

Trắc nghiệm 4 đáp án

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

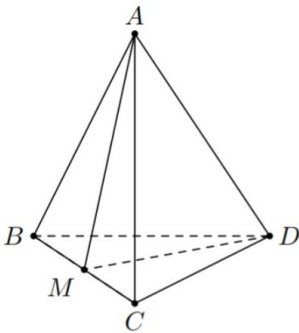
Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overline{AB} = a$, $\overline{AC} = b$, $\overline{AD} = c$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overline{AG} = a + b + c$.
 B. $\overline{AG} = \frac{1}{3}(a + b + c)$.
 C. $\overline{AG} = \frac{1}{2}(a + b + c)$.
 D. $\overline{AG} = \frac{1}{4}(a + b + c)$.

Lời giải



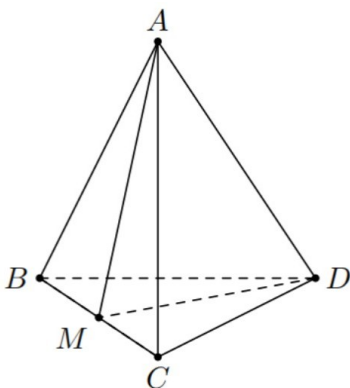
+ Gọi M là trung điểm của $BC \rightarrow \overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC}$

$$\begin{aligned} \overline{AG} &= \overline{AB} + \overline{BG} = \overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{BM} = \overline{AB} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{BD}) \\ &= \overline{AB} + \frac{1}{3}(\overline{AC} - \overline{AB} + \overline{AD} - \overline{AB}) \\ &= \frac{1}{3}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD}) = \frac{1}{3}(a + b + c) \end{aligned}$$

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overline{AB} = a$, $\overline{AC} = b$, $\overline{AD} = c$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(a + b - 2c)$.
 B. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(a + 2b - c)$.
 C. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(a - 2b + c)$.
 D. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(a + 2b - c)$.

Lời giải



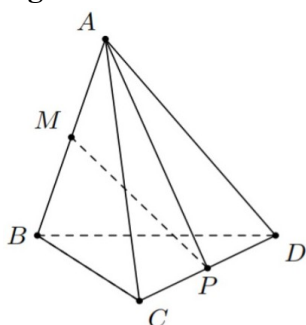
+ Vì M là trung điểm của $BC \rightarrow \overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC}$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{DM} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \\
&= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \\
&= \frac{1}{2}\overrightarrow{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} - 2\overrightarrow{c})
\end{aligned}$$

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{c}$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{c} + \overrightarrow{d} + \overrightarrow{b})$ B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{d} + \overrightarrow{b} - \overrightarrow{c})$ C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{c} + \overrightarrow{b} - \overrightarrow{d})$ ***D.**
 $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{c} + \overrightarrow{d} - \overrightarrow{b})$

Lời giải

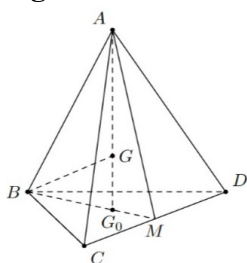


$$\begin{aligned}
&+ \text{ Vì } M, P \text{ lần lượt là trung điểm của } AB, CD \rightarrow \begin{cases} 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AP} \end{cases} \\
&+ \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) \\
&+ = -\frac{1}{2}\overrightarrow{b} + \frac{1}{2}\overrightarrow{c} + \frac{1}{2}\overrightarrow{d} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{c} + \overrightarrow{d} - \overrightarrow{b})
\end{aligned}$$

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi G_o là giao điểm của AG và mặt phẳng (BCD) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{G_oG}$ B. $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{G_oG}$ ***C.** $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{G_oG}$ D. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{G_oG}$

Lời giải



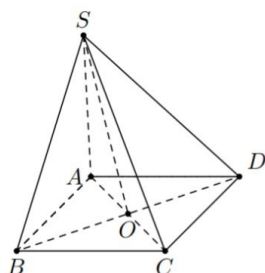
$$\begin{aligned}
&+ \text{ Vì } G_o \text{ là giao điểm của } AG \text{ và mặt phẳng } (BCD) \\
&\rightarrow G_o \text{ là trọng tâm tam giác } BCD. \\
&\rightarrow \overrightarrow{G_oB} + \overrightarrow{G_oC} + \overrightarrow{G_oD} = \overrightarrow{0} \\
&+ \text{ Mà } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{G_oG} + \overrightarrow{G_oB} + \overrightarrow{G_oC} + \overrightarrow{G_oD} = \overrightarrow{0}
\end{aligned}$$

$$\rightarrow \overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GG_o} = \vec{0} \rightarrow \overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{G_oG}$$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- *A. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$. B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

Lời giải



+ Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$

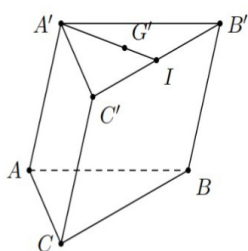
$$\rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SQ} = \vec{a} + \vec{c} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} = \vec{b} + \vec{d} \end{cases}$$

$$\rightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$$

Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng?

- A. $\frac{1}{3}(\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c})$. *B. $\frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. C. $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c})$. D. $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Lời giải



+ Gọi I là trung điểm $B'C'$.

$$\text{+ Vì } G' \text{ là trọng tâm tam giác } A'B'C' \rightarrow \overrightarrow{A'G'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{A'I}$$

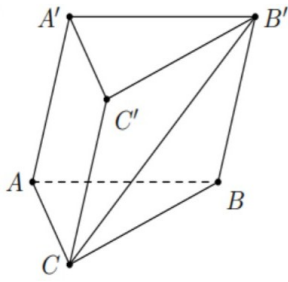
$$\overrightarrow{AG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'G'} = \overrightarrow{AA'} + \frac{2}{3}\overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'})$$

$$= \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(3\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$$

Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn vectơ $\overrightarrow{B'C}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

- A. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. C. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. *D. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải



+ Vì $BB'C'C$ là hình bình hành nên

$$\begin{aligned} \rightarrow \vec{B'C} &= \vec{B'C'} + \vec{B'B} = \vec{BC} - \vec{AA'} \\ &= -\vec{AA'} + \vec{BA} + \vec{AC} = -\vec{AA'} - \vec{AB} + \vec{AC} \\ &= -a - b + c \end{aligned}$$

Câu 8. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB' . Đặt $\vec{CA} = a$, $\vec{CB} = b$, $\vec{AA'} = c$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AM} = a + c - \frac{1}{2}b$ B. $\vec{AM} = b + c - \frac{1}{2}a$ *C. $\vec{AM} = b - a + \frac{1}{2}c$ D. $\vec{AM} = a - c + \frac{1}{2}b$

Lời giải

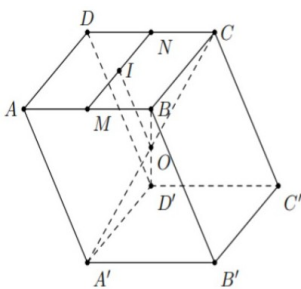
+ Vì M là trung điểm $BB' \rightarrow \vec{BM} = \frac{1}{2}\vec{BB'}$

$$\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{BM} = -\vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{BB'} = -\vec{CA} + \vec{CB} + \frac{1}{2}\vec{BB'} = -a + b + \frac{1}{2}c$$

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O . Gọi I là tâm của hình bình hành $ABCD$. Đặt $\vec{AC'} = u$, $\vec{CA'} = v$, $\vec{BD'} = x$, $\vec{DB'} = y$. Khi đó:

- *A. $2\vec{OI} = -\frac{1}{4}(u + v + x + y)$ B. $2\vec{OI} = -\frac{1}{2}(u + v + x + y)$
- C. $2\vec{OI} = \frac{1}{2}(u + v + x + y)$ D. $2\vec{OI} = \frac{1}{4}(u + v + x + y)$

Lời giải



+ Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD

$$\rightarrow \begin{cases} \vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OM} \\ \vec{OC} + \vec{OD} = 2\vec{ON} \end{cases}$$

+ Vì I là trung điểm $MN \rightarrow \vec{OM} + \vec{ON} = 2\vec{OI}$

$$\begin{aligned} \rightarrow 2\vec{OI} &= \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}) \\ &= \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\vec{AC'} - \frac{1}{2}\vec{CA'} - \frac{1}{2}\vec{BD'} - \frac{1}{2}\vec{DB'}\right) \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{4}(u+v+x+y)$$

Câu 10. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = a$, $\overrightarrow{AB} = b$, $\overrightarrow{AC} = c$, $\overrightarrow{BD} = d$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a = b + c$. B. $a + b + c + d = 0$. *C. $b - c + d = 0$. D. $a + b + c = d$.

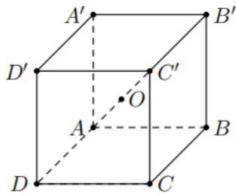
Lời giải

$$+ \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \leftrightarrow d = c - b \leftrightarrow b - c + d = 0$$

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ *B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$
 C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$

Lời giải



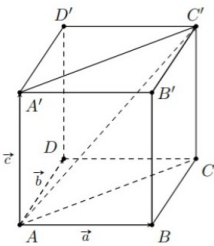
$$+ \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$$

$$+ O \text{ là trung điểm } \overrightarrow{AC'} \rightarrow \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC'} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$$

Câu 12. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = a$, $\overrightarrow{AD} = b$, $\overrightarrow{AA'} = c$. Phân tích vectơ $\overrightarrow{AC'}$ theo a, b, c ?

- A. $\overrightarrow{AC'} = -a + b + c$. B. $\overrightarrow{AC'} = a + b - c$. *C. $\overrightarrow{AC'} = a + b + c$. D. $\overrightarrow{AC'} = a - b + c$.

Lời giải



$$\text{Ta có } \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = a + b + c$$

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm N xác định bởi đẳng thức sau $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào đúng?

- A. N là trung điểm BD . B. N là đỉnh hình bình hành $BCDN$.
 *C. N là đỉnh hình bình hành $CDBN$. D. $N \equiv A$.

Lời giải

$$+ \text{Ta có } \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \leftrightarrow \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \leftrightarrow \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{DC}$$

$$\rightarrow N \text{ là đỉnh thứ tư của hình bình hành } CDBN$$

Câu 14. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm được xác định bởi đẳng thức sau $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{MC'} + \overrightarrow{MD'} = 0$. Mệnh đề nào đúng?

- A. M là tâm mặt đáy $ABCD$.
 B. M là tâm mặt đáy $A'B'C'D'$.
 *C. M là trung điểm đoạn thẳng nối hai tâm của hai mặt đáy.

D. tập hợp điểm M là đoạn thẳng nối hai tâm của hai mặt đáy.

Lời giải

$$\begin{aligned}
 & + \text{Gọi } O = AC \cap BD \text{ và } O' = A'C' \cap B'D' \rightarrow \begin{cases} \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0} \\ \vec{O'A'} + \vec{O'B'} + \vec{O'C'} + \vec{O'D'} = \vec{0} \end{cases} \\
 & \rightarrow \begin{cases} \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MO} + \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = 4\vec{MO} \\ \vec{MA'} + \vec{MB'} + \vec{MC'} + \vec{MD'} = 4\vec{MO'} + \vec{O'A'} + \vec{O'B'} + \vec{O'C'} + \vec{O'D'} = 4\vec{MO'} \end{cases} \\
 & \rightarrow 4\vec{MO} + 4\vec{MO'} = \vec{0} \leftrightarrow \vec{MO} + \vec{MO'} = \vec{0} \rightarrow M \text{ là trung điểm của } OO'.
 \end{aligned}$$

Câu 15. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Đặt $AB = a$, $BC = b$. Điểm M xác định bởi đẳng thức $OM = \frac{1}{2}(a - b)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

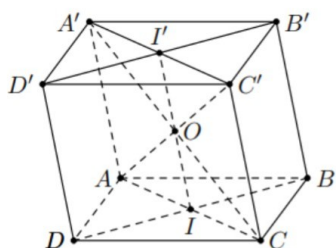
*A. M là trung điểm BB' .

B. M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.

C. M là trung điểm CC' .

D. M là tâm hình bình hành $ABB'A'$.

Lời giải



+ Gọi I, I' lần lượt là tâm các mặt đáy $ABCD, A'B'C'D'$.

$\rightarrow O$ là trung điểm II' .

$$OM = \frac{1}{2}(a - b) = \frac{1}{2}(AB - BC) = \frac{1}{2}(DC + CB) = \frac{1}{2}DB = IB$$

$\rightarrow M$ là trung điểm BB' .

Câu 16. Cho ba vectơ a, b, c . Điều kiện nào dưới đây khẳng định a, b, c đồng phẳng?

A. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p = 0$ và $ma + nb + pc = 0$.

*B. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p \neq 0$ và $ma + nb + pc = 0$.

C. Tồn tại ba số thực m, n, p sao cho $ma + nb + pc = 0$.

D. Giá của a, b, c đồng qui.

Lời giải

+ Xét $m = n = p = 0$ ta luôn có $m + n + p = 0$ và $ma + nb + pc = 0$ nhưng không thể suy ra được a, b, c đồng phẳng.

+ Xét $m + n + p \neq 0$ thì chắc chắn có một trong ba số m, n, p khác 0.

$$m \neq 0 \rightarrow ma + nb + pc = 0 \leftrightarrow a = -\frac{n}{m}b - \frac{p}{m}c \rightarrow a, b, c \text{ đồng phẳng.}$$

Câu 17. Cho ba vectơ a, b, c không đồng phẳng. Xét các vectơ $x = 2a + b$ và $y = a - b - c$ và $z = -3b - 2c$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

*A. x, y, z đồng phẳng.

B. x, a cùng phương.

C. x, b cùng phương.

D. x, y, z đôi một cùng phương.

Lời giải

+ Giả sử ba vector $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng khi đó $\vec{x} = m\vec{y} + n\vec{z}$.

$$\leftrightarrow 2\vec{a} + \vec{b} = m\vec{a} - (m+3n)\vec{b} - (m+2n)\vec{c} \leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m+3n=-1 \\ m+2n=0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ n=-1 \end{cases}$$

Vậy $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng.

Câu 18. Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Khẳng định nào dưới đây đúng?

*A. $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}$ và $\vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 6\vec{c}$ và $\vec{z} = -\vec{a} + 3\vec{b} + 6\vec{c}$ đồng phẳng.

B. $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}$ và $\vec{y} = 3\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}$ và $\vec{z} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 3\vec{c}$ đồng phẳng.

C. $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ và $\vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ và $\vec{z} = -\vec{a} + 3\vec{b} + 3\vec{c}$ đồng phẳng.

D. $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ và $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ và $\vec{z} = -\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ đồng phẳng.

Lời giải

+ $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng khi và chỉ khi $\exists m, n : \vec{x} = m\vec{y} + n\vec{z}$.

$$\begin{cases} \vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} \\ \vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 6\vec{c} \\ \vec{z} = -\vec{a} + 3\vec{b} + 6\vec{c} \end{cases} \rightarrow \vec{x} = \frac{4}{3}\vec{y} + \frac{5}{3}\vec{z} \rightarrow \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \text{ đồng phẳng.}$$

Câu 19. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu một trong ba vector đó bằng $\vec{0}$.

B. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba vector đó cùng phương.

C. Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ba vector $\vec{AB'}, \vec{C'A'}, \vec{DA'}$ đồng phẳng.

*D. $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ luôn đồng phẳng với hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Lời giải

+ Giả sử cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và gọi M là trung điểm $C'D'$ khi đó:

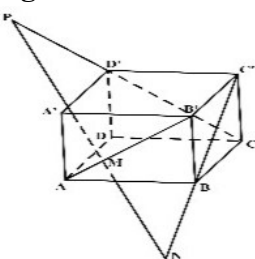
$$\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{CM} = \vec{AM} \rightarrow \vec{AM} \text{ không đồng phẳng với } \vec{AB}, \vec{AD}.$$

Câu 20. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và các điểm M, N, P xác định bởi $\vec{MA} = k\vec{MB'} (k \neq 0), \vec{NB} = x\vec{NC'}, \vec{PC} = y\vec{PD'}$. Hãy tính x, y theo k để ba điểm M, N, P thẳng hàng.

$$\text{A. } x = \frac{2+k}{2-k}, y = -\frac{2}{k} \quad \text{B. } x = \frac{1+2k}{1-2k}, y = -\frac{1}{2k} \quad \text{C. } x = \frac{\frac{1}{2}+k}{2-k}, y = -\frac{1}{2k} \quad \text{*D.}$$

$$x = \frac{1+k}{1-k}, y = -\frac{1}{k}$$

Lời giải



Chọn D

Đặt $\overrightarrow{AD} = a, \overrightarrow{AB} = b, \overrightarrow{AA'} = c$.

Từ giả thiết ta có: $\overrightarrow{AM} = \frac{k}{k-1}(b+c)$ (1) $\overrightarrow{AN} = b + \frac{x}{x-1}(a+c)$ (2), $\overrightarrow{AP} = a + b + \frac{y}{y-1}(c-b)$ (3).

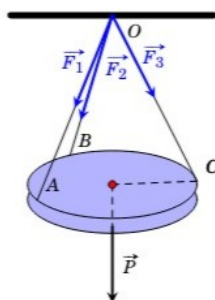
Từ đó ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{x}{x-1}a - \frac{1}{k-1}b + \left(\frac{x}{x-1} - \frac{k}{k-1}\right)c + \left(\frac{x}{x-1} - \frac{y}{y-1}\right)c$.

$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = a - \left(\frac{y}{y-1} + \frac{1}{k-1}\right)b + \left(\frac{y}{y-1} - \frac{k}{k-1}\right)c$

Ba điểm M, N, P thẳng hàng khi và chỉ khi tồn tại λ sao cho $\overrightarrow{MN} = \lambda \overrightarrow{MP}$ (*).

Thay các vec tơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}$ vào (*) và lưu ý a, b, c không đồng phẳng ta tính được $x = \frac{1+k}{1-k}, y = -\frac{1}{k}$.

Câu 21. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ đôi một vuông góc với nhau và $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = 15$ (N). Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.



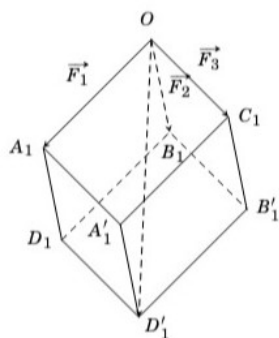
A. $14\sqrt{3}$ (N).

*B. $15\sqrt{3}$ (N).

C. $17\sqrt{3}$ (N).

D. $16\sqrt{3}$ (N).

Lời giải



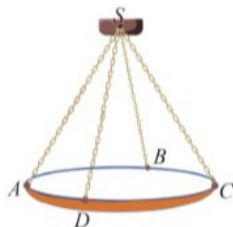
Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{OB_1} = \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{F_3}$. Lấy các điểm D_1, A'_1, B'_1, C'_1 sao cho $\overrightarrow{OA_1D_1B_1}, \overrightarrow{C_1A'_1D'_1B'_1}$ là hình hộp (như hình bên). Khi đó, áp dụng quy tắc hình hộp ta có

$$\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OD_1}.$$

Mặt khác, do các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ đôi một vuông góc và $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = 15$ (N) nên hình hộp $\overrightarrow{OA_1D_1B_1}, \overrightarrow{C_1A'_1D'_1B'_1}$ có ba cạnh $\overrightarrow{OA_1}, \overrightarrow{OB_1}, \overrightarrow{OC_1}$ đôi một vuông góc và bằng nhau. Vì thế hình hộp đó là hình lập phương có độ dài cạnh bằng 15. Suy ra độ dài đường chéo $\overrightarrow{OD_1}$ của hình lập phương đó bằng $15\sqrt{3}$.

Do chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$, ở đó $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên chiếc đèn. Suy ra trọng lượng của chiếc đèn là $|\vec{P}| = |\vec{OD}_1| = 15\sqrt{3}(\text{N})$

Câu 22. Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5\text{kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\angle ASC = 60^\circ$. Tìm độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



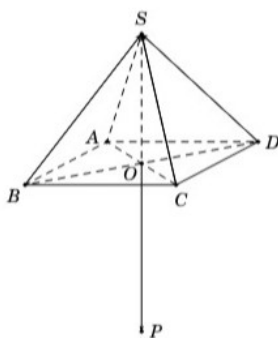
A. $\frac{15\sqrt{3}}{3}\text{N}$

B. $\frac{20\sqrt{3}}{3}\text{N}$

C. $\frac{25\sqrt{3}}{3}\text{N}$

*D. $\frac{30\sqrt{3}}{3}\text{N}$

Lời giải



- Ta có $P = mg$ nên $|\vec{P}| = m \cdot g = 5 \cdot 10 = 50\text{N}$.

Vậy độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm là 50N .

- Gọi O là trọng tâm của chiếc đèn chùm cũng là chân đường cao hình chóp đều $S.ABCD$. Vẽ $\vec{OP}$ biểu diễn trọng lực tác động lên đèn chùm với $OP \perp (ABCD)$.

Khi đó lực căng mỗi sợi xích sẽ là $\vec{AS}, \vec{BS}, \vec{CS}, \vec{DS}$.

Chiếc đèn chùm đứng yên nên $\vec{AS} + \vec{BS} + \vec{CS} + \vec{DS} + \vec{OP} = \vec{0}$.

Câu 23. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

*A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

Lời giải

Do $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng nên $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ \rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1$.

Vậy $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 24. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

*A. $\alpha = 180^\circ$

B. $\alpha = 0^\circ$

C. $\alpha = 90^\circ$

D. $\alpha = 45^\circ$

Lời giải

Mà theo giả thiết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$, suy ra $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1 \rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$

Câu 25. Cho hai vector a và b thỏa mãn $|a|=3, |b|=2$ và $a \cdot b = -3$. Xác định góc α giữa hai vector a và b

A. $\alpha = 30^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. *D. $\alpha = 120^\circ$.

Lời giải

$$a \cdot b = |a| \cdot |b| \cdot \cos(a, b) \rightarrow \cos(a, b) = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|} = \frac{-3}{3 \cdot 2} = -\frac{1}{2} \rightarrow (a, b) = 120^\circ$$

Ta có

Câu 26. Cho hai vector a và b thỏa mãn $|a|=|b|=1$ và hai vector $u = \frac{2}{5}a - 3b$ và $v = a + b$ vuông góc với nhau. Xác định góc α giữa hai vector a và b .

A. $\alpha = 90^\circ$. *B. $\alpha = 180^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.

Lời giải

$$u \perp v \rightarrow u \cdot v = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}a - 3b \right) \cdot (a + b) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{5}a^2 - \frac{13}{5}ab - 3b^2 = 0 \quad |a|=|b|=1 \rightarrow ab = -1$$

Ta có

$$\cos(a, b) = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|} = -1 \rightarrow (a, b) = 180^\circ$$

Suy ra

Câu 27. Cho hai vector a và b thỏa mãn điều kiện $|a|=|b|=1$ và $a \cdot b = 3$. Độ dài vector $3a + 5b$:

A. $5\sqrt{5}$. *B. $\sqrt{24}$. C. 8. D. 124.

Lời giải

$$(3a + 5b)^2 = 9a^2 + 30ab + 25b^2 = 9 + 90 + 25 = 124.$$

$$\Rightarrow |3a + 5b| = \sqrt{124}$$

Câu 28. Cho $\vec{a}, \vec{b}$ có $(\vec{a} + 2\vec{b})$ vuông góc với vector $(5\vec{a} - 4\vec{b})$ và $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. Khi đó:

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$. C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. *D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

+ Vì $(\vec{a} + 2\vec{b})$ vuông góc với vector $(5\vec{a} - 4\vec{b})$ nên: $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (5\vec{a} - 4\vec{b}) = 0 \Leftrightarrow 5\vec{a}^2 - 8\vec{b}^2 + 6\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{-5\vec{a}^2 + 8\vec{b}^2}{6}$

Ta có $|\vec{a}| = |\vec{b}| \Leftrightarrow |\vec{a}|^2 = |\vec{b}|^2$. Suy ra $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{3\vec{a}^2}{6}$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{\frac{3\vec{a}^2}{6}}{\vec{a}^2} = \frac{1}{2}$$

Câu 29. Cho hai vector a, b thỏa mãn: $|a|=4; |b|=3; |a-b|=4$. Gọi α là góc giữa hai vector a, b . Chọn khẳng định đúng?

*A. $\cos \alpha = \frac{3}{8}$. B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. D. $\alpha = 60^\circ$.

Lời giải

$$(a - b)^2 = |a|^2 + |b|^2 - 2ab \Rightarrow ab = \frac{9}{2}.$$

$$\cos \alpha = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|} = \frac{3}{8}$$

Do đó:

Câu 30.

$\vec{u}$ và $\vec{v}$ là 2 vectơ đều khác $\vec{0}$. Khi đó $|\vec{u} + 2\vec{v}|^2$ bằng

- A. $\vec{u}^2 + 2\vec{v}^2 - 4\vec{u} \cdot \vec{v}$ B. $\vec{u}^2 + 4\vec{v}^2 + 4\vec{u} \cdot \vec{v}$ *C. $\vec{u}^2 + 4\vec{v}^2$ D. $4\vec{u} \cdot \vec{v}(\vec{u} - \vec{v})$

Lời giải

Chọn C

Ta có $|\vec{u} + 2\vec{v}|^2 = (\vec{u} + 2\vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 4\vec{v}^2 + 4\vec{u} \cdot \vec{v}$

Câu 31. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=12$ và $|\vec{a} + \vec{b}|=13$. Khi đó $\cos$ của góc giữa hai vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ bằng

- A. $\frac{12}{13}$ B. $\frac{5}{12}$ *C. $-\frac{119}{169}$ D. $\frac{119}{169}$

Lời giải

Nhận thấy $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ suy ra $\vec{a} \perp \vec{b}$

Mặt khác: $\cos(\alpha_2) = \frac{|\vec{a}|}{|\vec{a} + \vec{b}|} = \frac{5}{13} \Rightarrow \alpha_2 = \cos^{-1} \frac{5}{13}$

Do đó góc giữa hai vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ bằng $\alpha_1 + \alpha_2 = 2\alpha_2 = 2 \cdot \cos^{-1} \frac{5}{13}$

Vậy $\cos(\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + \vec{b}) = \cos\left(2 \cdot \cos^{-1} \frac{5}{13}\right) = -\frac{119}{169}$

Câu 32. Cho $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{v} = 7\vec{a} - 5\vec{b}$ và $\vec{x} = \vec{a} - 4\vec{b}$ vuông góc với $\vec{y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. $(\vec{a}, \vec{b}) = 75^\circ$ *B. $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ C. $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$ D. $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \\ \vec{x} \cdot \vec{y} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\vec{a} + 3\vec{b})(7\vec{a} - 5\vec{b}) = 0 \\ (\vec{a} - 4\vec{b})(7\vec{a} - 2\vec{b}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7|\vec{a}|^2 - 15|\vec{b}|^2 = -16\vec{a} \cdot \vec{b} \\ 7|\vec{a}|^2 + 8|\vec{b}|^2 = 30\vec{a} \cdot \vec{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{b}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ |\vec{a}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{b}|^2 = 2\vec{a} \cdot \vec{b} \\ |\vec{a}| = |\vec{b}| \end{cases}$$

Từ đó, ta có: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$

Câu 33. Cho hai vectơ a, b thỏa mãn: $|a|=4; |b|=3; a \cdot b=10$. Xét hai vectơ $\vec{x} = a - b$ và $\vec{y} = a - 2b$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{x}, \vec{y}$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\cos \alpha = \frac{-2}{\sqrt{15}}$ B. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{15}}$ C. $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{15}}$ *D. $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{15}}$

Lời giải

Ta có $\vec{x} \cdot \vec{y} = (a - 2b)(a - b) = (a)^2 + 2(b)^2 - 3a \cdot b = 4$

$$|\vec{x}| = \sqrt{(\vec{x})^2} = \sqrt{(a - 2b)^2} = \sqrt{(a)^2 + 4(b)^2 - 4a.b} = 2\sqrt{3}$$

$$|\vec{y}| = \sqrt{(\vec{y})^2} = \sqrt{(a - b)^2} = \sqrt{(a)^2 + (b)^2 - 2a.b} = \sqrt{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{|\vec{x}| \cdot |\vec{y}|} = \frac{4}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{15}}$$

Câu 34. Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 26; |\vec{b}| = 28; |\vec{a} + \vec{b}| = 48$. Độ dài vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ bằng?

A. 25.

*B. $\sqrt{616}$.

C. 9.

D. $\sqrt{618}$.

Lời giải

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = a^2 + b^2 - 2a.b = 2(a^2 + b^2) - (\vec{a} + \vec{b})^2$$

$$= 2(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2) - |\vec{a} + \vec{b}|^2 = 2(26^2 + 28^2) - 48^2 = 616$$

$$\Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{616}.$$

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\angle BAC = \angle BAD = 60^\circ$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$?

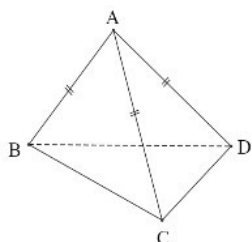
A. 60° .

B. 45° .

C. 120° .

*D. 90° .

Lời giải



Ta có

$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \vec{AB} \cdot (\vec{AD} - \vec{AC}) = \vec{AB} \cdot \vec{AD} - \vec{AB} \cdot \vec{AC}$$

$$= AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ - AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = 0$$

$$\Rightarrow (\vec{AB}, \vec{CD}) = 90^\circ$$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\angle ASB = \angle BSC = \angle CSA$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\vec{SA}$ và $\vec{BC}$?

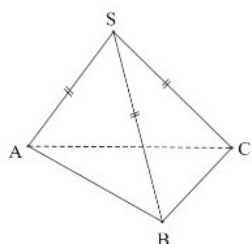
A. 120° .

*B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải



Ta có

$$\vec{SA} \cdot \vec{BC} = \vec{SA} \cdot (\vec{SC} - \vec{SB}) = \vec{SA} \cdot \vec{SC} - \vec{SA} \cdot \vec{SB}$$

$$= SA \cdot SC \cdot \cos \angle ASC - SA \cdot SB \cdot \cos \angle ASB = 0$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc (MN, SC) bằng:

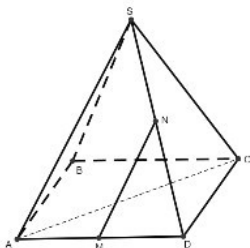
A. 45°

B. 30°

*C. 90°

D. 60°

Lời giải



Ta có: $AC = a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow AC^2 = 2a^2 = SA^2 + SC^2$$

$\Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại S .

$$\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{SC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{SC}) = 90^\circ \Rightarrow (MN, SC) = 90^\circ$$

Khi đó:

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Góc giữa AO và CD bằng bao nhiêu?

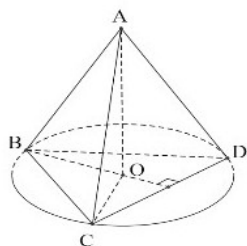
A. 0°

B. 30°

*C. 90°

D. 60°

Lời giải



$$\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{CD}$$

Ta có

$$= \overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = CO \cdot CD \cdot \cos 30^\circ - CA \cdot CD \cdot \cos 60^\circ$$

$$= \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{2} = 0.$$

Suy ra $AO \perp CD$.

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ với $AB \perp AC, AB \perp BD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD . Góc giữa PQ và AB là?

*A. 90°

B. 60°

C. 30°

D. 45°

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{PQ} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{PQ}$$

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\angle BAC = \angle BAD = 60^\circ, \angle CAD = 90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$?

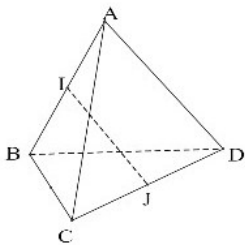
A. 120°

*B. 90°

C. 60°

D. 45°

Lời giải



Xét tam giác ICD có J là trung điểm đoạn CD .

$$\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{IC} + \vec{ID})$$

Ta có:

Vì tam giác ABC có $AB = AC$ và $\angle BAC = 60^\circ$

Nên tam giác ABC đều. Suy ra: $CI \perp AB$

Tương tự ta có tam giác ABD đều nên $DI \perp AB$.

$$\vec{IJ} \cdot \vec{AB} = \frac{1}{2}(\vec{IC} + \vec{ID}) \cdot \vec{AB} = \frac{1}{2}\vec{IC} \cdot \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{ID} \cdot \vec{AB} = 0$$

Xét

Suy ra $\vec{IJ} \perp \vec{AB}$. Hay góc giữa cặp vectơ $\vec{AB}$ và $\vec{IJ}$ bằng 90° .

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Khẳng định nào sau đây đúng nhất.

A. AB và CD chéo nhau

*B. AB và CD vuông góc với nhau

C. AB và CD đồng phẳng

D. AB và CD cắt nhau

Lời giải

Đặt $AB = AD = AC = a$

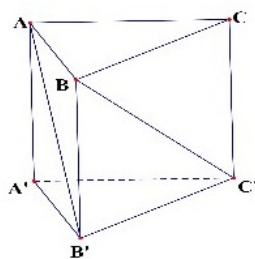
$$\vec{CD} \cdot \vec{AB} = (\vec{AD} - \vec{AC}) \cdot \vec{AB}$$

Ta có

$$= |\vec{AB}| |\vec{AD}| \cos 60^\circ - |\vec{AB}| |\vec{AC}| \cos 60^\circ = a \cdot a \cdot \frac{1}{2} - a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = 0$$

Vậy $AB \perp CD$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng



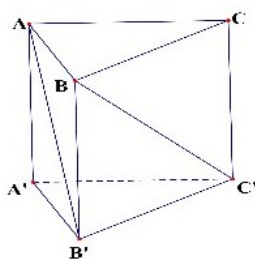
*A. 60°

B. 45°

C. 90°

D. 30°

Lời giải



$$\vec{AB'} \cdot \vec{BC'} = (\vec{AB} + \vec{BB'}) \cdot (\vec{BC} + \vec{CC'}) = \vec{AB} \cdot \vec{BC} + \vec{AB} \cdot \vec{CC'} + \vec{BB'} \cdot \vec{BC} + \vec{BB'} \cdot \vec{CC'}$$

Ta có

$$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{CC'} = -\frac{a^2}{2} + 0 + 0 + 2a^2 = \frac{3a^2}{2}$$

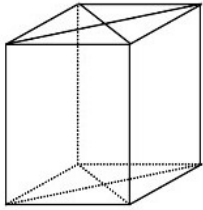
$$\cos(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}) = \frac{\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'}}{|\overrightarrow{AB'}| \cdot |\overrightarrow{BC'}|} = \frac{\frac{3a^2}{2}}{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}) = 60^\circ$$

Suy ra

Câu 43. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a . Gọi M là trung điểm AD . Giá trị $\overrightarrow{B_1M} \cdot \overrightarrow{BD_1}$ là:

- *A. $\frac{1}{2}a^2$. B. a^2 . C. $\frac{3}{4}a^2$. D. $\frac{3}{2}a^2$.

Lời giải



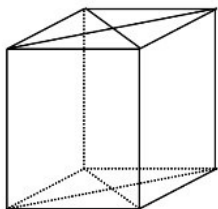
Ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{B_1M} \cdot \overrightarrow{BD_1} &= (\overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}) \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}) \\ &= \overrightarrow{B_1B} \cdot \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BA}^2 + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= -a^2 + a^2 + \frac{a^2}{2} \\ &= \frac{a^2}{2} \end{aligned}$$

Câu 44. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$?

A. 90° B. 60° *C. 45° D. 120°

Lời giải

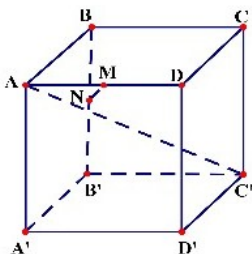


Ta có: $EG \parallel AC$ (do $ACGE$ là hình chữ nhật)
 $\Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \angle BAC = 45^\circ$

Câu 45. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BB' . Cosin của góc hợp bởi MN và AC' bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. *B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải



* Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .

* Đặt $\vec{a} = \vec{AB}$, $\vec{b} = \vec{AD}$, $\vec{c} = \vec{AA'} \Rightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = a$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} = 0$

* Ta có:

$$\vec{MN} = \vec{AN} - \vec{AM} = \vec{AB} + \vec{BN} - \vec{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} \Rightarrow |\vec{MN}| = \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \Rightarrow |\vec{AC'}| = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$$

$$\vec{AC'} \cdot \vec{MN} = a^2 - \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a^2 = a^2$$

$$\cos(\vec{MN}; \vec{AC'}) = \left| \cos(\vec{MN}, \vec{AC'}) \right| = \frac{|\vec{MN} \cdot \vec{AC'}|}{|\vec{MN}| \cdot |\vec{AC'}|} = \frac{a^2}{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3}} = \frac{2}{3}$$

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác $A'BC$ đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . M là trung điểm cạnh CC' . Tính cosin góc α giữa hai đường thẳng AA' và BM .

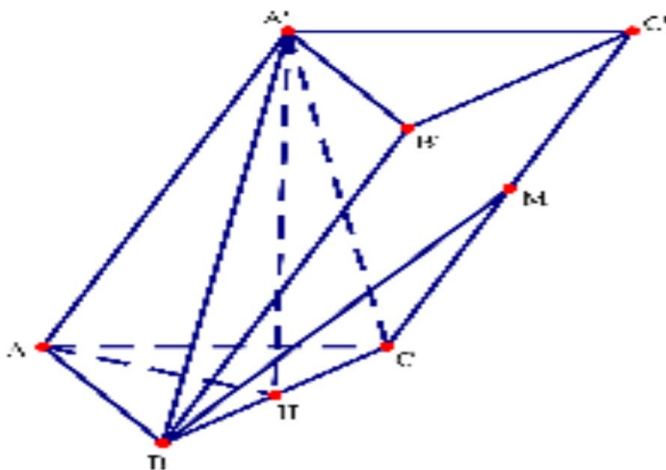
A. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{22}}{11}$

*B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{33}}{11}$

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{11}}{11}$

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{22}}{11}$

Lời giải



Ta có: $AH = A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AH \perp BC, A'H \perp BC \Rightarrow BC \perp (AA'H) \Rightarrow BC \perp AA'$ hay $BC \perp BB'$. Do đó: $BCC'B'$ là hình chữ nhật.

Khi đó: $CC' = AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow BM = \sqrt{a^2 + \frac{a^2 \cdot 6}{16}} = a \frac{\sqrt{22}}{4}$

Xét: $\vec{AA'} \cdot \vec{BM} = \vec{AA'} \cdot (\vec{BC} + \vec{CM}) = 0 + \vec{AA'} \cdot \vec{CM} = \frac{3a^2}{4}$

$$\cos(\vec{AA'}, \vec{BM}) = \frac{\left| \frac{3a^2}{4} \right|}{\frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{22}}{4}} = \frac{\sqrt{33}}{11}$$

Suy ra

Câu 47. Cho tam giác ABC , thì công thức tính diện tích nào sau đây là đúng nhất.

A. $S = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 AC^2 - BC^2}$

B. $S = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 AC^2 + \frac{1}{2} (AB \cdot AC)^2}$

$$C. S = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 AC^2 - \frac{1}{2} (AB \cdot AC)^2}$$

$$*D. S = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 AC^2 - (AB \cdot AC)^2}$$

Lời giải

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB AC \sin A = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 AC^2 \sin^2 A} = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 AC^2 (1 - \cos^2 A)}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 AC^2 - (AB \cdot AC)^2}$$

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a . Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG}$ bằng?

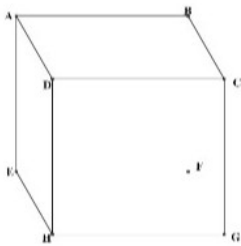
$$A. a^2 \sqrt{2}$$

$$*B. a^2$$

$$C. a^2 \sqrt{3}$$

$$D. \frac{a^2 \sqrt{2}}{2}$$

Lời giải



$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \quad (\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AD}) = a^2 \quad (\text{Vì } \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD})$$

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$ với $AC = \frac{3}{2} AD$, $\angle CAB = \angle DAB = 60^\circ$, $CD = AD$. Gọi φ là góc giữa AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

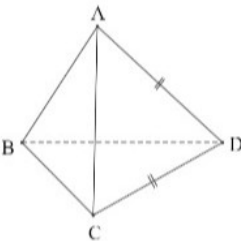
$$A. \cos \varphi = \frac{3}{4}$$

$$B. \varphi = 60^\circ$$

$$C. \varphi = 30^\circ$$

$$*D. \cos \varphi = \frac{1}{4}$$

Lời giải



$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{AB \cdot CD}$$

Ta có

Mặt khác

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$$

$$= AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ - AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ$$

$$= AB \cdot AD \cdot \frac{1}{2} - AB \cdot \frac{3}{2} AD \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} AB \cdot AD = -\frac{1}{4} AB \cdot CD$$

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{-\frac{1}{4} AB \cdot CD}{AB \cdot CD} = -\frac{1}{4} \quad \cos \varphi = \frac{1}{4}$$

Do có

Câu 50. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM})$ bằng

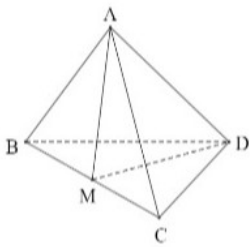
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

*B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Giả sử cạnh của tứ diện là a .

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DM}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{DM}|} = \frac{AB \cdot DM}{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}$$

Ta có

Mặt khác

$$\begin{aligned} AB \cdot DM &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AD}) = AB \cdot AM - AB \cdot AD = AB \cdot AM \cdot \cos 30^\circ - AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ \\ &= a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{4}. \end{aligned}$$

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM}) = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Do có $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM}) = \frac{\sqrt{3}}{6}$. Suy ra $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM}) = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

---HẾT---