frac{31}{10}$

Lời giải

Đặt $1+x^2 = t \Rightarrow 2x dx = dt$. Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \rightarrow t=1 \\ x=1 \rightarrow t=2 \end{cases}$

Suy ra $I = \int_1^2 \frac{1}{2} t^4 dt = \frac{t^5}{10} \Big|_1^2 = \frac{32}{10} - \frac{1}{10} = \frac{31}{10}$

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x(e^x - 1)$ là

*A. $2e^x(x-1) - x^2 + C$

B. $2e^x(x-1) - 4x^2 + C$

C. $2e^x(x-1) - x^2$

D. $2e^x(x-1) - 4x^2$

Lời giải

• Ta có $\int 2x(e^x - 1) dx = \int 2xe^x dx - \int 2x dx = \int 2xe^x dx - x^2$

• Xét $\int 2xe^x dx = \int 2x de^x = 2x \cdot e^x - \int 2e^x dx = 2x \cdot e^x - 2e^x = 2e^x(x-1)$

• $\int 2x(e^x - 1) dx = 2e^x(x-1) - x^2 + C$

Câu 4. Cho $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1} = a + b \ln \frac{e+1}{2}$, với a, b là các số nguyên. Tính $S = a^3 + b^3$.

*A. $S = 0$

B. $S = -2$

C. $S = 1$

D. $S = 2$

Lời giải

• Ta có $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1} = \int_0^1 \left(1 - \frac{e^x}{e^x + 1} \right) dx = x \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{d(e^x + 1)}{e^x + 1}$

$$= 1 - \ln|e^x + 1| \Big|_0^1 = 1 - \ln \frac{e+1}{2}$$

• Suy ra $a=1, b=-1$. Vậy $S = a^3 + b^3 = 0$.

Câu 5. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(1 + e^{-x})$

A. $\int f(x)dx = e^x + C$

B. $\int f(x)dx = e^{-x} + C$

*C. $\int f(x)dx = e^x + x + C$

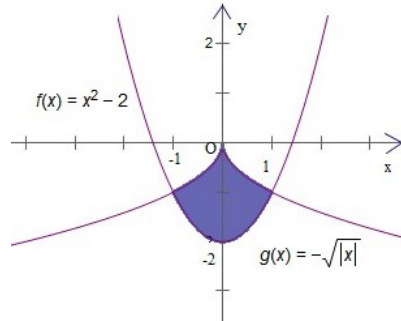
D. $\int f(x)dx = e^x + e^{-x} + C$

Lời giải

Ta có: $f(x) = e^x(1 + e^{-x}) = e^x + 1$

Suy ra $\int f(x)dx = \int (e^x + 1)dx = e^x + x + C$

Câu 6. Diện tích phần hình phẳng tô đậm trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $2 \int_0^1 (-x^2 + 2 + \sqrt{|x|})dx$

*B. $2 \int_0^1 (-x^2 + 2 - \sqrt{|x|})dx$

C. $2 \int_0^1 (x^2 - 2 - \sqrt{|x|})dx$

D. $2 \int_0^1 (x^2 - 2 + \sqrt{|x|})dx$

Lời giải

$$S = \int_{-1}^0 [-\sqrt{|x|} - (x^2 - 2)] dx + \int_0^1 [-\sqrt{|x|} - (x^2 - 2)] dx$$

• Dựa vào hình vẽ ta có:

$$= 2 \int_0^1 (-x^2 - \sqrt{|x|} + 2) dx$$

Câu 7. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 1$. Với $I = \int_0^1 [e^x - f(x)] dx = e + a$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a = 2$

B. $a = -1$

*C. $a = -2$

D. $a = 1$

Lời giải

$$I = \int_0^1 [e^x - f(x)] dx = \int_0^1 e^x dx - \int_0^1 f(x) dx = e^x \Big|_0^1 - 1 = e - 2$$

Ta có:

Vậy $a = -2$

Câu 8. Bác thợ xây bơm nước vào bể nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$, sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Tính thể tích của nước trong bể sau khi bơm được 20 giây:

*A. $8400m^3$

B. $600m^3$

C. $2200m^3$

D. $4200m^3$

Lời giải

$$h(t) = \int (3at^2 + bt) dt = at^3 + \frac{b}{2}t^2 + C$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \text{Từ gt} \Rightarrow \begin{cases} h(0)=0 \\ h(5)=150 \\ h(10)=1100 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} C=0 \\ 125a+\frac{25}{2}b=150 \\ 1000a+50b=1100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ C=0 \end{cases} \\ &\Rightarrow h(t)=t^3+t^2 \end{aligned}$$

Vậy thể tích của nước trong bể sau khi bơm được 20 giây là $h(20)=8400m^3$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=3-5\sin x$ và $f(0)=10$. Tìm hàm số $f(x)$.

A. $f(x)=3x-5\cos x+15$

B. $f(x)=3x-5\cos x+2$

*C. $f(x)=3x+5\cos x+5$

D. $f(x)=3x+5\cos x+2$

Lời giải

Ta có $f(x)=\int f'(x)dx=\int(3-5\sin x)dx=3x+5\cos x+C$

Mà $f(0)=10 \Leftrightarrow 3.0+5\cos 0+C=10 \Leftrightarrow C=5$

Vậy $f(x)=3x+5\cos x+5$

Câu 10. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x-x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

A. $V=\frac{4}{3}\pi$

B. $V=\frac{16}{15}$

C. $V=\frac{4}{3}$

*D. $V=\frac{16}{15}\pi$

Lời giải

$$2x-x^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Xét phương trình:

$$V=\pi \int_0^2 (2x-x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2-4x^3+x^4) dx = \pi \left(\frac{4x^3}{3} - x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{15}\pi$$

Suy ra:

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^3 xf(x)dx=2$. Tích phân $\int_0^1 xf(3x)dx$ bằng

A. $\frac{2}{3}$

B. 18

*C. $\frac{2}{9}$

D. 6

Lời giải

• Đặt: $t=3x \Rightarrow x=\frac{t}{3} \Rightarrow dx=\frac{1}{3}dt$

• Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=0; x=1 \Rightarrow t=3$

• Khi đó: $\int_0^1 xf(3x)dx = \frac{1}{9} \int_0^3 tf(t)dt = \frac{2}{9}$

Câu 12. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\ln x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A. $x\ln x+x+C$

B. $\frac{\ln^2 x}{2}+C$

C. $\frac{1}{x}+C$

*D. $x\ln x-x+C$

Lời giải

• Ta tìm $I=\int f(x)dx=\int \ln x dx, x \in (0;+\infty)$

$$\bullet \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Khi đó: } I = x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C$$

Câu 13. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 + x$ và đồ thị của hàm số $y = 2x + 2$ bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{53}{6}$. *D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 + x = 2x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$S = \int_{-1}^2 |x^2 - x - 2| dx = \frac{9}{2}$$

Diện tích hình phẳng cần tính là:

Câu 14. Họ nguyên hàm $\int x \cos x dx$ là

- A. $\cos x - x \sin x + C$. B. $-\cos x - x \sin x + C$. *C. $\cos x + x \sin x + C$. D. $-\cos x + x \sin x + C$.

Lời giải

$$\bullet \text{ Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Ta có: } I = \int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C$$

Câu 15. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = x + 3$ và parabol $y = 2x^2 - x - 1$ bằng:

- A. $\frac{13}{6}$. B. $\frac{9}{2}$. C. 9 . *D. $\frac{13}{3}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đường thẳng $y = x + 3$ và parabol $y = 2x^2 - x - 1$ là

$$x + 3 = 2x^2 - x - 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = x + 3$ và parabol $y = 2x^2 - x - 1$ là

$$S = \int_{-1}^2 |(2x^2 - x - 1) - (x + 3)| dx$$

$$= \int_{-1}^2 |2x^2 - 2x - 4| dx$$

Ta có $2x^2 - 2x - 4 < 0, \forall x \in (-1; 2)$ nên

$$S = \int_{-1}^2 |2x^2 - 2x - 4| dx = - \int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx = - \left(\frac{2x^3}{3} - x^2 - 4x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{13}{3}$$

Câu 16. Tính nguyên hàm $\int \tan^2 2x dx$

- A. $\tan 2x - x + C$. *B. $\frac{1}{2} \tan 2x - x + C$. C. $\frac{1}{2} \tan 2x + x + C$. D. $\tan 2x + x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int \tan^2 2x dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 2x} - 1 \right) dx = \frac{1}{2} \tan 2x - x + C$

Câu 17. Tìm nguyên hàm $\int (2x - 1) \ln x dx$

A. $(x^2 - x) \ln x - \frac{x^2}{2} - x + C$

B. $(x - x^2) \ln x + \frac{x^2}{2} - x + C$

C. $(x^2 - x) \ln x + \frac{x^2}{2} + x + C$

*D. $(x^2 - x) \ln x - \frac{x^2}{2} + x + C$

Lời giải

$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = (2x - 1) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x^2 - x \end{cases}$$

Đặt

$$\Rightarrow \int (2x - 1) \ln x dx = (x^2 - x) \ln x - \int (x - 1) dx = (x^2 - x) \ln x - \frac{x^2}{2} + x + C$$

Câu 18. Tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $x = 2$ và đồ thị $y = x^2$ khi quay xung quanh trục Ox .

A. $\frac{4\pi}{5}$

B. $\frac{5\pi}{6}$

*C. $\frac{32\pi}{5}$

D. $\frac{\pi}{6}$

Lời giải

$y = x^2$ có điểm chung với Ox tại điểm có hoành độ $x = 0$.

$$V = p \int_0^2 x^4 dx = p \frac{x^5}{5} \Big|_0^2 = \frac{32p}{5}$$

Câu 19. Tính nguyên hàm $\int x^2 (2x^3 - 1)^2 dx$

*A. $\frac{(2x^3 - 1)^3}{18} + C$

B. $\frac{(2x^3 - 1)^3}{3} + C$

C. $\frac{(2x^3 - 1)^3}{6} + C$

D. $\frac{(2x^3 - 1)^3}{9} + C$

Lời giải

Ta có $\int x^2 (2x^3 - 1)^2 dx = \int x^2 (2x^3 - 1)^2 \frac{d(2x^3 - 1)}{6x^2} = \frac{1}{6} \int (2x^3 - 1)^2 d(2x^3 - 1)$

$$= \frac{1}{6} \frac{(2x^3 - 1)^3}{3} + C = \frac{(2x^3 - 1)^3}{18} + C$$

Câu 20. Cho tích phân $\int_0^1 x \sqrt{3x^2 + 1} dx$, nếu đặt $u = \sqrt{3x^2 + 1}$ thì $\int_0^1 x \sqrt{3x^2 + 1} dx$ bằng

*A. $\frac{1}{3} \int u^2 du$

B. $\frac{1}{3} \int u du$

C. $\frac{2}{3} \int u^2 du$

D. $\frac{1}{3} \int u^2 du$

Lời giải

$$u = \sqrt{3x^2 + 1} \Rightarrow du = \frac{3x}{\sqrt{3x^2 + 1}} dx$$

• Với $x = 0 \Rightarrow u = 1$, với $x = 1 \Rightarrow u = 2$.

$$\text{Suy ra } \int_0^1 x \sqrt{3x^2 + 1} dx = \frac{1}{3} \int_1^2 u^2 du$$

Câu 21. Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng
 *A. 1. B. -3. C. -1. D. 3.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1 &\Leftrightarrow \int_1^2 4f(x) dx - \int_1^2 2x dx = 1 \\ &\Leftrightarrow \int_1^2 4f(x) dx - x^2 \Big|_1^2 = 1 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 1 \end{aligned}$$

Câu 22. Tính diện tích của hình phẳng (được tô đậm) giới hạn bởi hai đường $y = 2x^2, y^2 = 4x$.

A. $S = \frac{2\pi}{3}$ B. $S = \frac{4\pi}{3}$ C. $S = \frac{4}{3}$ *D. $S = \frac{2}{3}$

Lời giải

Theo hình vẽ ta có $y^2 = 4x \Leftrightarrow y = 2\sqrt{x}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y = 2x^2, y = 2\sqrt{x}$

$$2x^2 = 2\sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 0 \\ \sqrt{x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị, diện tích của hình phẳng cần tính là

$$S = \int_0^1 (2\sqrt{x} - 2x^2) dx = \left(\frac{4}{3} x\sqrt{x} - \frac{2}{3} x^3 \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{3}$$

Câu 23. Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2 + \cos x} \sin x dx$. Nếu đặt $t = 2 + \cos x$ thì kết quả nào sau đây đúng?

A. $I = 2 \int_3^2 \sqrt{t} dt.$ B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{t} dt.$ C. $I = \int_3^2 \sqrt{t} dt.$ *D. $I = \int_{\frac{3}{2}}^3 \sqrt{t} dt.$

Lời giải

Đặt $t = 2 + \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 3, x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 2$

$$I = - \int_3^2 \sqrt{t} dt = \int_2^3 \sqrt{t} dt$$

Khi đó

Câu 24. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x(x - 1)(2x - 1)$.

*A. $(x^2 - x)^2 + C$ B. $x^4 - x^3 + x^2 + C$ C. $x^4 + x^3 + x^2 + C$ D. $x^4 + x^3 - 2x^2 + C$

Lời giải

Ta có $\int 2x(x-1)(2x-1)dx = \int (4x^3 - 6x^2 + 2x)dx = x^4 - 2x^3 + x^2 + C = (x^2 + x)^2 + C$.

Câu 25. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x.e^x$ biết $F(1) = 0$.

- *A. $x.e^x - e^x$. B. $x.e^x + e^x - 1$. C. $x.e^x - e$. D. $x.e^x - x + 1 - e$.

Lời giải

Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

Khi đó $F(x)$ có dạng $F(x) = \int x e^x dx = \int x d(e^x) = x e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + C$

Do $F(1) = 0$ nên $C = 0$.

Vậy $F(x) = x e^x - e^x$.

Câu 26. Tìm số thực m để hàm số $F(x) = m x^3 + (3m + 2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$

- A. $m = 2$. *B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. $m = -1$.

Lời giải

$F(x) = m x^3 + (3m + 2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$ nên:

$$F'(x) = f(x) \Leftrightarrow 3mx^2 + 2(3m + 2)x - 4 = 3x^2 + 10x - 4 \Rightarrow m = 1$$

Câu 27. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{3x+1}$ là

- *A. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}(3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C$. B. $\int f(x)dx = (3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C$.
C. $\int f(x)dx = \sqrt[3]{3x+1} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\sqrt[3]{3x+1} + C$

Lời giải

$$I = \int \sqrt[3]{3x+1} dx = \int (3x+1)^{\frac{1}{3}} dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{(3x+1)^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{1}{4}(3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C$$

Ta có:

Câu 28. Cho tích phân $\int_0^e (3x^2 - 2x)dx = m e^3 + n e^2$ với $m, n \in \mathbf{Z}$, khi đó $|m - n|$ bằng bao nhiêu?

- A. 5. B. 3. *C. 2. D. 0.

Lời giải

$$\int_0^e (3x^2 - 2x)dx = e^3 - e^2$$

Ta có

Suy ra $m = 1, n = -1$

Vậy $|m - n| = 2$.

Câu 29. Cho $\int_2^3 \frac{x+8}{x^2+x-2} dx = a \ln 2 + b \ln 5$

với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a + b = 3$. B. $a - b = 5$. *C. $a - 2b = 11$. D. $a + 2b = 11$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_2^3 \frac{x+8}{x^2+x-2} dx = \int_2^3 \left(\frac{3}{x-1} + \frac{-2}{x+2} \right) dx = (3 \ln |x-1| - 2 \ln |x+2|) \Big|_2^3 = 7 \ln 2 - 2 \ln 5.$$

Suy ra giá trị là: $a=7, b=-2$.

Câu 30. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=0, x=1, y=xe^x; y=0$ là

- *A. $\frac{\pi}{4}(e^2 - 1)$ B. $\frac{1}{4}(e^2 + 1)$ C. $\frac{1}{4}(e^2 - 1)$ D. $\frac{\pi}{4}(e^2 + 1)$

Lời giải

Hình phẳng $(H): \begin{cases} y = xe^x, y = 0 \\ x = 0, x = 1 \end{cases}$

Thể tích khối tròn xoay khi quay (H) quanh Ox là

$$V = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx = \pi \cdot \left[\frac{1}{4} e^{2x} (2x^2 - 2x + 1) \right]_0^1 = \pi \cdot \left(\frac{1}{4} e^2 - \frac{1}{4} \right) = \frac{\pi}{4} (e^2 - 1)$$

Câu 31. Biết $\int_0^2 xf(2x) dx = 4$. Giá trị của $\int_0^4 xf(x) dx$ bằng

- *A. 16. B. 1. C. 8. D. 2.

Lời giải

• Đặt $t=2x \Rightarrow dt=2dx$.

Với $x=0$ thì $t=0$

Với $x=2$ thì $t=4$.

• Ta có $4 = \int_0^2 xf(2x) dx = \int_0^4 \frac{t}{2} \cdot f(t) \cdot \frac{1}{2} dt = \frac{1}{4} \int_0^4 tf(t) dt \Rightarrow \int_0^4 tf(t) dt = 16$. Vậy $\int_0^4 xf(x) dx = 16$

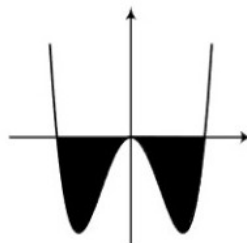
Câu 32. Với a, b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1) dx$ bằng

- A. $3b^2 - 2ab - 1$. B. $b^3 + b^2a + b$. C. $b^3 - a^2b - b$. *D. $b^3 - ab^2 - b$.

Lời giải

Ta có: $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1) dx = (x^3 - ax^2 - x) \Big|_0^b = b^3 - b^2a - b$

Câu 33. Hình vẽ bên biểu diễn trục hoành cắt đồ thị $y=f(x)$ tại ba điểm có hoành độ $0, a, b (a < 0 < b)$. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$ và trục hoành, khẳng định nào sau đây là **sai**?



A. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$

B. $S = - \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$

*C. $S = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$

D. $S = \left| \int_a^0 f(x) dx \right| + \left| \int_0^b f(x) dx \right|$

Lời giải

$$S = \int_a^0 (-f(x))dx + \int_0^b (-f(x))dx = - \int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx$$

Ta có:

Câu 34. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- *A. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$. B. $V = \frac{\pi e^2}{2}$. C. $V = \frac{e^2 - 1}{2}$. D. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$.

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là:

$$V = \pi \int_0^1 (e^x)^2 dx = \pi \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{\pi}{2} \cdot e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$$

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai $f''(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ đồng thời thỏa mãn điều kiện $f(0) = f(1) = 1; f'(0) = 2021$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- *A. $\int_0^1 (1-x)f''(x)dx = -2021$. B. $\int_0^1 (1-x)f''(x)dx = 2021$.
C. $\int_0^1 (1-x)f''(x)dx = 1$. D. $\int_0^1 (1-x)f''(x)dx = -1$.

Lời giải

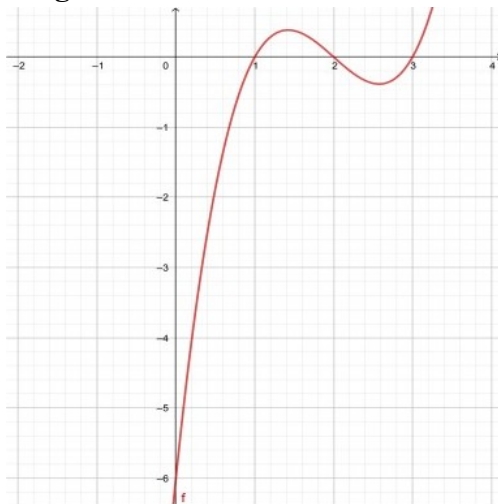
$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_0^1 (1-x)f''(x)dx &= \int_0^1 (1-x)df'(x) = (1-x)f'(x) \Big|_0^1 + \int_0^1 f'(x)dx \\ &= -f'(0) + f(1) - f(0) = -2021 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 (1-x)f''(x)dx = -2021$$

Câu 36. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x-1)(x^2 - 5x + 6)$ và hai trục tọa độ bằng

- *A. $\frac{11}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{11\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải



$$(x-1)(x^2-5x+6)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x^2-5x+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

Ta có

Khi đó diện tích hình phẳng cần tìm bằng

$$\begin{aligned} \int_0^3 |(x-1)(x^2-5x+6)| dx &= \int_0^3 |x^3-6x^2+11x-6| dx \\ &= \int_0^1 |x^3-6x^2+11x-6| dx + \int_1^2 |x^3-6x^2+11x-6| dx + \int_2^3 |x^3-6x^2+11x-6| dx \\ &= \int_0^1 (-x^3+6x^2-11x+6) dx + \int_1^2 (x^3-6x^2+11x-6) dx + \int_2^3 (-x^3+6x^2-11x+6) dx \\ &= \left(-\frac{x^4}{4} + 2x^3 - \frac{11x^2}{2} + 6x \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{11x^2}{2} - 6x \right) \Big|_1^2 + \left(-\frac{x^4}{4} + 2x^3 - \frac{11x^2}{2} + 6x \right) \Big|_2^3 \\ &= \frac{9}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{11}{4}. \end{aligned}$$

Vậy ta chọn phương án **A.**

Câu 37. Diện tích hình phẳng thuộc góc phần tư thứ hai, giới hạn bởi parabol $y=2-x^2$, đường thẳng $y=-x$ và trục Oy bằng:

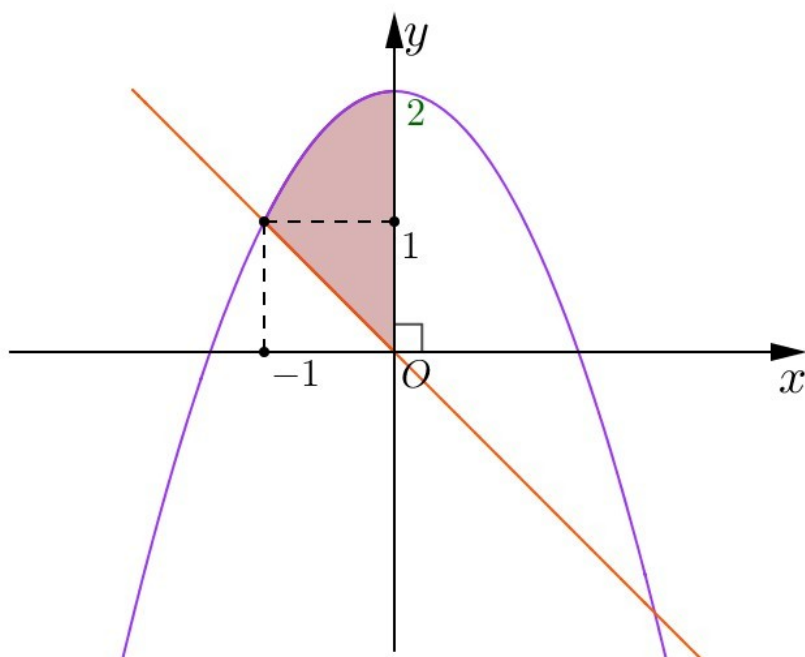
***A.** $\frac{7}{6}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{11}{6}$.

D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải



Xét phương trình hoành độ giao điểm $2-x^2=-x \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng cần tính là: $S = \int_{-1}^0 (2-x^2) dx - \int_{-1}^0 (-x) dx = \frac{7}{6}$.

Câu 38. $\int (2x+5)^9 dx$ bằng

A. $\frac{1}{10}(2x+5)^{10} + C$

B. $18(2x+5)^8 + C$

C. $9(2x+5)^8 + C$

*D.

$\frac{1}{20}(2x+5)^{10} + C$

Lời giải

Ta có: $\int (2x+5)^9 dx = \frac{1}{2} \int (2x+5)^9 d(2x+5) = \frac{1}{20}(2x+5)^{10} + C$

Câu 39. Biết $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[0; 3]$ và có $\int_0^1 f(3x) dx = 3$. Giá trị của biểu thức $\int_0^3 f(x) dx$ bằng:

*A. 9.

B. 1.

C. 3.

D. $\frac{1}{3}$.

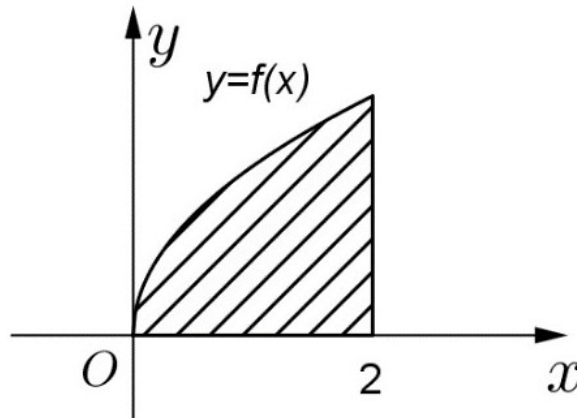
Lời giải

Đặt $3x = t \Rightarrow 3dx = dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{3}$

Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=1 \Rightarrow t=3 \end{cases} \Rightarrow I = \int_0^1 f(3x) dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(t) dt$

Mà $\int_0^1 f(3x) dx = 3 \Rightarrow \int_0^3 f(t) dt = 9 \Rightarrow \int_0^3 f(x) dx = 9$

Câu 40. Giả sử $f(x)$ là hàm liên tục trên $[0; +\infty)$ và diện tích phần hình phẳng được kẻ dọc ở hình bên bằng 3. Tích phân $\int_0^1 f(2x) dx$ bằng:



A. $\frac{4}{3}$.

B. 3.

C. 2.

*D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Vì diện tích phần hình phẳng được kẻ dọc ở hình trên bằng 3 nên ta có: $\int_0^2 f(x) dx = 3$

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{2}$; Đổi cận $x=0 \Rightarrow t=0; x=1 \Rightarrow t=2$

Do đó: $\int_0^1 f(2x) dx = \int_0^2 f(t) \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx = \frac{3}{2}$

Câu 41. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{2x-1}$ là

A. $\frac{9^x}{3} + C$

B. $\frac{9^x}{6} + C$

*C. $\frac{9^x}{6 \ln 3} + C$

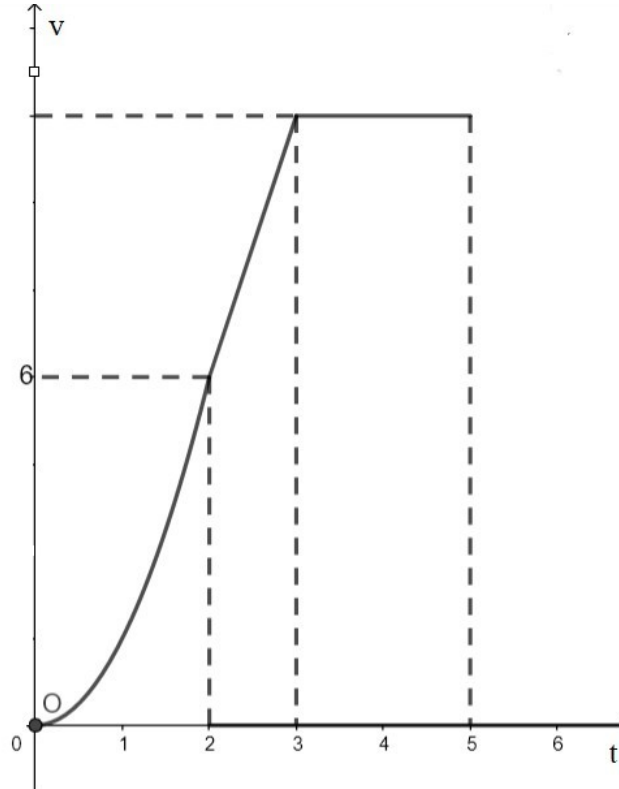
D. $\frac{9^x}{3 \ln 3} + C$

Lời giải

Ta có $f(x) = 3^{2x-1} = \frac{9^x}{3}$.

Khi đó $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \int 9^x dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{9^x}{\ln 9} + C = \frac{9^x}{6 \ln 3} + C$.

Câu 42. Một chiếc xe đua F_1 đạt vận tốc lớn nhất là 360 km/h . Đồ thị bên hiển thị vận tốc v của xe trong 5 giây đầu tiên kể từ lúc xuất phát. Đồ thị trong 2 giây đầu là một phần của parabol đỉnh tại gốc tọa độ O , giây tiếp theo là đoạn thẳng và sau đúng ba giây thì xe đạt vận tốc lớn nhất. Biết rằng mỗi đơn vị trục hoành biểu thị 1 giây, mỗi đơn vị trục tung biểu thị 10 m/s và trong 5 giây đầu xe chuyển động theo đường thẳng. Hỏi trong 5 giây đó sẽ đã đi được quãng đường là bao nhiêu.



A. 400 (mét).

B. 340 (mét).

C. 420 (mét).

*D. 320 (mét).

Lời giải

Đổi $360 \text{ km/h} = 100 \text{ m/s}$

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy điểm $A(2;60)$, $B(3;100)$ thuộc đồ thị hàm số.

Phương trình vận tốc khi xe chuyển động theo Parabol là $y = 15x^2$.

Phương trình vận tốc khi xe chuyển động theo đường thẳng là $y = 40x - 20$.

Quãng đường xe chuyển động được trong 5 giây đầu là

$$S = \int_0^2 15x^2 dx + \int_2^3 (40x - 20) dx + \int_3^5 100 dx = 320$$

Câu 43. Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \ln x$ tại giao điểm của đồ thị đó với trục Ox . Diện tích của hình tam giác tạo bởi hai trục tọa độ và đường thẳng d được xác định bởi tích phân

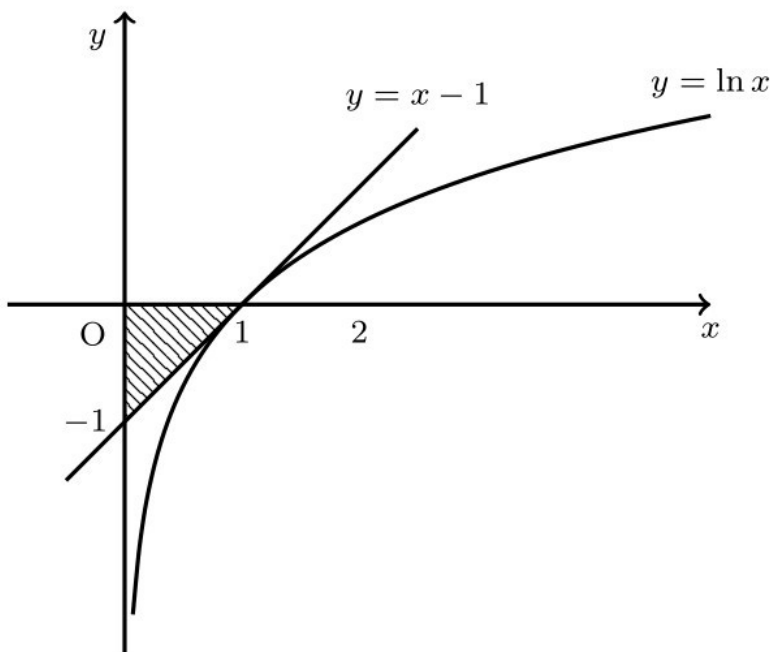
A. $\int_0^1 \frac{\ln x}{x} dx$.

*B. $\int_0^1 (1-x) dx$.

C. $\int_0^1 (x-1) dx$.

D. $\int_0^1 \ln x dx$.

Lời giải

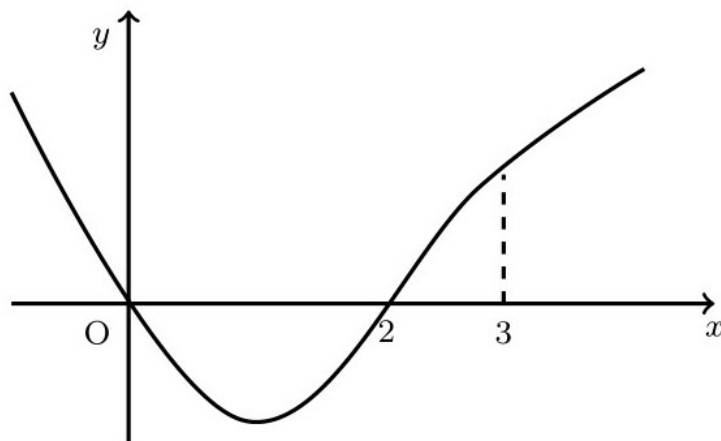


Phương trình hoành độ giao điểm của $y = \ln x$ và Ox là $\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Phương trình tiếp tuyến d tại $x = 1$ là $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) = x - 1$.

Diện tích của tam giác tạo bởi hai trục tọa độ và đường thẳng d là $S = \int_0^1 (1 - x) dx$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ được cho bởi hình vẽ bên dưới.



Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là

A. $f(2)$.

B. Không xác định được.

C. $f(0)$.

*D. $f(3)$.

Lời giải

BBT

x	0	2	3
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	$f(0)$	$f(2)$	$f(3)$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là $f(0)$ hoặc $f(3)$.

Ta có

$$S_1 = \int_0^2 |f'(x)| dx = - \int_0^2 f'(x) dx = f(0) - f(2)$$

$$S_2 = \int_2^3 |f'(x)| dx = \int_2^3 f'(x) dx = f(3) - f(2)$$

Dựa theo hình vẽ thì $S_1 > S_2 \Leftrightarrow f(0) - f(2) > f(3) - f(2) \Leftrightarrow f(0) > f(3)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $f(3)$.

Câu 45. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi chuyển được trong 8 giây cuối cùng tính đến thời điểm dừng bánh là

- A. 16 m . B. 55 m . C. 25 m . *D. 50 m .

Lời giải

Khi ô tô dừng bánh, ta có: $v = 0 \Leftrightarrow -2t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 5$.

Do đó, ta có quãng đường xe đi được trong 8 giây cuối cùng (3 giây đi với vận tốc 10 m/s , 5 giây sau khi đạp phanh) là:

$$S = 3 \cdot 10 + \int_0^5 (-2t + 10) dt = 30 + (-t^2 + 10t) \Big|_0^5 = 30 - 5^2 + 10 \cdot 5 = 55 \text{ (m)}$$

Câu 46. Cho $F(x) = (ax^2 + bx - c)e^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2020x^2 + 2022x - 1)e^{2x}$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Tính $T = a - 2b + 4c$.

- A. $T = 1004$ B. $T = 1018$. *C. $T = 1012$. D. $T = -2012$.

Lời giải

Ta có $F'(x) = f(x)$. Mà $F'(x) = [2ax^2 + (2a + 2b)x + (b - 2c)]e^{2x}$

$$\begin{cases} 2a = 2020 \\ 2a + 2b = 2022 \\ b - 2c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1010 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

Do đó:

$$\text{Vậy } T = a - 2b + 4c = 1012.$$

Câu 47. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x(x - 1)(2x - 1)$ là

A. $x^4 + x^3 + x^2 + C$. B. $x^4 + x^3 - 2x^2 + C$. *C. $(x^2 - x)^2 + C$. D. $x^4 - x^3 + x^2 + C$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = 2x(x-1)(2x-1) = (2x^2 - 2x)(2x-1) = 4x^3 - 6x^2 + 2x$.

Đ $\int f(x)dx = \int (4x^3 - 6x^2 + 2x)dx = x^4 - 2x^3 + x^2 + C = (x^2 - x)^2 + C$.

Câu 48. Tích phân $\int_0^1 xe^{x^2} dx$ bằng

*A. $\frac{1}{2}(e-1)$. B. $(e+1)$. C. $2e$. D. $2e-1$.

Lời giải

Cách 1(Đổi biến): Đặt $t = x^2 \Rightarrow dt = 2xdx \Rightarrow \frac{1}{2}dt = xdx$

Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=0$ $x=1 \Rightarrow t=1$. Khi đó $\int_0^1 xe^{x^2} dx = \int_0^1 \frac{1}{2}e^t dt = \frac{1}{2}e^t \Big|_0^1 = \frac{1}{2}(e-1)$

Cách 2(Vi phân): $\int_0^1 xe^{x^2} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 e^{x^2} d(x^2) = \frac{1}{2} e^{x^2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2}(e-1)$

Cách 3: Dùng casio bấm $\int_0^1 xe^{x^2} dx$, sau đó đối chiếu với 4 đáp án.

Câu 49. Khi đổi biến $x = \sqrt{3} \tan t$, tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 3}$ trở thành tích phân nào?

A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}}{3} dt$. B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{t} dt$. *C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3}}{3} dt$. D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{3} dt$.

Lời giải

Ta có : $x = \sqrt{3} \tan t \Rightarrow dx = \sqrt{3} (\tan^2 t + 1) dt$.

Đổi cận : $x=0 \Rightarrow t=0$

$x=1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$

Khi đó : $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3}}{3} dt$.

Câu 50. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

A. $S = \ln 2 + 1$. B. $S = 2 \ln 2 + 1$. C. $S = \ln 2 - 1$. *D. $S = 2 \ln 2 - 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại $(1;0)$, cắt trục Oy tại $(0;-1)$. Diện tích hình phẳng cần tìm là

$S = \left| \int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx \right| = \left| \int_0^1 \left(1 - \frac{2}{x+1} \right) dx \right| = \left| 1 - 2 \ln |x+1| \Big|_0^1 \right| = 2 \ln 2 - 1$

Câu 51. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^3 f(x)dx = 20$. Tính tích phân $I = \int_0^1 (x+1)f(x^2+2x)dx$.

- A. $I = 20$. *B. $I = 10$. C. $I = 40$. D. $I = 30$.

Lời giải

Đặt $x^2 + 2x = t \Rightarrow dt = 2(x+1)dx$.

Khi $x = 0$ thì $t = 0$, và khi $x = 1$ thì $t = 3$.

$$I = \int_0^1 (x+1)f(x^2+2x)dx = \frac{1}{2} \int_0^3 f(t)dt = \frac{1}{2} \int_0^3 f(x)dx = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10$$

Do đó,

Vậy $I = 10$.

Câu 52. Cho biết $\int_1^4 \frac{\ln^2 x}{x} dx = \frac{a}{b} \ln^3 2$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

- A. 4. B. 5. *C. 11. D. 9.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_1^4 \frac{\ln^2 x}{x} dx = \int_1^4 \ln^2 x d(\ln x) = \left. \frac{\ln^3 x}{3} \right|_1^4 = \frac{\ln^3 4}{3} = \frac{8}{3} \ln^3 2$$

Vậy $a = 8, b = 3 \Rightarrow a + b = 11$.

Câu 53. Cho biết $\int_0^1 xe^{-x} dx = a + \frac{b}{e}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a^2 + b^2$.

- A. 7. *B. 5. C. 3. D. 4.

Lời giải

Xét $u = x \Rightarrow du = dx$

$dv = e^{-x} dx$, chọn $v = e^{-x}$.

$$\text{Khi đó } \int_0^1 xe^{-x} dx = xe^{-x} \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{-x} dx = e^{-1} + e^{-x} \Big|_0^1 = e^{-1} + (e^{-1} - e^0) = \frac{2}{e} - 1$$

Suy ra $a = -1, b = 2$. Vậy $a^2 + b^2 = 5$.

Câu 54. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y = \sin x, y = 0, x = 0$ và $x = \pi$. Quay hình phẳng (H) quanh trục Ox ta được một vật thể tròn xoay có thể tích bằng

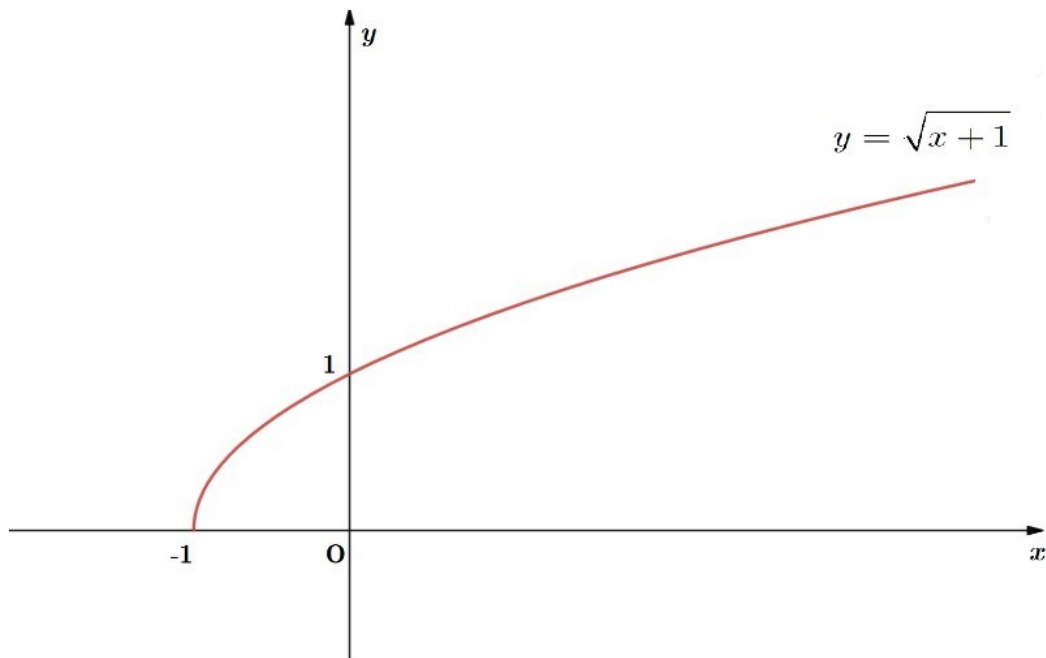
- A. π . B. π^2 . *C. $\frac{\pi^2}{2}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Khối tròn xoay được sinh ra có thể tích là:

$$V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx = \pi \int_0^\pi \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{\pi}{2} \left(x - \frac{\sin 2x}{2} \right) \Big|_0^\pi = \frac{\pi^2}{2}.$$

Câu 55. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x+1}$ và hai trục tọa độ Ox, Oy . Tính diện tích S của hình phẳng (H) .



A. $S = \frac{3}{2}$

B. $S = \frac{1}{3}$

C. $S = 1$

*D. $S = \frac{2}{3}$

Lời giải

$$S = \int_{-1}^0 \sqrt{x+1} dx$$

Ta có

Đặt $t = \sqrt{x+1}$; $x = -1 \Rightarrow t = 0$; $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = t^2 - 1 \Rightarrow dx = 2t dt$

$$S = \int_{-1}^0 \sqrt{x+1} dx = \int_0^1 t \cdot 2t dt = \frac{2}{3} t^3 \Big|_0^1 = \frac{2}{3}$$

Suy ra

$$I = \int_0^{\pi} x^2 \cos x dx$$

Câu 56. Cho tích phân và $u = x^2, dv = \cos x dx$. Khẳng định nào sau đây đúng?

*A. $I = x^2 \sin x \Big|_0^{\pi} - 2 \int_0^{\pi} x \sin x dx$

B. $I = x^2 \sin x \Big|_0^{\pi} + 2 \int_0^{\pi} x \sin x dx$

C. $I = x^2 \sin x \Big|_0^{\pi} - \frac{1}{3} \int_0^{\pi} x^3 \sin x dx$

D. $I = x^2 \sin x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} x \sin x dx$

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x dx \\ v = \sin x \end{cases}$

$$I = \int_0^{\pi} x^2 \cos x dx = x^2 \sin x \Big|_0^{\pi} - 2 \int_0^{\pi} x \sin x dx$$

Do đó

Câu 57. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2 + 3x + 1, y = x^3 + 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây

A. $S = \int_{-1}^0 (2x^2 + 3x - x^3) dx + \int_0^3 (x^3 - 2x^2 - 3x) dx$

B. $S = \int_{-1}^3 (x^3 - 2x^2 - 3x) dx$

$$S = \pi \int_{-1}^3 (x^3 - 2x^2 - 3x)^2 dx$$

C.

$$S = \int_{-1}^0 (x^3 - 2x^2 - 3x) dx + \int_0^3 (2x^2 + 3x - x^3) dx$$

*D.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $2x^2 + 3x + 1 = x^3 + 1$

$$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$
$x^3 - 2x^2 - 3x$	$-$	0	$+$	0	$-$

$$S = \int_{-1}^0 |x^3 - 2x^2 - 3x| dx + \int_0^3 |x^3 - 2x^2 - 3x| dx$$

Khi đó

$$S = \int_{-1}^0 (x^3 - 2x^2 - 3x) dx + \int_0^3 (2x^2 + 3x - x^3) dx$$

Câu 58. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 9]$ thỏa mãn $\int_0^9 f(x) dx = 8, \int_4^7 f(x) dx = 3$. Khi đó giá trị của $P = \int_0^4 f(x) dx + \int_7^9 f(x) dx$ là

A. $P = 11$

*B. $P = 5$

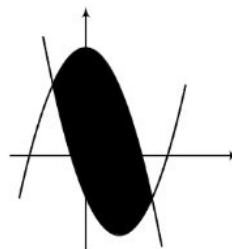
C. $P = 20$

D. $P = 9$

Lời giải

$$P = \int_0^4 f(x) dx + \int_7^9 f(x) dx = \int_0^9 f(x) dx - \int_4^7 f(x) dx = 8 - 3 = 5.$$

Câu 59. Diện tích phần hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ được tính theo công thức nào dưới đây?



*A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$

B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$

C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$

D. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$

Lời giải

$$S = \int_{-1}^2 (-x^2 + 3 - x^2 + 2x + 1) dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$$

Diện tích hình phẳng là:

- Câu 60.** Cho tích phân $I = \int_{-4}^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{5-x}} = a - b \ln 2, a, b \in \mathbb{Z}$ Khi đó $E = ab$ bằng
- A. $E = 6$. B. $E = 28$. *C. $E = 8$. D. $E = 30$.

Lời giải

Đặt $\sqrt{5-x} = t (t \geq 0)$, khi đó $t^2 = 5-x \Rightarrow dx = -2t dt$

Với $x = -4 \Rightarrow t = 3; x = 4 \Rightarrow t = 1$

$$\Rightarrow I = \int_3^1 \frac{-2t dt}{1+t} = 2 \int_1^3 \left(1 - \frac{1}{1+t}\right) dt = 2.2 - 2 \ln |1+t| \Big|_1^3$$

$$\Rightarrow I = 4 - 2 \ln 2 \Rightarrow ab = 8$$

- Câu 61.** Cho hình (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = -x^2 + 2x$, trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng (H) quay quanh trục Ox .

- *A. $\frac{16\pi}{15}$. B. $\frac{4\pi}{3}$. C. $\frac{496\pi}{15}$. D. $\frac{32\pi}{15}$.

Lời giải

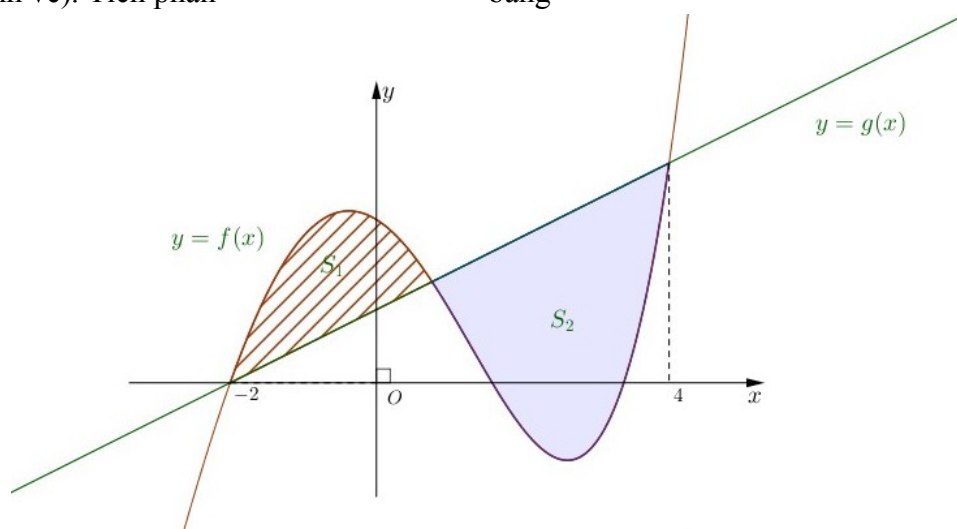
Hoành độ giao điểm của đường thẳng trên với trục Ox là $x = 0; x = 2$.

Khi đó thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng (H) quay quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left(\frac{1}{5}x^5 - x^4 + \frac{4}{3}x^3 \right) \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{15}.$$

- Câu 62.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong và hàm số $y = g(x)$ có đồ thị là đường thẳng. Gọi S_1 là diện tích miền phẳng được gạch sọc, S_2 là diện tích miền phẳng được tô đậm,

$S_1 - S_2$ (hình vẽ). Tích phân $\int_{-2}^4 (f(x) - g(x)) dx$ bằng



- A. $S_1 + S_2$. B. $-S_1 - S_2$. *C. $S_1 - S_2$. D. $S_2 - S_1$.

Lời giải

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = a \quad (-2 < a < 4) \\ x = 4 \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm giữa 2 đồ thị

$$\int_{-2}^4 (f(x) - g(x)) dx = \int_{-2}^a (f(x) - g(x)) dx + \int_a^4 (f(x) - g(x)) dx = S_1 - S_2$$

Ta có

$$I = \int_1^2 4x\sqrt{x^2 - 1} dx$$

Câu 63. Cho và $u = x^2 - 1$. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

***A.** $I = 2 \int_1^2 \sqrt{u} du$

B. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$

C. $I = \frac{4}{3} u\sqrt{u} \Big|_0^3$

D. $I = \frac{4}{3} \sqrt{27}$

Lời giải

Đặt $u = x^2 - 1 \Rightarrow du = 2x dx$

Đổi cận $x = 1 \Rightarrow u = 0$; $x = 2 \Rightarrow u = 3$

$$I = \int_1^2 4x\sqrt{x^2 - 1} dx = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du = \frac{4}{3} u\sqrt{u} \Big|_0^3 = \frac{4}{3} \sqrt{27}$$

Khi đó

Câu 64. Tìm họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = e^x + 2x$.

***A.** $e^x + x^2 + C$

B. $e^x + 2 + C$

C. $\frac{1}{x+1} e^{x+1} + x^2 + C$

D. $e^x + 2x^2 + C$

Lời giải

Ta có $\int (e^x + 2x) dx = e^x + 2 \cdot \frac{x^2}{2} + C = e^x + x^2 + C$

Câu 65. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho D quay quanh trục Ox .

A. $V = \frac{19\pi}{15}$

B. $V = \frac{13\pi}{15}$

C. $V = \frac{17\pi}{15}$

***D.** $V = \frac{16\pi}{15}$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16}{15} \pi$$

Do đó

Câu 66. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2021$, trục hoành, $x = -2, x = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. $S = \int_{-2}^4 (x^2 - 2021)^2 dx$

B. $S = \int_{-2}^4 (x^2 - 2021) dx$

C. $S = \int_{-2}^4 |x^2 - 2021| dx$

***D.** $S = \int_{-2}^4 |x^2 - 2021| dx$

Lời giải

S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2021$, trục hoành, $x = -2, x = 4$ thì diện tích hình

phẳng là $S = \int_{-2}^4 |x^2 - 2021| dx$

Câu 67. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^{2021} f(x) dx = 4$ và $I = \int_0^{1010} f(2x+1) dx$. Tính

A. $I = 8$.

***B.** $I = 2$.

C. $I = 1$.

D. $I = 4$.

Lời giải

$$\text{Đặt } t = 2x + 1 \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2}dt.$$

$$\text{Đổi cận } x=0 \Rightarrow t=1; x=1010 \Rightarrow t=2021$$

$$I = \int_0^{1010} f(2x+1)dx = \frac{1}{2} \int_1^{2021} f(t)dt = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2.$$

Câu 68. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx = -8$. Tính tích phân $\int_0^1 g(x)dx$?

A. -6. B. -3. *C. 5. D. -5.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx = -8$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx - 2 \int_0^1 g(x)dx = -8$$

$$\Leftrightarrow 2 - 2 \int_0^1 g(x)dx = -8$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 g(x)dx = 5.$$

Câu 69. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

A. $2\ln(x+1) - \frac{1}{x+1} + C$ B. $2\ln(x+1) + \frac{1}{x+1} + C$

C. $2\ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C$ *D. $2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$

Lời giải

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2} = \frac{2x+2-3}{(x+1)^2} = \frac{2}{x+1} - \frac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow \int f(x)dx = 2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$$

Câu 70. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 4$ và $f'(x) = e^x - x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{6e+23}{6}$ B. $\frac{6e+17}{6}$ *C. $\frac{6e+11}{6}$ D. $\frac{6e+23}{3}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int f'(x)dx = \int (e^x - x)dx = e^x - \frac{x^2}{2} + C \quad \text{mà } f(0) = 4 \Rightarrow C = 3 \Rightarrow f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} + 3$$

$$\text{Khi đó } \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \left(e^x - \frac{x^2}{2} + 3 \right) dx = \left(e^x - \frac{x^3}{6} + 3x \right) \Big|_0^1 = \frac{6e+11}{6}$$

Câu 71. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^3 [2x + f(x)]dx$.

*A. $I = 36$. B. $I = 9$. C. $I = \frac{117}{4}$. D. $I = \frac{23}{4}$.

Lời giải

$$I = \int_0^3 [2x + f(x)] dx = \int_0^3 2x dx + \int_0^3 f(x) dx = (x^2 + x^3) \Big|_0^3 = 36$$

Ta có:

$$I = \int_0^1 x^3 \sqrt[3]{1-x^4} dx$$

Câu 72. Cho . Đặt $t = \sqrt[3]{1-x^4}$ thì I bằng

A. $\int_0^1 t^3 \sqrt{t} dt$

*B. $\int_0^1 \frac{3}{4} t^3 dt$

C. $\int_0^1 t^3 dt$

D. $-\int_0^1 \frac{3}{4} t^3 dt$

Lời giải

Với $t = \sqrt[3]{1-x^4} \Rightarrow t^3 = 1-x^4 \Rightarrow 3t^2 dt = -4x^3 dx \Rightarrow x^3 dx = -\frac{3}{4} t^2 dt$

Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=1$ và $x=1 \Rightarrow t=0$

$$I = -\int_1^0 \frac{3}{4} t^3 dt = \int_0^1 \frac{3}{4} t^3 dt$$

Vậy

Câu 73. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=x^2-4x+6$ và $y=-x^2-2x+6$

A. $\frac{5}{3}$

B. $\frac{4}{3}$

*C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

Lời giải

Xét phương trình: $x^2-4x+6 = -x^2-2x+6 \Leftrightarrow 2x^2-2x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị là:

$$S = \int_0^1 |2x^2-2x| dx = \left| \int_0^1 (2x^2-2x) dx \right| = \left| \left(\frac{2x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^1 \right| = \left| \frac{2}{3} - 1 \right| = \frac{1}{3}$$

Câu 74. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 5$; $\int_1^2 (2f(x) + g(x)) dx = 13$ thì $\int_1^2 g(x) dx$ bằng

A. -3

*B. 3

C. -23

D. 23

Lời giải

Ta có $\int_1^2 (2f(x) + g(x)) dx = 13 \Leftrightarrow \int_1^2 2f(x) dx + \int_1^2 g(x) dx = 13 \Leftrightarrow \int_1^2 g(x) dx = 13 - 2 \int_1^2 f(x) dx$

$$\Rightarrow \int_1^2 g(x) dx = 13 - 2 \cdot 5 = 3$$

Câu 75. bằng.

A.

B.

*C.

D.

Lời giải

• Đặt

• Khi đó

Câu 76. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-6x+7$ và đường thẳng $y=3-x$

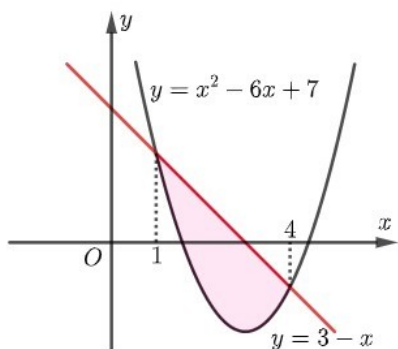
A. $S = 3$.

B. $S = \frac{9}{2}$.

*C. $S = \frac{33\pi}{5}$.

D. $S = 60$.

Lời giải



$$x^2 - 6x + 7 = 3 - x \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

Diện tích S là:

$$S = \int_1^4 [(3 - x) - (x^2 - 6x + 7)] dx = \int_1^4 (-x^2 + 5x - 4) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 5 \cdot \frac{x^2}{2} - 4x \right) \Big|_1^4 = \frac{9}{2} \quad (\text{đvdt}).$$

Câu 77. Cho $\int x\sqrt{x} dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}x^3\sqrt{x} + C$

B. $\frac{1}{2}x^2\sqrt{x} + C$

C. $\frac{5}{2}x^2\sqrt{x} + C$

*D. $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$

Lời giải

Đặt $\sqrt{x} = t \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow 2tdt = dx$

Ta có $\int x\sqrt{x} dx = \int t^2 \cdot t \cdot 2tdt = 2 \int t^4 dt = \frac{2}{5}t^5 + C = \frac{2}{5}(\sqrt{x})^5 + C = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$

Câu 78. Với biến đổi $u = \ln x$, tích phân $\int_e^3 \frac{1}{x \ln x} dx$ trở thành

A. $\int_e^3 \frac{1}{u} du$

B. $\int_0^{\ln 3} \frac{1}{u} du$

C. $\int_1^e \frac{1}{u} du$

*D. $\int_1^{\ln 3} \frac{1}{u} du$

Lời giải

Với $u = \ln x$ ta có $du = \frac{1}{x} dx$

Đổi cận: $x = e \Rightarrow u = 1$, $x = 3 \Rightarrow u = \ln 3$.

Vậy $\int_e^3 \frac{1}{x \ln x} dx = \int_1^{\ln 3} \frac{1}{u} du$

Câu 79. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(2) = 1$ và $f(4) = 2021$. Giá trị $I = \int_1^2 f'(2x) dx$ bằng

A. - 2018.

*B. 1010.

C. - 1008.

D. 2018.

Lời giải

$$2x = t \Rightarrow 2dx = dt \Rightarrow dx = \frac{1}{2}dt$$

Đặt

Khi đó: Với $x=1 \Rightarrow t=2$; với $x=2 \Rightarrow t=4$.

$$I = \frac{1}{2} \int_2^4 f'(t) dt = \frac{1}{2} f(t) \Big|_2^4 = \frac{1}{2} [f(4) - f(2)] = \frac{1}{2} (2021 - 1) = 1010$$

Ta có

Câu 80. Cho tích phân $I = \int x \ln^2 x dx$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \frac{1}{2} x^2 \ln^2 x \Big|_1^e + \int x \ln^2 x dx$

B. $I = x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - 2 \int x \ln x dx$

***C.** $I = \frac{1}{2} x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - \int x \ln x dx$

D. $I = x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - 2 \int \ln x dx$

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln^2 x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases} \Rightarrow I = \frac{1}{2} x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - \int x \ln x dx.$$

Đặt

$$I = \int_1^e \frac{\sqrt{1 - \ln x}}{x} dx$$

Câu 81. Cho tích phân . Đặt $u = \sqrt{1 - \ln x}$. Khi đó I bằng

***A.** $I = 2 \int_0^1 u^2 du$

B. $I = -2 \int_0^1 u^2 du$

C. $I = \int_1^0 \frac{u^2}{2} du$

D. $I = - \int_1^0 u^2 du$

Lời giải

$$u = \sqrt{1 - \ln x} \Rightarrow u^2 = 1 - \ln x \Rightarrow 2u du = - \frac{dx}{x} \Rightarrow \frac{dx}{x} = -2u du$$

Đặt

Đổi cận $x=1 \Rightarrow u=1$

$x=e \Rightarrow u=0$

$$\Rightarrow I = \int_1^e \frac{\sqrt{1 - \ln x}}{x} dx = - \int_1^0 u \cdot 2u du = - \int_1^0 2u^2 du = 2 \int_0^1 u^2 du$$

Câu 82. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 4$ và trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng :

A. $\frac{9}{2}$

B. $\frac{81}{10}$

***C.** $\frac{81\pi}{10}$

D. $\frac{9\pi}{2}$

Lời giải

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 4$ và trục Ox là nghiệm phương trình :

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng :

$$\pi \int_1^4 (x^2 - 5x + 4)^2 dx = \pi \int_1^4 (x^2 - 5x + 4)^2 dx = \frac{81\pi}{10}$$

Câu 83. Biết $\int_0^2 f(x)dx = 2020$ khi đó $\int_0^4 f\left(\frac{x}{2}\right)dx$ bằng

A. 2020. B. 1010. C. - 2020. *D. 4040.

Lời giải

- Đặt $t = \frac{x}{2} \Rightarrow dt = \frac{1}{2}dx$.
- Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=0$; $x=4 \Rightarrow t=2$.
- Ta có: $\int_0^4 f\left(\frac{x}{2}\right)dx = 2 \cdot \int_0^2 f(t)dt = 2 \cdot 2020 = 4040$.

Câu 84. Họ nguyên hàm $\int \left(\frac{x^2 + 2x + 3}{x+1} \right) dx$ bằng

- *A. $\frac{x^2}{2} + x + 2 \ln|x+1| + C$ B. $\frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{(x+1)^2} + C$
- C. $\frac{x^2}{2} + x - 2 \ln|x+1| + C$ D. $x^2 + x + 2 \ln(x+1) + C$

Lời giải

$$\int \left(\frac{x^2 + 2x + 3}{x+1} \right) dx = \int \left(x+1 + \frac{2}{x+1} \right) dx = \frac{x^2}{2} + x + 2 \ln|x+1| + C$$

Câu 85. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2 - x^2, y = -x$ bằng:

- A. 9. *B. $\frac{9}{2}$. C. 18. D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải

$$2 - x^2 = -x \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = 2 - x^2, y = -x$ là: $S = \int_{-1}^2 |x^2 - x - 2| dx = \frac{9}{2} (dvt)$.

Câu 86. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = x + 2$ là

- A. $S = 9$. B. $S = \frac{9}{4}$. *C. $S = \frac{9}{2}$. D. $S = \frac{8}{9}$.

Lời giải

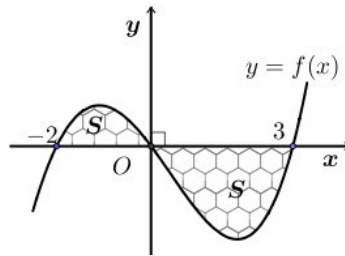
- Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = x + 2$ là

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

- Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = x + 2$ là:

$$S = \int_{-1}^2 |x^2 - x - 2| dx = \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x \right) \right|_{-1}^2 = \frac{9}{2}$$

Câu 87. Hình phẳng S gồm hai phần được đánh dấu trong hình vẽ bên. Diện tích hình S được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = - \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^3 f(x) dx$

B. $S = - \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$

C. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$

*D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^3 f(x) dx$

Lời giải

Ta có $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^3 f(x) dx$

Câu 88. Xét $\int_0^1 (1-2x)^{20} dx$, nếu đặt $u = 1-2x$ thì $\int_0^1 (1-2x)^{20} dx$ bằng

A. $2 \int_{-1}^1 u^{20} du$

*B. $\frac{1}{2} \int_{-1}^1 u^{20} du$

C. $-\frac{1}{2} \int_{-1}^1 u^{20} du$

D. $\int_{-1}^1 u^{20} du$

Lời giải

Đặt $u = 1-2x \Rightarrow du = -2dx$. Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow u=1 \\ x=1 \Rightarrow u=-1 \end{cases}$

Khi đó $\int_0^1 (1-2x)^{20} dx = -\frac{1}{2} \int_1^{-1} u^{20} du = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 u^{20} du$

Câu 89. Biết $F(x) = a \sin x + b \cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x + 8 \cos x$, tính giá trị $T = a + b$.

*A. $T = 6$

B. $T = 4$

C. $T = -6$

D. $T = 10$

Lời giải

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên ta có:

$F'(x) = f(x) \Rightarrow a \cos x - b \sin x = 2 \sin x + 8 \cos x, \forall x \Rightarrow a = 8, b = -2$

Vậy $a + b = 6$.

Câu 90. Biết $\int_{-1}^1 f(x) dx = 6$, tích phân $\int_0^1 f(2x-1) dx$ bằng

*A. 3.

B. 6.

C. 12.

D. 2.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 f(2x-1) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x-1) d(2x-1) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(t) dt = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$

Câu 91. Cho hàm số $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = 2x + \frac{1}{x} + C$

*B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x^3} + C$

D. $\int f(x) dx = 2x - \frac{2}{x^3} + C$

Lời giải

Ta có $\int f(x) dx = \int \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$

Câu 92. Cho hàm số $f(x) = \tan^2 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \tan 2x + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{\tan^3 2x}{3} + C$

*C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \tan 2x - x + C$

D. $\int f(x) dx = \tan 2x - x + C$

Lời giải

Ta có $\int (\tan^2 2x) dx = \int [(\tan^2 2x + 1) - 1] dx = \frac{1}{2} \tan 2x - x + C$

Câu 93. Cho $\int_a^3 x^{-2} dx = 4$

. Giá trị của tham số a thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1; 2)$

B. $(-1; 0)$

*C. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

Lời giải

Ta có: $\int_a^3 x^{-2} dx = -x^{-1} \Big|_a^3 = -\frac{1}{3} + \frac{1}{a} = 4 \Rightarrow a = \frac{3}{13} \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$

Câu 94. Biết $\int f(x) dx = 4$. Giá trị của $\int [5f(x) - 1] dx$ bằng

A. -22

B. 22

*C. 18

D. 20

Lời giải

Xét: $\int [5f(x) - 1] dx = 5 \int f(x) dx - \int 1 dx = 18$

----HẾT----

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>