

Chủ đề 8 - Hình học không gian - Mức độ vận dụng - File word có lời giải.docx

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách d giữa SB và AC .

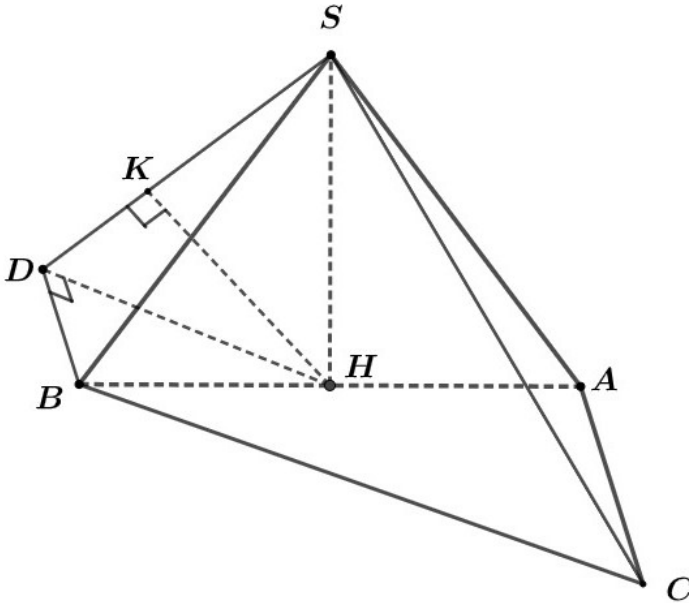
A. $d = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

*C. $d = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{30}}{5}$.

Lời giải



Kẻ đường thẳng Δ đi qua B và $\Delta // AC$.

Kẻ $HD \perp \Delta$ tại D .

Khi đó $AC // BD \Rightarrow AC // (SDB)$

$$\Rightarrow d(AC; SB) = d(AC; (SDB)) = d(A; (SDB)) = 2d(H; (SDB))$$

Kẻ $HK \perp SD$ tại K .

$$\text{Vi } BD \perp DH, BD \perp SH \Rightarrow BD \perp (SDH) \Rightarrow BD \perp HK$$

$$\text{Mà } HK \perp SD \Rightarrow HK \perp (SDB)$$

$$\Rightarrow d(H; (SDB)) = HK$$

$$\text{Ta có } \triangle SAB \text{ vuông cân ở } S \text{ nên } SH = HB = HA = \frac{a}{2}$$

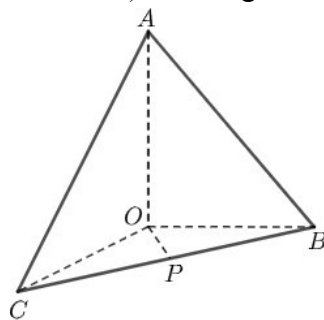
$$\text{Vi } AC // BD \Rightarrow \angle BHD = \angle BAC = 60^\circ$$

$$\triangle HDB \text{ vuông ở } D \text{ nên } HD = HB \cdot \sin \angle HBD = \frac{a}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\triangle SHD \text{ vuông ở } H \text{ có: } \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{DH^2} = \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{14} = d(H; (SDB))$$

$$\Rightarrow d(SB; AC) = 2d(H; (SBD)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 2. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a$ và $OB = OC = 2a$. Gọi P là trung điểm của BC (minh họa như hình bên dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng OP và AB bằng



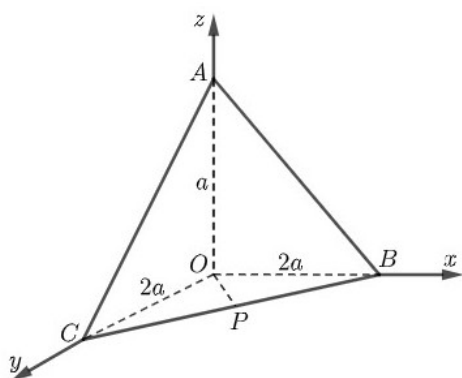
A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$

*B. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$

C. a

D. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, khi đó $O(0;0;0), B(2a;0;0), C(0;2a;0), A(0;0;a)$

Vì P là trung điểm của BC nên $P(a;a;0)$

Ta có $\overrightarrow{OP} = (a;a;0), \overrightarrow{AB} = (2a;0;-a), \overrightarrow{OA} = (0;0;a)$

$$[\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{AB}] = (-a^2; a^2; -2a^2) \Rightarrow d(OP, AB) = \frac{|[\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{AB}] \cdot \overrightarrow{OA}|}{|[\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{AB}]|} = \frac{|-2a^3|}{\sqrt{a^4 + a^4 + 4a^4}} = \frac{\sqrt{6}a}{3}$$

Suy ra

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , M là trung điểm BC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của AM . Cho biết $AB = a, AC = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{3a}{4}$

C. $\frac{3a}{2}$

*D. $\frac{4a}{3}$

Lời giải

Dựng hình bình hành $ABCD$.

Khi đó $d(SA, BC) = d(BC, (SAD)) = d(M, (SAD)) = 2d(H, (SAD))$ với H là trung điểm của AM .

Theo đề bài, ta suy ra $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp AD$

Kẻ $HJ \perp AD, HK \perp SI \Rightarrow HK \perp (SAD) \Rightarrow d(H, (SAD)) = HK$

Kẻ $HI \perp AB \Rightarrow SI \perp AB$, suy ra $((SAB), (ABC)) = (SI, HI) = \angle SIH = 60^\circ$

$$\frac{AB}{IA} = \frac{BC}{AH} = \frac{BC}{\frac{BC}{4}} = 4 \Rightarrow AI = \frac{AB}{4} = \frac{a}{4}$$

Dễ thấy $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle IAH$ suy ra

$$IH = \sqrt{AH^2 - IA^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Tam giác HIA vuông tại I nên

Tam giác SHI vuông tại H có $\angle SIH = 60^\circ \Rightarrow SH = IH \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$

Ta có $\triangle AJH$ đồng dạng $\triangle DCA$ suy ra $\frac{JH}{CA} = \frac{AH}{DA} = \frac{\frac{a}{2}}{2a} = \frac{1}{4} \Rightarrow JH = \frac{CA}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Tam giác SHJ vuông tại H có đường cao HK

$$\Rightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HJ^2} = \frac{64}{9a^2} \Rightarrow HK = \frac{3a}{8}$$

$$d(SA, BC) = 2HK = \frac{3a}{4}$$

Vậy

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 2a$ và vuông góc $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và CM .

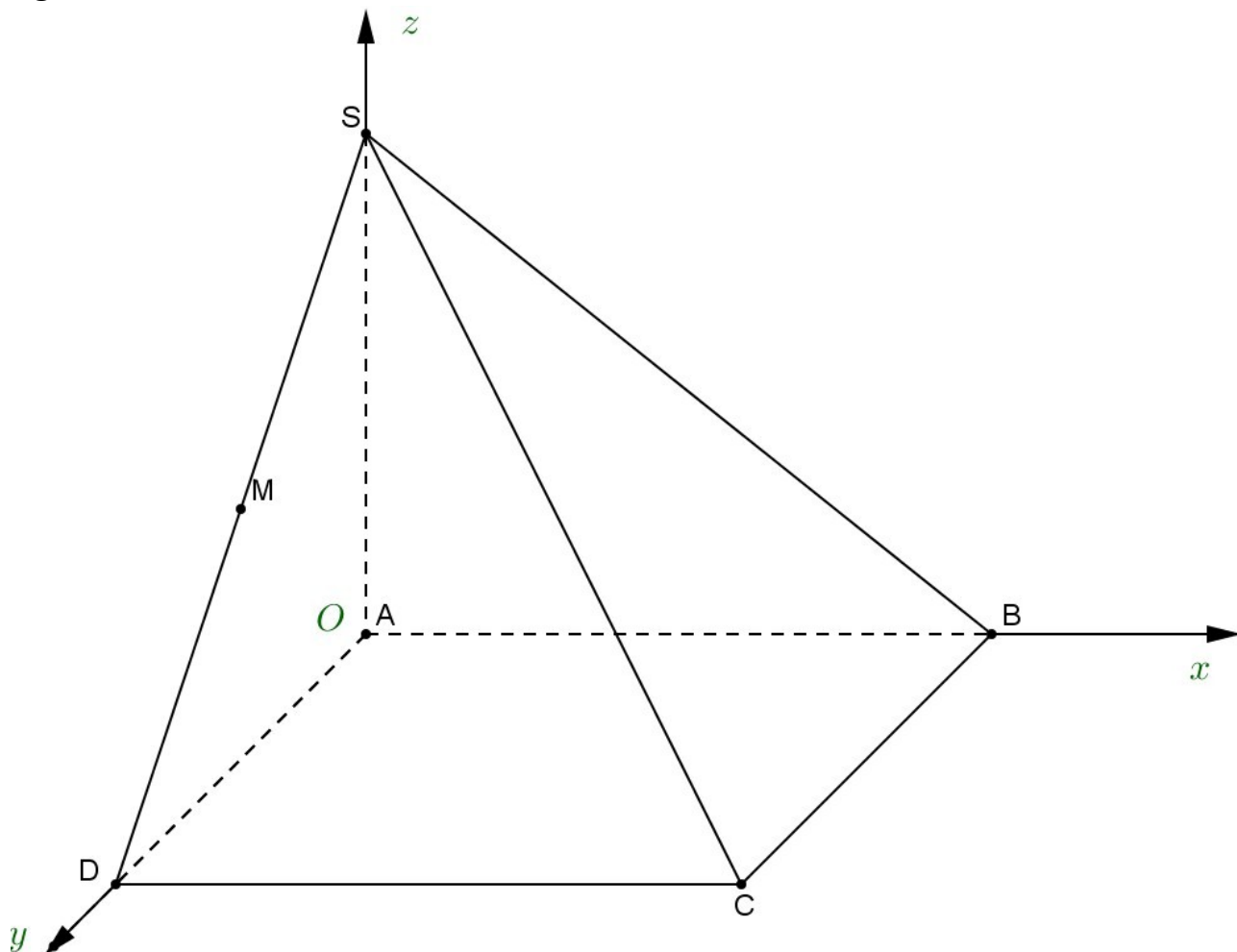
*A. $d = \frac{2a}{3}$.

B. $d = \frac{a}{3}$.

C. $d = \frac{a}{6}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

Khi đó $S(0;0;2a)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $M\left(0;\frac{a}{2};a\right)$

$\vec{SB} = (a;0;-2a)$, $\vec{CM} = \left(-a;-\frac{a}{2};a\right)$, $\vec{BC} = (0;a;0)$

$$d(SB, CM) = \frac{\left| \left[\vec{SB}, \vec{CM} \right] \cdot \vec{BC} \right|}{\left| \left[\vec{SB}, \vec{CM} \right] \right|} = \frac{2a}{3}$$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Cosin của góc giữa SC và mặt đáy bằng

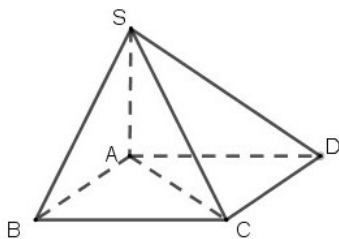
A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

*B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải



AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ nên góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa SC và AC và bằng góc $\angle SCA$

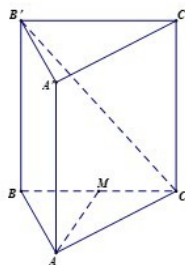
Tam giác ADC vuông tại D nên $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = a\sqrt{5}$

Tam giác SAC vuông tại A (do $SA \perp (ABCD)$)

$$\cos \angle SCA = \frac{AC}{SC} = \frac{AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + (a\sqrt{5})^2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

nên

Câu 6. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông, $BA = BC = 2a$, cạnh bên $AA' = 4a$, M là trung điểm BC (minh họa như hình dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'C$ và AM bằng



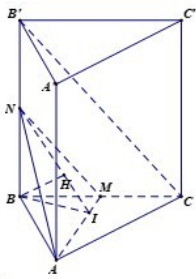
A. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

C. a .

*D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Gọi N là trung điểm BB' , ta có $MN \parallel B'C$, $(AMN) \parallel B'C$.

Dựng $BI \perp AM$; $B'B \perp (ABC) \Rightarrow B'B \perp AM \Rightarrow (B'BI) \perp AM \Rightarrow (B'BI) \perp (AMN)$.

Dựng $BH \perp B'I \Rightarrow BH \perp (AMN)$. Do $(AMN) \cap B'B$ tại N là trung điểm BB' , nên ta có:
 $d(B'C; AM) = d(B'C; (AMN)) = d(B'; (AMN)) = d(B; (AMN)) = BH$.

Ta có tam giác ABC là tam giác vuông, sử dụng công thức đường cao của tứ diện $B.AMN$ ta có:

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Câu 7. Cho lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\angle BAC = 60^\circ$. Biết $AA' = A'B = A'D$ và cạnh bên AA' hợp với mặt phẳng đáy góc 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và BD .

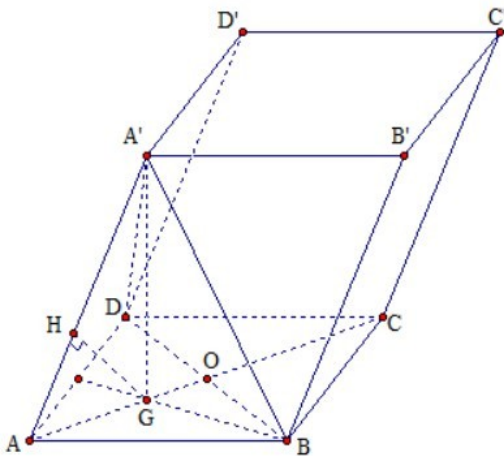
A. $\frac{3a}{4}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{6}}{8}$

*D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Lời giải



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , vì $AA' = A'B = A'D$ nên G là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$. Khi đó $\angle A'AG = 60^\circ$.

Ta có: $\begin{cases} BD \perp CA \\ BD \perp A'G \end{cases} \Rightarrow BD \perp (ACC'A')$ và $BD \cap (ACC'A') = O$
 $d(CC'; BD) = d(CC'; (BDD'B')) = d(C; (BDD'B')) = d(A; (BDD'B'))$
 $= d(AA'; (BDD'B')) = d(AA'; BD)$

Vì $BD \perp (ACC'A') \Rightarrow BD \perp AA' \Rightarrow d(BD; AA') = d(O; AA') = \frac{3}{2}d(G; AA')$

Từ G kẻ đường thẳng vuông góc với AA' tại H , suy ra: $d(G; AA') = GH$.

Tam giác ABC đều nên $AC = a$. Mà G là trọng tâm tam giác ABD , suy ra:

$$AG = \frac{2 \cdot AO}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a}{3} \Rightarrow GH = AG \sin 60^\circ = \frac{a}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\Rightarrow d(BD; AA') = \frac{3}{2} d(G; AA') = \frac{3}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Vậy

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I ; $AB = 2a$; $BD = \sqrt{3}AC$, mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh A , hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AI . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng.

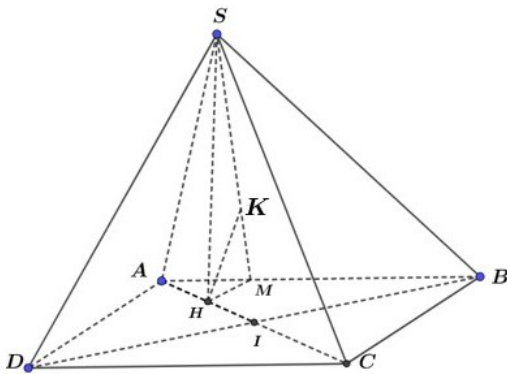
A. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$

*B. $\frac{2a\sqrt{35}}{7}$

C. $\frac{2a\sqrt{35}}{35}$

D. $\frac{a\sqrt{35}}{7}$

Lời giải



Vì $DC \parallel (SAB)$ nên $d(DC; SB) = d(DC; (SAB)) = d(D; (SAB))$

Mà I là trung điểm BD ; H là trung điểm AI

$$\Rightarrow d(D; (SAB)) = 2d(I; (SAB)) = 2 \cdot [2d(H; (SAB))] = 4d(H; (SAB))$$

Kẻ $HM \perp BA$ tại M , kẻ $HK \perp SM$ tại K .

Vì $AB \perp SH, AB \perp HM \Rightarrow AB \perp (SHM)$

$$\Rightarrow AB \perp HK$$

Mà $HK \perp SM \Rightarrow HK \perp (SAB) \Rightarrow d(H; (SAB)) = HK$

Vì $ABCD$ là hình thoi, $BD = \sqrt{3}AC \Rightarrow \begin{cases} AB = BC \\ BI = \sqrt{3}AI \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC$ đều

$$\Rightarrow AC = AB = 2a \Rightarrow AH = \frac{a}{2}$$

Vì ΔSAB cân ở A nên $SA = AB = 2a$.

$$\text{Xét } \Delta SAH \text{ vuông ở } H \text{ có: } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

$$\text{Xét } \Delta AHM \text{ vuông ở } M \text{ có: } HM = AH \cdot \sin A = AH \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

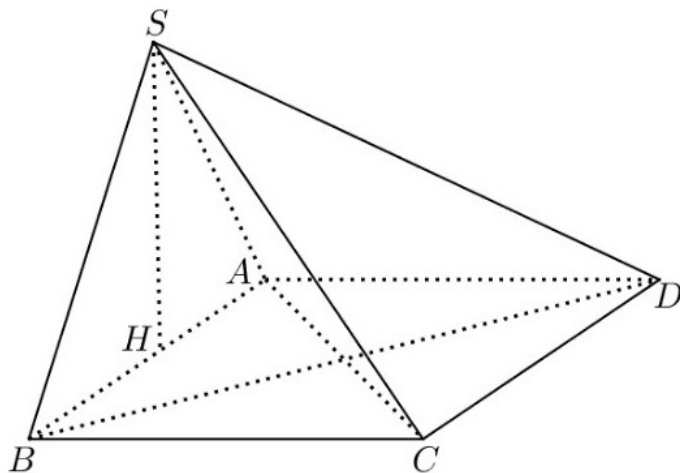
$$\text{Xét } \Delta SHM \text{ vuông ở } H \text{ có: } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{35}}{14} = d(H; (SAB))$$

$$\Rightarrow d(D; (SAB)) = 4d(H; (SAB)) = \frac{2a\sqrt{35}}{7}$$

$$d(SB, CD) = \frac{2a\sqrt{35}}{7}$$

Vậy

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a , $\angle BAD = 120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và $(SAB) \perp (ABCD)$ (tham khảo hình vẽ).



Tính khoảng cách từ A đến (SBC)

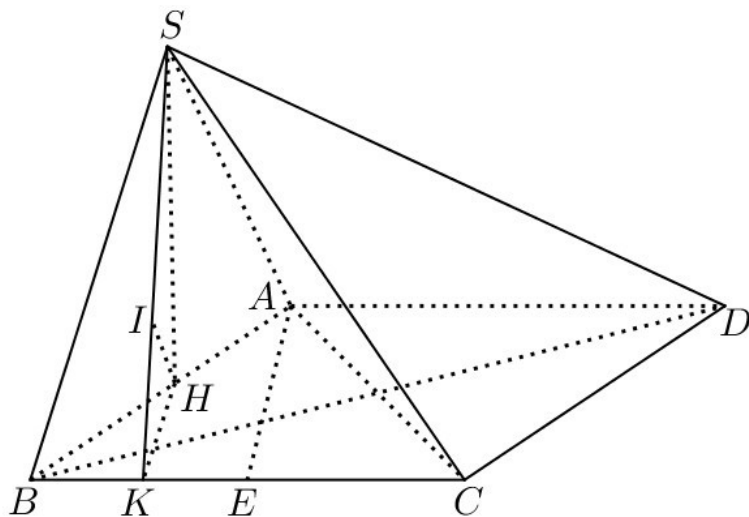
A. $\frac{a}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$

C. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$

*D. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB , khi đó $SH \perp (ABCD)$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do $AH \cap (SBC) = B \Rightarrow d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC))$

Gọi K, I là hình chiếu của H lên BC và SK .

Khi đó $BC \perp HK, BC \perp SH \Rightarrow BC \perp (SHK) \Rightarrow BC \perp HI$

Vậy $HI \perp BC, HI \perp SK \Rightarrow HI \perp (SBC)$ hay $d(H, (SBC)) = HI$

Gọi E là trung điểm của $BC \Rightarrow AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, khi đó $HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

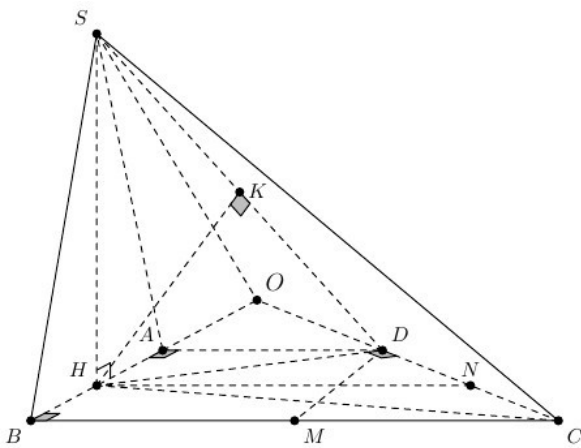
Trong tam giác vuông SHK ta có $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{3a^2} = \frac{20}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{15}}{10}$.

Vậy $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = a$, $AB = 2a$, $BC = 3a$, mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

- *A. $\frac{3a\sqrt{30}}{10}$ B. $\frac{3a\sqrt{30}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{30}}{2}$ D. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



• Gọi H là trung điểm cạnh $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$.

• Kẻ $MD \perp BC$ với $M \in BC$. Suy ra ta có $MD = AB = 2a$; $MC = 2a$.

Suy ra $CD = \sqrt{MD^2 + MC^2} = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = a\sqrt{8}$.

• Mặt khác ta có: $AH = \frac{AB}{2} = a$; $HD = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$;

$SD = \sqrt{SH^2 + HD^2} = \sqrt{3a^2 + 2a^2} = a\sqrt{5}$; $CH = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 9a^2} = a\sqrt{10}$.

• Khi đó $2a^2 + 8a^2 = 10a^2 \Leftrightarrow HD^2 + CD^2 = CH^2 \Rightarrow HD \perp DC$.

• Gọi $AB \cap CD = O$; N là trung điểm cạnh CD . Khi đó $HN = \frac{AD + BC}{2} = 2a$.

Ta có: $\frac{d(B; (SCD))}{d(H; (SCD))} = \frac{OB}{OH} = \frac{BC}{HN} = \frac{3a}{2a} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(B; (SCD)) = \frac{3}{2} d(H; (SCD))$.

• Trong (SHD) kẻ $HK \perp SD$ (1) với $K \in SD$.

Do $\left. \begin{array}{l} DC \perp HD \\ DC \perp SH \end{array} \right\} \Rightarrow DC \perp (SHD) \Rightarrow DC \perp HK$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $HK \perp (SCD) \Rightarrow d(H; (SCD)) = HK$.

Trong $\triangle SHD$ vuông tại H ; đường cao HK ta có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HD^2} \Leftrightarrow HK = \frac{SH \cdot HD}{\sqrt{SH^2 + HD^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{3a^2 + 2a^2}} = \frac{a^2\sqrt{6}}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{5}$$

$$V\text{ậy } d(B; (SCD)) = \frac{3}{2} d(H; (SCD)) = \frac{3}{2} HK = \frac{3a\sqrt{30}}{10}$$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, biết tam giác SAD có diện tích $S = 3a^2$. Tính khoảng cách từ C đến (SBD) bằng

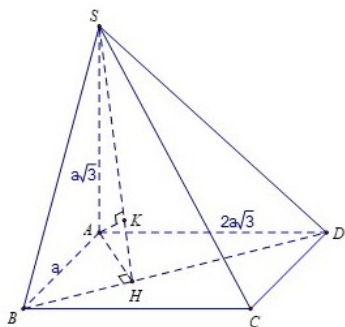
A. $d = \frac{a\sqrt{39}}{13}$

*B. $d = \frac{2a\sqrt{51}}{17}$

C. $d = \frac{a\sqrt{39}}{5}$

D. $d = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$

Lời giải



Do $S_{SAD} = 3a^2 = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot AD \Rightarrow SA = \frac{6a^2}{2a\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$. Mặt khác ta có $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD))$

Kẻ $AH \perp BD, AK \perp SH \Rightarrow d(A, (SBD)) = AK$

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{13} \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{a \cdot 2a\sqrt{3}}{a\sqrt{13}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$$

$$\Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{2a\sqrt{39}}{13}}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{2a\sqrt{39}}{13}\right)^2}} = \frac{2a\sqrt{51}}{17}$$

Vậy $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = \frac{2a\sqrt{51}}{17}$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD .

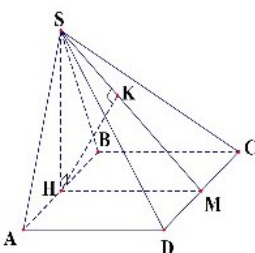
*A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$

C. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$

D. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$

Lời giải



Ta có hình chiếu H của S lên mp $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB .

$$AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(AB; SC) = d(AB, (SCD)) = d(H, (SCD))$$

Từ H kẻ $HM \perp CD \Rightarrow CD \perp (SHM) \Rightarrow (SCD) \perp (SHM)$

Kẻ $HK \perp SM \Rightarrow d(H, (SCD)) = HK$.

Trong tam giác vuông SHM có: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2}$.

SH là đường cao trong tam giác đều cạnh a , nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; M là trung điểm của CD nên $HM = a \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 13. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có ba kích thước $AB = a$, $AD = 2a$, $AA_1 = 3a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (A_1BD) bằng bao nhiêu?

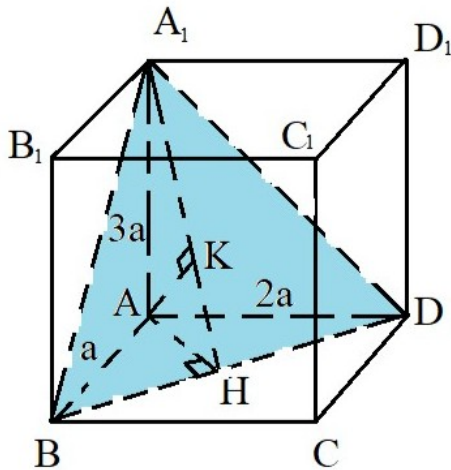
A. a .

B. $\frac{7}{6}a$.

*C. $\frac{6}{7}a$.

D. $\frac{5}{7}a$.

Lời giải



Kẻ $AH \perp BD$ tại H . Ta có: $\begin{cases} BD \perp AH \\ BD \perp AA_1 \text{ (do } AA_1 \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AA_1H)$

Kẻ $AK \perp A_1H$ tại K . Ta có: $\begin{cases} AK \perp A_1H \\ AK \perp BD \text{ (do } BD \perp (AA_1H)) \end{cases} \Rightarrow AK \perp (A_1BD)$

Do đó: $d(A, (A_1BD)) = AK$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AA_1^2} \quad \text{mà} \quad \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AA_1^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{9a^2} = \frac{49}{36a^2}$$

$$\text{Vậy } AK = \frac{6}{7}a \quad \text{hay} \quad d(A, (A_1BD)) = \frac{6}{7}a$$

Câu 14. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = 2a$. Gọi M là điểm trên cạnh $A'B'$, $A'M = \frac{a}{3}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng?

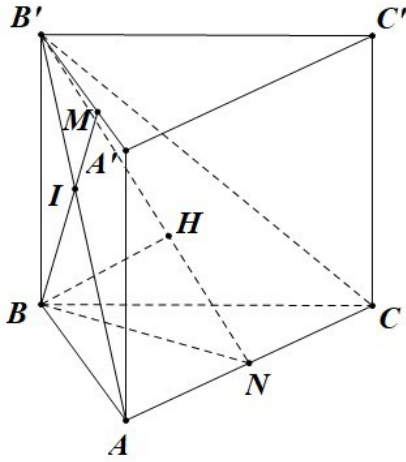
*A. $\frac{4\sqrt{57}a}{57}$

B. $\frac{2\sqrt{57}a}{57}$

C. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$

D. $\frac{\sqrt{57}a}{57}$

Lời giải



$$\frac{d_{(M;(B'AC))}}{d_{(B;(B'AC))}} = \frac{IM}{IB} = \frac{B'M}{BA} = \frac{2}{3}$$

Ta có: $(\Delta B'IM \text{ đồng dạng } \Delta AIB)$

Kẻ $BN \perp AC$ và $BH \perp B'N$.

$$\begin{cases} BN \perp AC \\ BB' \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (B'BN) \Rightarrow AC \perp BH$$

$$\begin{cases} BH \perp AC \\ BH \perp B'N \end{cases} \Rightarrow BH \perp (B'AC) \Rightarrow d_{(B;(B'AC))} = BH$$

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{B'B^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{19}{12a^2} \Rightarrow BH = \frac{2\sqrt{57}a}{19}$$

Xét $\Delta B'BN$ vuông tại B có:

Vậy $d_{(M;(B'AC))} = \frac{4\sqrt{57}a}{57}$

Câu 15. Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = AD = a$ và $\angle A'AB = \angle A'AD = \angle BAD = 60^\circ$. Tính $\cos$ của góc giữa đường thẳng CD' và mặt phẳng $(A'AD)$:

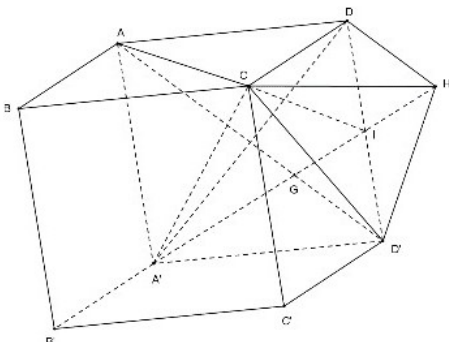
*A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Lời giải



Gọi I là trung điểm DD' ; G là trọng tâm tam giác $A'D'D$; H đối xứng với G qua I
 Từ gt $\Rightarrow$ Các tam giác $A'D'D$ và $CD'D$ là các tam giác đều $\Rightarrow A'I \perp DD'$; $CI \perp DD'$

$$\Rightarrow DD' \perp (CIA') \Rightarrow DD' \perp CH$$

$$\overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{A'H}) \cdot \overrightarrow{AD} = \left(\overrightarrow{CA'} + \frac{4}{3} \overrightarrow{A'I} \right) \cdot \overrightarrow{AD} = \left[\overrightarrow{CA'} + \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{A'D'}) \right] \cdot \overrightarrow{AD}$$

Mà

$$= \left(-\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AA'} \right) \cdot \overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AD}^2 + \frac{1}{3} \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$= -a^2 \cos 60^\circ + \frac{1}{3} a^2 + \frac{1}{3} a^2 \cos 60^\circ = 0$$

$$\Rightarrow AD \perp CH$$

Do đó $CH \perp (A'AD) \Rightarrow D'H$ là hình chiếu của CD' trên $(A'AD)$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{CD'}; (A'AD)) = (\overrightarrow{CD'}; \overrightarrow{HD'})$$

Lại có: $CD' = a$; $D'H = D'G = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; tam giác $CD'H$ vuông tại H

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{CD'}; (A'AD)) = \cos \angle CD'H = \frac{HD'}{CD'} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

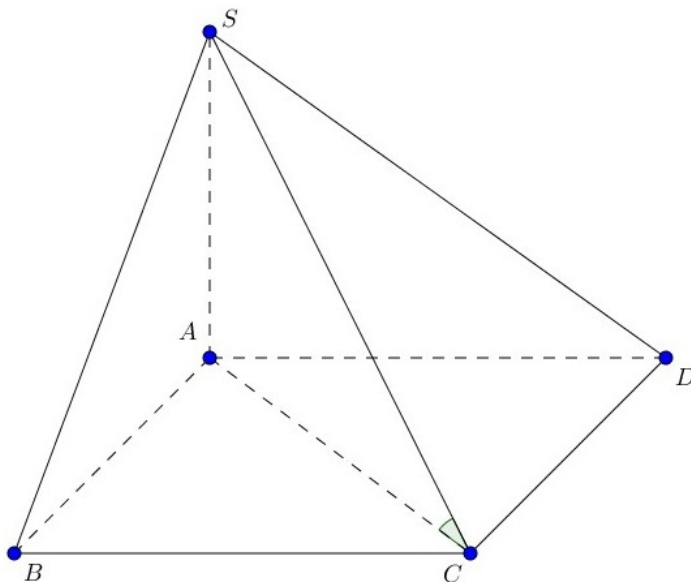
A. 90° .

B. 45° .

C. 60° .

*D. 30° .

Lời giải



• Ta có AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ nên góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $(SC; AC) = \angle SCA$

• $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ nên $AC = a\sqrt{6}$.

• Xét $\triangle SAC$ vuông tại A , ta có:

$$\tan SAC = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

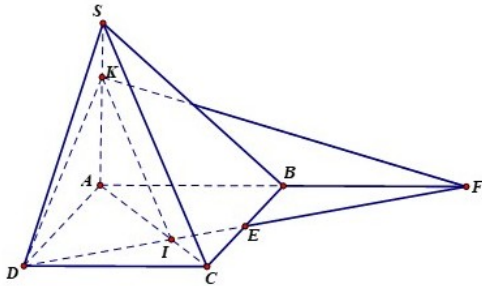
• Suy ra $\angle SAC = 30^\circ$

• Vậy góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° .

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° . Gọi E là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC .

- *A. $\frac{2a\sqrt{19}}{19}$ B. $\frac{a\sqrt{10}}{19}$ C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{2a\sqrt{19}}{5}$

Lời giải



• Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ nên $AC = 2a$. Góc giữa SC và đáy là $\angle SCA = 45^\circ \Rightarrow SA = AC = 2a$.

• Gọi $I = AC \cap DE$, có $\frac{IA}{IC} = \frac{DA}{CE} = 2$, gọi K là điểm trên SA sao cho $IK \parallel SC \Rightarrow \frac{KA}{SA} = \frac{IA}{CA} = \frac{2}{3} \Rightarrow AK = \frac{4a}{3}$ và $SC \parallel (DKI)$.

Do đó $d(AC, DE) = d(C, (DKI)) = \frac{1}{2} d(A, (DKI))$ (do $IC = \frac{1}{2} IA$).

• Gọi $F = DE \cap AB$, do $BE \parallel AD$ và $BE = \frac{1}{2} AD$ nên B là trung điểm của AF .

Đặt $h = d(A, (DKF))$, do $ADKF$ là tam diện vuông tại A nên

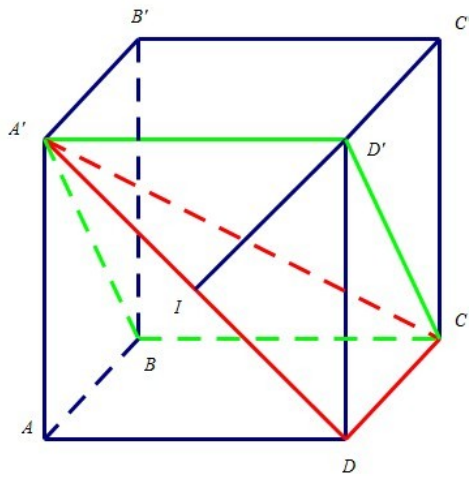
$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{\left(\frac{4a}{3}\right)^2} + \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{8a^2} = \frac{19}{16a^2} \Rightarrow h = \frac{4\sqrt{19}a}{19}$$

Vậy $d(SC, DE) = \frac{2\sqrt{19}a}{19}$.

Câu 18. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo của góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C)$ và $(DA'C)$ bằng

- *A. 60° B. 30° C. 45° D. 90°

Lời giải



Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $A'D' \perp (CDD'C')$; $CD \perp (ADD'A')$
 $\Rightarrow CD \perp A'D$; $A'D' \perp CD'$

Gọi I là trung điểm của $A'D \Rightarrow D'I \perp A'D$

Mà $CD \perp (ADD'A') \Rightarrow CD \perp D'I$

Suy ra $D'I \perp (A'DC)$

Khi đó hình chiếu của tam giác $A'D'C$ trên mặt phẳng $(DA'C)$ là tam giác $A'IC$

$\Rightarrow S_{A'IC} = S_{\Delta A'D'C} \cdot \cos \alpha$ (α là góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C)$ và $(DA'C)$)

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{S_{\Delta A'IC}}{S_{\Delta A'D'C}} = \frac{\frac{1}{2} A'I \cdot CD}{\frac{1}{2} A'D' \cdot D'C} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a}{a \cdot a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Câu 19. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có mặt bên $ABB'A'$ là hình thoi cạnh a , $\angle A'AB = 120^\circ$ và $A'C = BC = a\sqrt{3}$, $AC = \frac{\sqrt{10}}{2}a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC

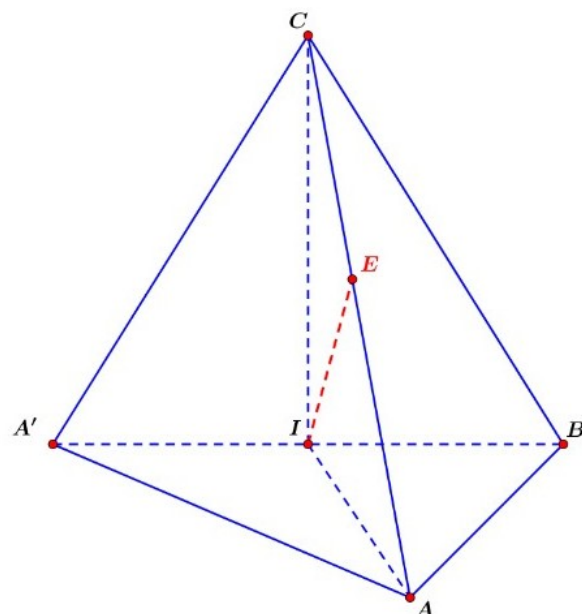
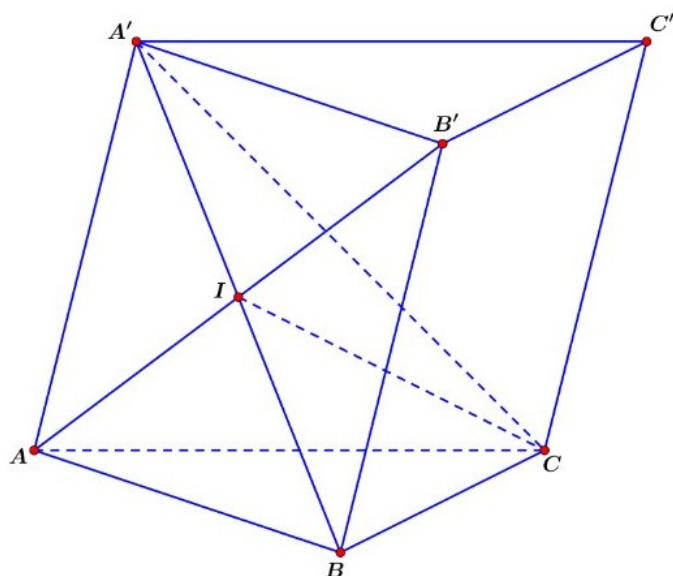
A. $\frac{\sqrt{10}}{20}a$

B. $\frac{\sqrt{10}}{10}a$

*C. $\frac{3\sqrt{10}}{20}a$

D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}a$

Lời giải



Ta có: $A'C = BC = a\sqrt{3} \Rightarrow \Delta A'BC$ cân tại C và $A'B = 2A'I = 2A'Asin 60 = a\sqrt{3}$

Suy ra $\Delta A'BC$ đều, mặt khác ta lại thấy $AC^2 = AI^2 + IC^2$ nên suy ra $AI \perp IC$, mà $AI \perp A'B$ nên suy ra $AI \perp (A'CB) \Rightarrow (A'BC) \perp (ABB'A')$ và $A'B \perp (AIC) \Rightarrow A'B \perp AC$

Khi ta kẻ $IE \perp AC, E \in AC$ thì đoạn IE chính là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng $A'B$ và AC

Ta có: $CI = \sqrt{BC^2 - \frac{A'B^2}{4}} = \sqrt{3a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{3a}{2}; AI = \frac{AB'}{2} = \frac{a}{2};$

Suy ra $d(A'B; AC) = IE = \frac{CI \cdot IA}{AC} = \frac{3a}{2\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{20}a$

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\angle BAD = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$, $(SC, (ABCD)) = 45^\circ$. Gọi I là trung điểm SC . Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SBD) .

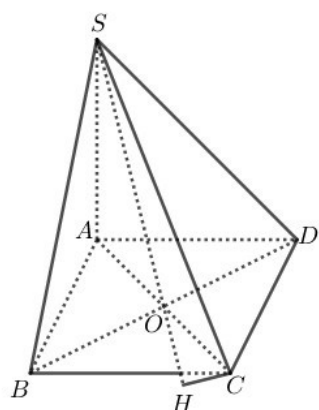
*A. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$

B. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$

C. $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$

D. $\frac{a\sqrt{15}}{15}$

Lời giải



- Gọi O là giao điểm của AC và BD .
- Ta có: ΔBAD đều cạnh $a \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$.

• Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$
 $\Rightarrow (\overline{SC}, (ABCD)) = (\overline{SC}, AC) = \angle SCA = 45^\circ \Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại $A \Rightarrow SA = AC = a\sqrt{3}$.

• Ta có: $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$ (1).

• Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$ (2).

• Từ (1) và (2) suy ra: $BD \perp (SAC)$ mà $BD \subset (SBD)$ nên $(SBD) \perp (SAC)$.

• Trong tam giác SAC kẻ $CH \perp SO \Rightarrow CH \perp (SBD)$.

$$CH = \frac{2S_{\Delta SOC}}{SO} = \frac{S_{\Delta SAC}}{\sqrt{SA^2 + OA^2}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + OA^2}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (a\sqrt{3})^2}{\sqrt{3a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$$

• Ta có:

$$d(I; (SBD)) = \frac{1}{2} d(C; (SBD)) = \frac{a\sqrt{15}}{10}$$

• Vậy

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a, AD = 2a$; SA vuông góc với đáy $ABCD$, SC hợp với đáy một góc α và $\tan \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

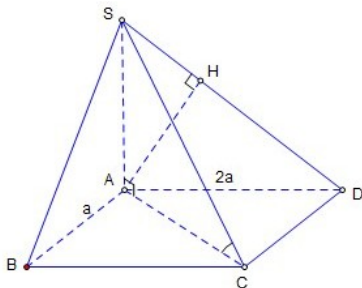
A. $\frac{a}{3}$

B. $\frac{2a}{3}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

*D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Lời giải



Theo bài ra ta có: $AC = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$; $\tan \alpha = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{10}}{5} \Rightarrow SA = AC \frac{\sqrt{10}}{5} = a\sqrt{2}$

Vì $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$ do đó $d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$

Từ A hạ đường vuông góc xuống SD

Vì: $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp DC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$ nên $AH = d(A, (SCD))$

Ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{3}{4a^2}$ Suy ra $AH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm của AB , K là trung điểm của AD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và HK bằng

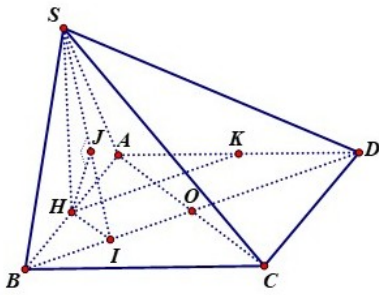
A. $\frac{a\sqrt{105}}{5}$

B. $\frac{a\sqrt{105}}{20}$

*C. $\frac{a\sqrt{105}}{30}$

D. $\frac{a\sqrt{105}}{10}$

Lời giải



$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ AB = (SAB) \cap (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB \end{cases}$$

$$\begin{cases} HK \parallel BD \\ BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow HK \parallel (SBD) \Rightarrow d(HK, SD) = d(HK, (SBD)) = d(H, (SBD)).$$

Trong $(ABCD)$, gọi I là trung điểm của BO .

Ta có: $\begin{cases} BO \perp HI \\ BO \perp SH \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SHI) \Rightarrow (SBD) \perp (SHI)$

Trong (SHI) , dựng $\begin{cases} HJ \perp SI \\ J \in SI \end{cases}$. Từ đó suy ra $HJ \perp (SBD) \Rightarrow HJ = d(H, (SBD))$

$$SH^2 = SD^2 - HD^2 = SD^2 - (HA^2 + AD^2) = \frac{7a^2}{4}, HI^2 = \left(\frac{AO}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{8}.$$

$$\frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HJ^2} \Rightarrow HJ = \frac{a\sqrt{105}}{30} = d(HK, SD).$$

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 12cm, AB = 5cm, AC = 9cm, SB = 13cm, SC = 15cm$ và $BC = 10cm$.

Tan của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

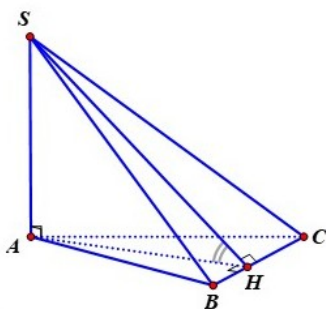
A. $\frac{\sqrt{14}}{10}$

*B. $\frac{10\sqrt{14}}{14}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{12}{5}$

Lời giải



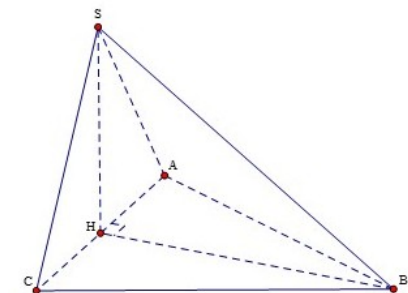
Do $12^2 + 5^2 = 13^2$ nên $SA \perp AB$ và $12^2 + 9^2 = 15^2$ nên $SA \perp AC$. Suy ra $SA \perp (ABC)$.

Từ A kẻ $AH \perp BC$. Suy ra $SH \perp BC$ và góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $\angle SHA$

Xét tam giác ABC , có $p = \frac{1}{2}(5+9+10) = 12$ và $S_{\Delta ABC} = \sqrt{12(12-5)(12-9)(12-10)} = 6\sqrt{14}$;
 $AH = \frac{2S_{\Delta ABC}}{BC} = \frac{12\sqrt{14}}{10}$ và $\tan SHA = \frac{SA}{AH} = 12 : \frac{6\sqrt{14}}{5} = \frac{10\sqrt{14}}{14}$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB = BC = 2a$. Tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) , $SA = \sqrt{3}a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng
 *A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AC . Vì tam giác ABC vuông cân, có $AB = BC = 2a$ nên ABC là tam giác vuông cân tại B . Suy ra $BH \perp AC$.

Vì tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . Suy ra $SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp BH$.

Suy ra $BH \perp (SAC)$. Suy ra tam giác SAH là hình chiếu của tam giác SAB trên mặt phẳng (SAC) .

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) .

Ta có: $AC = 2a\sqrt{2}$; $BH = AH = \frac{1}{2}AC = a\sqrt{2}$; $SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = a \Rightarrow SB = \sqrt{SH^2 + BH^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow$
 $S_{\Delta SAH} = \frac{1}{2}SH \cdot HA = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$;

Gọi p là nửa chu vi của tam giác SAB , ta có $p = \frac{1}{2}(SA + AB + SB) = a + a\sqrt{3}$.

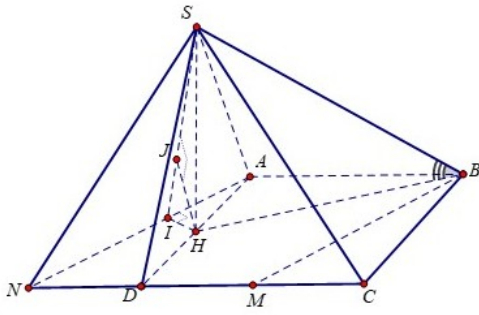
Suy ra $S_{\Delta SAB} = \sqrt{p(p-SA)(p-SB)(p-AB)} = a^2\sqrt{2}$.

Ta có: $\cos \alpha = \frac{S_{\Delta SAH}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{\frac{a^2\sqrt{2}}{2}}{a^2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\alpha = 60^\circ$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AD , góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm của DC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BM là

A. $\frac{a\sqrt{285}}{9}$. *B. $\frac{a\sqrt{285}}{19}$. C. $\frac{3a\sqrt{285}}{19}$. D. $\frac{2a\sqrt{285}}{19}$.

Lời giải



Vẽ hình bình hành $ABMN$.

Ta có

$$MB \parallel AN$$

$$\Rightarrow MB \parallel (SAN)$$

$$\Rightarrow d(MB; SA) = d(MB; (SAN)) = d(M; (SAN)) = 2d(D; (SAN)) = 4d(H; (SAN)).$$

Gọi I là hình chiếu vuông góc của H lên AN , J là hình chiếu vuông góc của H lên SI .

Khi đó $HJ = d(H; (SAN))$.

Vì H là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$ nên $\angle SBH = 60^\circ$.

Xét tam giác SHB vuông tại H : $SH = HB \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{AH^2 + AB^2} \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

$$\frac{IH}{DN} = \frac{AH}{AN} \Rightarrow IH = \frac{DN \cdot AH}{AN} = \frac{\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{10}.$$

Vì $\triangle AIH$ và $\triangle ADN$ đồng dạng nên

Xét tam giác SHI vuông tại H : $\frac{1}{HJ^2} = \frac{1}{IH^2} + \frac{1}{SH^2} \Rightarrow HJ = \frac{a\sqrt{285}}{76}$

$$\Rightarrow d(MB; SA) = \frac{a\sqrt{285}}{19}.$$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $SA = a\sqrt{6}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

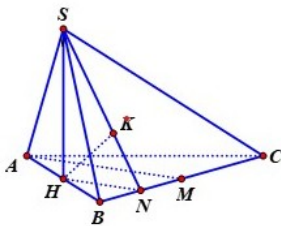
A. $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$.

B. $\sqrt{7}a$.

*C. $\frac{6\sqrt{7}a}{7}$.

D. $\frac{\sqrt{7}a}{2}$.

Lời giải



• Kẻ $SH \perp AB$ (H là trung điểm AB). Suy ra $SH \perp (ABC)$.

• Có $AB^2 = SA^2 + SB^2 = 2SA^2 \Leftrightarrow AB = SA\sqrt{2} = a\sqrt{12} = 2a\sqrt{3}$.

• Và $d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC))$

- Từ H kẻ $HN \perp BC$ ($HN \parallel AM$ với M là trung điểm BC) và kẻ $HK \perp SN$.
- Ta có $HN \perp BC$ và $SH \perp BC$ nên $BC \perp (SHN)$, suy ra $HK \perp BC$.
- Mặt khác $HK \perp BC$ và $HK \perp SN$ nên $HK \perp (SBC)$, suy ra $d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC)) = 2HK$.

• Có $SH = \frac{1}{2}AB = a\sqrt{3}$; $HN = \frac{1}{2}AM = \frac{1}{2} \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$ và

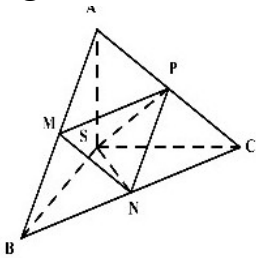
$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{4}{9a^2} = \frac{7}{9a^2} \Rightarrow HK = \frac{3a}{\sqrt{7}} \quad d(A, (SBC)) = \frac{6a}{\sqrt{7}} = \frac{6a\sqrt{7}}{7}.$$

Do đó

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau và $SA = a; SB = 2a; SC = 3a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SNP) bằng

- A. $\frac{5a}{7}$. *B. $\frac{6a}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải



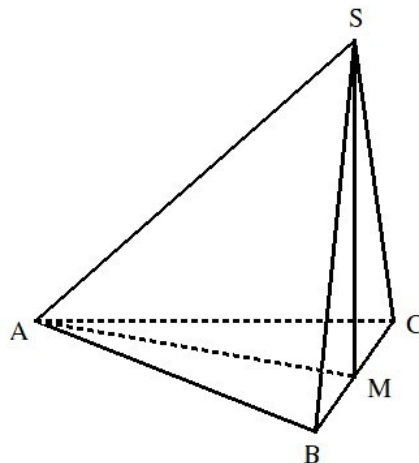
Vì $S_{MNP} = \frac{1}{4}S_{ABC}$ nên $V_{S.MNP} = \frac{1}{4}V_{S.ABC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC = \frac{a^2}{4}$.

Mặt khác: $SN = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{13}}{2}$; $SP = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{10}}{2}$ và $NP = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. Do đó

$$S_{MNP} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{7a}{8}$$

Từ đó $V_{SMNP} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNP} \cdot d(M, (SNP)) \Rightarrow d(M, (SNP)) = \frac{3V_{SMNP}}{S_{MNP}} = 3 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{7a}{8} = \frac{6a}{7}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$ và $SB = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 30° .B. 60° .*C. 45° .D. 75° .**Lời giải**

Ta có: $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $AB = AC = a$ và $AM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$SM = \sqrt{SB^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Xét $\triangle SBM$ có

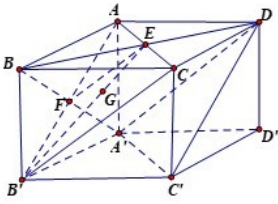
Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) là góc $\angle SAM$.

$$\tan \angle SAM = \frac{SM}{AM} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = 1 \Rightarrow \angle SAM = 45^\circ$$

Xét $\triangle SAM$ có

Vậy góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) là 45° .

Câu 29. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng a và $\angle BAA' = \angle DAA' = \angle BAD = 60^\circ$. Gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C$. Khoảng cách từ G đến mặt phẳng $(DA'C')$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{22}}{66}$.B. $\frac{4a\sqrt{11}}{11}$.C. $\frac{2a\sqrt{11}}{11}$.*D. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.**Lời giải**

Do $AB = AA' = AD = a$ và $\angle BAA' = \angle DAA' = \angle BAD = 60^\circ$ nên $ABDA'$ là tứ diện đều cạnh a

Suy ra $V_{ABDA'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AC và AB' .

Ta có $V_{ABEF} = \frac{1}{4}V_{ABDA'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}$. Mặt khác do $(AB'C) \parallel (DA'C')$ nên $d(G; (DA'C')) = d(A'; (AB'C)) = d(B; (AB'C)) = d(B; (AEF))$

Xét tam giác AEF có $AE = AF = \frac{a\sqrt{3}}{2}; EF = \frac{a}{2} \Rightarrow S_{AEF} = \frac{a^2\sqrt{11}}{16}$.

$$V_{ABEF} = \frac{1}{3}S_{AEF} \cdot d(B; (AEF)) \Rightarrow d(B; (AEF)) = \frac{3V_{ABEF}}{S_{AEF}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{48}}{\frac{a^2\sqrt{11}}{16}} = \frac{a\sqrt{22}}{11}.$$

Mà

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAD) là tam giác đều và $(SAD) \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm cạnh đáy AB . Khoảng cách giữa các đường thẳng SA và CM là

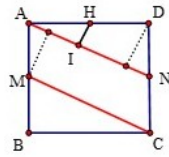
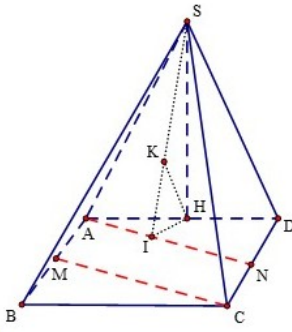
A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

*D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



• Mặt phẳng (SAD) là tam giác đều và vuông góc với đáy, gọi H là trung điểm $AD \Rightarrow SH \perp AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$. Ta có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao tam giác đều SAD)

Gọi N là trung điểm $CD \Rightarrow AN \parallel CM \Rightarrow CM \parallel (SAN) \Rightarrow d_{(CM;SA)} = d_{(CM;(SAN))} = d_{(M;(SAN))}$

Gọi I là hình chiếu của H lên AN ; K là hình chiếu của H lên SI .

Ta có $\begin{cases} HI \perp AN \\ SH \perp AN \end{cases} \Rightarrow AN \perp (SHI) \Rightarrow AN \perp HK$.

Ta có $\begin{cases} HK \perp SI \\ HK \perp AN \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SAN) \Rightarrow d_{(H;(SAN))} = HK$

$$\frac{1}{DE^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DN^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow DE = \frac{a\sqrt{5}}{5}$$

Gọi E là hình chiếu của D lên AN ta có

$$\Rightarrow HI = \frac{1}{2} DE = \frac{a\sqrt{5}}{10}$$

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{5}}{10}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

Tam giác SHI vuông tại H có $HK \perp SI$, ta có

$$\Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{8}$$

Để thấy trong hình vuông $ABCD$ ta có $2.d_{(H;AN)} = d_{(D;AN)} = d_{(M;AN)}$

$$\text{Vậy } d_{(M;(SAN))} = 2.d_{(H;(SAN))} = 2HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật $AB = a, AD = \sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính khoảng cách d từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) :

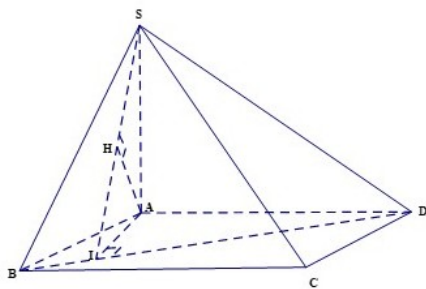
*A. $d = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

B. $d = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{57}}{19}$.

Lời giải



Gọi I , H lần lượt là hình chiếu của A lên BD và SI .

Ta có: $AH \perp (SBD)$ nên $d(A, (SBD)) = AH$.

Vì đáy $ABCD$ là hình chữ nhật nên $d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = AH$.

Xét tam giác vuông $\triangle ABD$ ta có: $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông $\triangle SAI$ ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{19}{12a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $\triangle SAB$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng BD với mặt phẳng (SAD) . Khi đó $\sin \alpha$ bằng

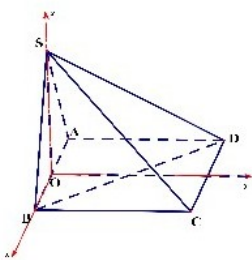
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

*C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Lời giải



Gọi O là trung điểm của AB . Khi đó, ta có: $SO \perp AB$ và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SO \perp (ABCD) \\ SO \perp AB \end{cases}$$

Ta lại có:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, xem a là 1 đơn vị, khi đó ta có:

$$O(0;0;0), B\left(\frac{1}{2};0;0\right), A\left(-\frac{1}{2};0;0\right), D\left(-\frac{1}{2};1;0\right), S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\vec{SA} = \left(-\frac{1}{2}; 0; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \vec{SD} = \left(-\frac{1}{2}; 1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Ta có: Suy ra vector pháp tuyến của (SAD) là

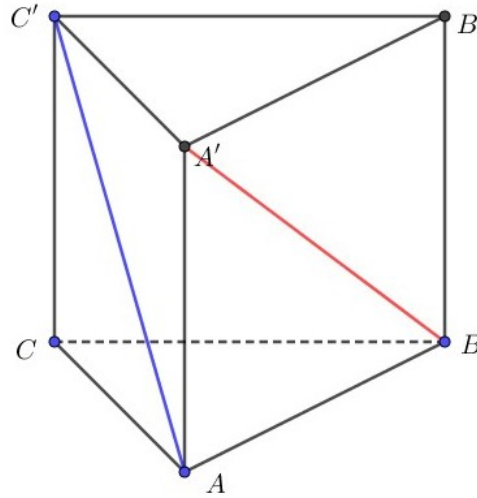
$$\vec{n} = [\vec{SA}, \vec{SD}] = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; -\frac{1}{2}\right)$$

Ta có: $\vec{BD} = (-1; 1; 0)$

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{BD}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{BD}|} = \frac{\left| -\frac{\sqrt{3}}{2} + 0 + 0 \right|}{\sqrt{\frac{3}{4} + 0 + \frac{1}{4} \cdot \sqrt{1+1+0}}} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

Do đó, ta có:

Câu 33. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh có độ dài bằng 2 (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng



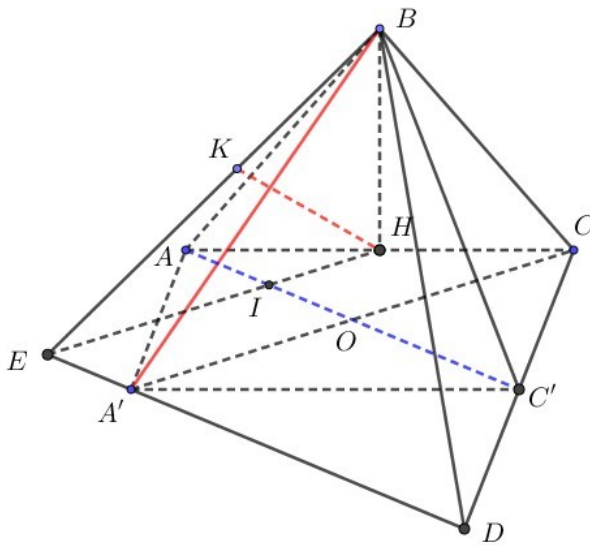
A. $\frac{1}{\sqrt{2}}.$

B. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}.$

*C. $\frac{2}{\sqrt{5}}.$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}.$

Lời giải



Gọi H là trung điểm $AC \Rightarrow \begin{cases} BH \perp AC \\ BH \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BH \perp (ACC'A').$

Dựng hình bình hành $AC'DA'$ và kẻ $EH \perp A'D$.

Gọi $I = EH \cap AC, O = AC' \cap A'C$ và kẻ $HK \perp BE$.

$$\Rightarrow d(AC', BA') = d(AC', (BDA')) = d(I, (BDA')) = \frac{2}{3} d(H, (BDA')) = \frac{2}{3} HK.$$

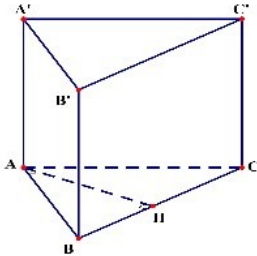
Ta có: $BH = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}, HE = \frac{3}{4} A'C = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow d(AC', BA') = \frac{2}{3} \frac{BH \cdot HE}{\sqrt{BH^2 + HE^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 34. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, $AB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC là

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ *B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải



Dựng $AH \perp BC, H \in BC$.

$$\left. \begin{array}{l} AA' \perp (ABC) \\ AH \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow AA' \perp AH$$

$$\Rightarrow d(AA', BC) = AH$$

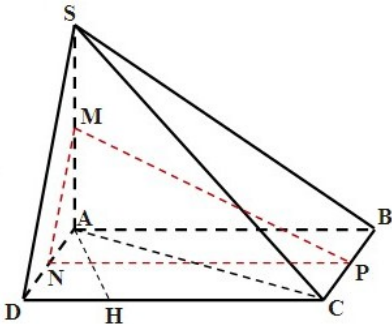
Do $\triangle ABC$ vuông tại A có $AH \perp BC$ nên $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = a$, $AH = \frac{AC \cdot AB}{BC} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Vậy } d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, $AB = 3, AD = 4, \angle BAD = 120^\circ$. Cạnh bên $SA = 2\sqrt{3}$ vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, AD và BC . Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (MNP) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

- *A. $\sin \alpha \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1 \right)$ B. $\sin \alpha \in \left(0; \frac{1}{2} \right)$ C. $\sin \alpha \in \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ D. $\sin \alpha \in \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

Lời giải



Ta có $(MNP) \parallel (SCD)$ nên góc giữa $((SAC), (MNP))$ bằng góc giữa $((SAC), (SCD))$.

$$\sin \alpha = \frac{d(A, (SCD))}{d(A, SC)}.$$

* $d(A, (SCD))$. Kẻ $AH \perp CD$.

Tính được $S_{\Delta ACD} = 3\sqrt{3} \Rightarrow AH = 2\sqrt{3}$.

$$\frac{1}{d^2(A, (SCD))} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{6}.$$

$$\Rightarrow d(A, (SCD)) = \sqrt{6}.$$

* Tính được $AC = \sqrt{13}$.

$$\frac{1}{d^2(A, SC)} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{25}{156} \Rightarrow d(A, OM) = \frac{2\sqrt{39}}{5}.$$

Vậy $\sin \alpha = \frac{5\sqrt{26}}{26}.$

Câu 36. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a, IJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (I, J lần lượt là trung điểm của BC và AD). Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

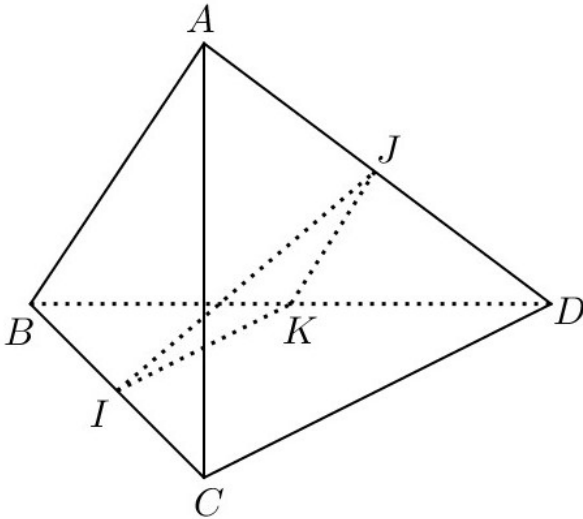
*A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 120° .

Lời giải



Gọi K là trung điểm của BD . Khi đó IK song song với CD và JK song song với AB .

$$(\angle AB, CD) = (\angle KI, KJ) = \begin{cases} \angle KJ \\ 180^\circ - \angle KJ \end{cases}$$

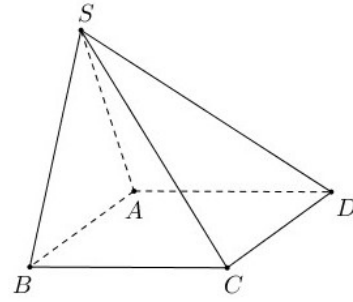
Khi đó

$$KI = KJ = \frac{a}{2} \Rightarrow \cos \angle KJ = \frac{KI^2 + KJ^2 - IJ^2}{2KI.KJ} = \frac{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2}} = -\frac{1}{2}$$

Ta có

Vậy $\angle KJ = 120^\circ \Rightarrow (\angle AB, CD) = 60^\circ$.

Câu 37. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA, CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng



SD và EF bằng

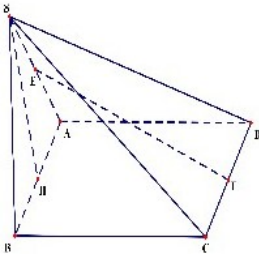
A. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$.

B. $\frac{2a\sqrt{3}}{7}$.

*C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải



Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ và tam giác SAB đều nên gọi H là trung điểm của AB .

Từ đó suy ra SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

Ghép hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ trùng với chân đường cao H .

Chiều dương Ox, Oy, Oz lần lượt cùng chiều véc-tơ $\vec{HA}, \vec{HF}, \vec{HS}$. Và chọn $a = 1$.

Từ đó ta suy ra tọa độ của các điểm:

$$H(0;0;0), A(1;0;0), D(1;2;0), F(0;2;0), S(0;0;\sqrt{3}), E\left(\frac{1}{2};0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\vec{FD}(1;0;0), \vec{SD}(1;2;-\sqrt{3}), \vec{EF}\left(-\frac{1}{2};2;-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad [\vec{SD}, \vec{EF}] = (\sqrt{3}; \sqrt{3}; 3)$$

Vậy ta có:

$$d(SD, EF) = \frac{|\vec{FD} \cdot [\vec{SD}, \vec{EF}]|}{|[\vec{SD}, \vec{EF}]|} = \frac{\sqrt{5}a}{5}$$

Khoảng cách giữa SD và EF là:

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $4a$, cạnh bên bằng $2\sqrt{5}a$, gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng

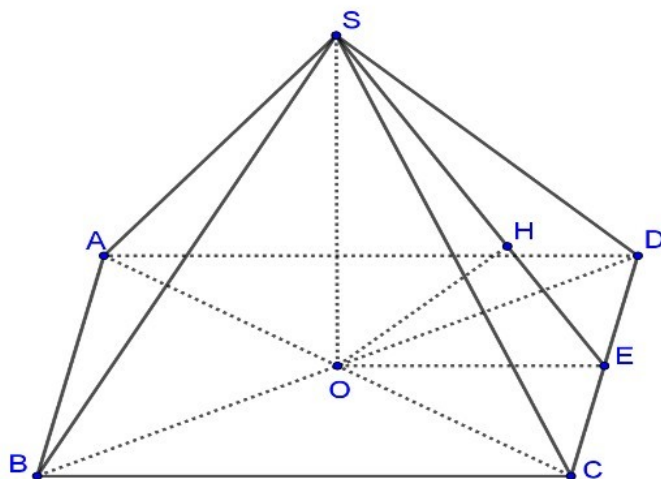
*A. $\sqrt{3}a$.

B. a .

C. $\frac{a}{2}$.

D. $2a$.

Lời giải



Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Ta có: $AC = \sqrt{(4a)^2 + (4a)^2} = 4\sqrt{2}a \Rightarrow AO = 2\sqrt{2}a \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = 2\sqrt{3}a$.

Vẽ OE vuông góc CD , vẽ OH vuông góc với SE .

Ta có $\begin{cases} OH \perp SE \\ OH \perp CD (CD \perp (SOE)) \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD)$

Tam giác $\triangle SOE$ vuông cân tại O , có $OE = 2a \Rightarrow d(O; (SCD)) = OH = \frac{SO \cdot OE}{\sqrt{SO^2 + OE^2}} = a\sqrt{3}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AC .

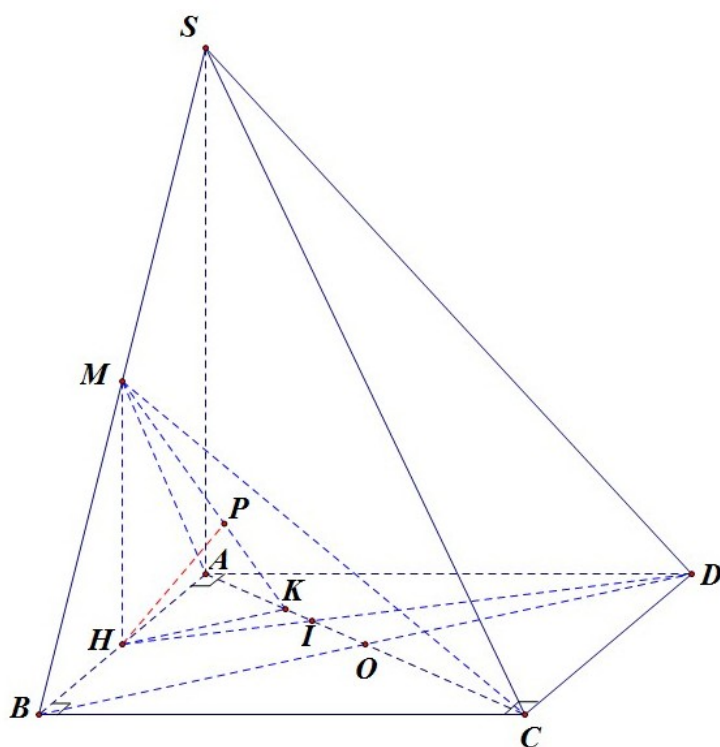
A. $\frac{2\sqrt{10}a}{5}$

B. $2a$

*C. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$

D. $\sqrt{2}a$

Lời giải



• Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$; M là trung điểm SB ; trong mặt phẳng (SAB) kẻ $MH \parallel SA$ ($H \in AB$); trong mặt phẳng $(ABCD)$ kẻ $HK \perp AC$ ($K \in AC$); trong mặt phẳng (MHK) kẻ $HP \perp MK$ ($P \in MK$); gọi $I = DH \cap AC$.

• Khi đó ta có: $MH \perp (ABCD)$; $HP \perp (MAC)$.

• Ta có: $\begin{cases} SD \perp l(MAC) \\ AC \subset (MAC) \end{cases} \Rightarrow d(SD; AC) = d(SD; (MAC)) = d(D; (MAC))$

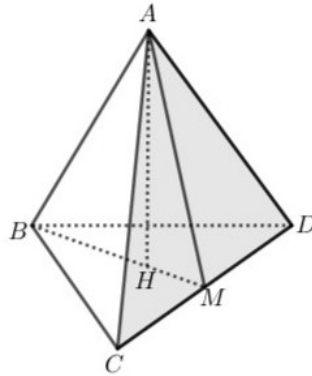
$$\frac{d(D; (MAC))}{d(H; (MAC))} = \frac{DI}{HI} = 2 \Rightarrow d(D; (MAC)) = 2d(H; (MAC)) = 2HP$$

• Xét tam giác MHK vuông tại H có:

$$\frac{1}{HP^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{8}{3a^2} \Rightarrow HP = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

• Suy ra $d(SD; AC) = 2HP = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 40. Cho hình tứ diện đều $ABCD$. Giá trị $\tan$ của góc giữa mặt bên và đáy bằng



A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

B. 2.

*C. $2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

• Ta có: $(ACD) \cap (BCD) = CD$

• ΔBCD đều có M là trung điểm của $CD \Rightarrow BM \perp CD$ (1).

• $\begin{cases} AH \perp (BCD) \\ CD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow AH \perp CD$ (2).

• Từ (1) và (2) suy ra: $CD \perp (ABM) \Rightarrow CD \perp AM$

• Khi đó: $\begin{cases} CD \perp BM \subset (BCD) \\ CD \perp AM \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow (\perp(ACD), (BCD)) = (\perp AM, BM) = \perp AMH$

(do ΔAMH vuông tại H).

• Giả sử tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a .

• Ta có: $HM = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$; $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $AH = \sqrt{AM^2 - HM^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{36}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

$$\tan \angle AMH = \frac{AH}{HM} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = 2\sqrt{2}$$

• Vậy

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; $SA = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M ; N lần lượt là hình chiếu vuông góc của đỉnh A lên các cạnh SB và SD . Khi đó góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (AMN) bằng:

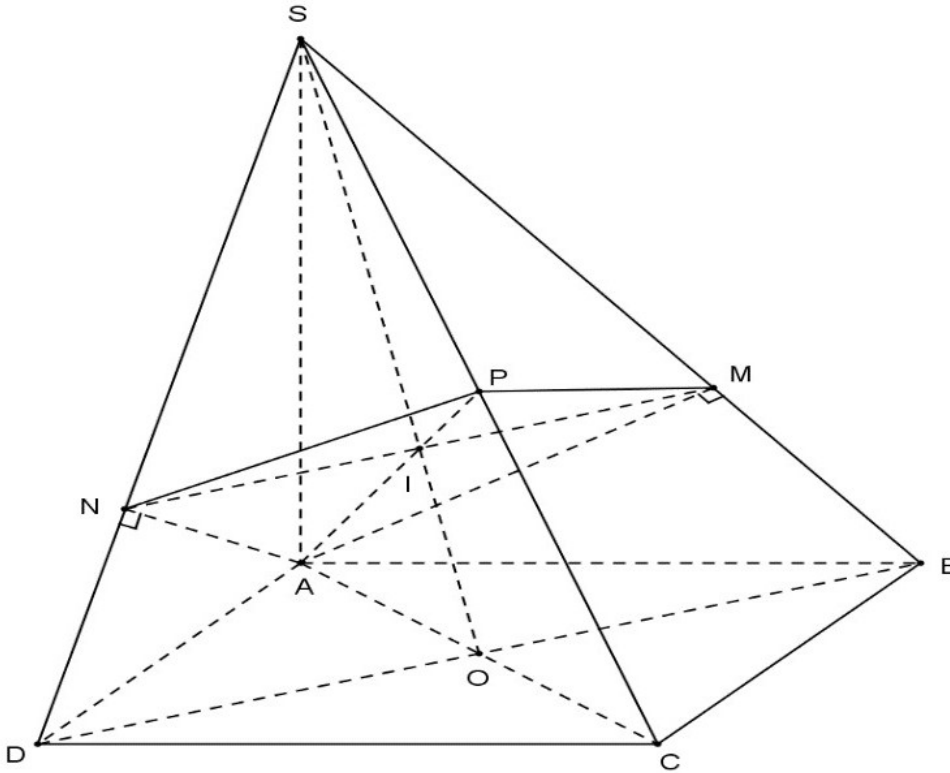
A. 45° .

B. 30° .

*C. 60° .

D. 90° .

Lời giải



Gọi $P = SC \cap (AMN)$; $O = AC \cap BD \Rightarrow MN; AP; SO$ đồng quy tại I

Ta có: $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM \end{cases}$

Mà $AM \perp SB$ nên $AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$

$\begin{cases} SA \perp CD \\ AD \perp CD \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AN \end{cases}$

Mà $AN \perp SD$ nên $AN \perp (SCD) \Rightarrow AN \perp SC$

Do đó $SC \perp (AMN) \Rightarrow AP \perp SC$ và PM là hình chiếu của SM trên mặt phẳng (AMN) hay PM là hình chiếu của SB trên mặt phẳng (AMN)

$\Rightarrow (\angle \widehat{SB; (AMN)}) = (\angle \widehat{SB; PM}) = \angle \widehat{SMP}$ (do tam giác SMP vuông tại P)

Từ gt $\Rightarrow$ Tam giác SAC vuông cân tại $A \Rightarrow P$ là trung điểm SC

$\Rightarrow I$ là trọng tâm tam giác SAC

Lại có: $\Delta SAB = \Delta SAD \Rightarrow SA = SB$ và $AM = AN \Rightarrow \Delta SAM = \Delta SAN$

$$\Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} \Rightarrow MN // BD \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3} \Rightarrow SM = \frac{2}{3} SB = \frac{2}{3} \sqrt{SA^2 + AB^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Mặt khác $SP = \frac{1}{2} SC = \frac{1}{2} \sqrt{SA^2 + AC^2} = a$

Do đó $\sin \angle SMP = \frac{SP}{SM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\angle SB; (AMN)) = \angle SMP = 60^\circ$.

---HẾT---