

CHỦ ĐỀ 5

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TRONG THỰC TIỄN

• Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ được gọi là giá trị trung bình của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

• Đạo hàm của quãng đường di chuyển của vật theo thời gian bằng tốc độ của chuyển động tại mọi thời điểm: $v(t) = s'(t)$. Do đó, nếu biết tốc độ $v(t)$ tại mọi thời điểm $t \in [a; b]$ thì tính được quãng đường di

chuyển trong khoảng thời gian từ a đến b theo công thức:

$$s = s(b) - s(a) = \int_a^b v(t) dt$$

• Giả sử $v(t)$ là vận tốc của vật M tại thời điểm t và $s(t)$ là quãng đường vật đi được sau khoảng thời gian t tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Ta có mối liên hệ giữa $s(t)$ và $v(t)$ như sau:

+ Đạo hàm của quãng đường là vận tốc: $s'(t) = v(t)$.

+ Nguyên hàm của vận tốc là quãng đường $s(t) = \int v(t) dt$.

$\Rightarrow$ từ đây ta cũng có quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian $t \in [a; b]$ là

$$\int_a^b v(t) dt = s(b) - s(a).$$

Nếu gọi $a(t)$ là gia tốc của vật M thì ta có mối liên hệ giữa $v(t)$ và $a(t)$ như sau:

+ Đạo hàm của vận tốc là gia tốc: $v'(t) = a(t)$.

+ Nguyên hàm của gia tốc là vận tốc: $v(t) = \int a(t) dt$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Một ô tô đang chạy với vận tốc $10m/s$ thì gặp chướng ngại vật, người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.



- A. 55m . B. 25m . C. 50m . D. 16m .

Lời giải

Chọn A

Ta có $-2t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 5 \Rightarrow$ Thời gian tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng hẳn là 5 giây. Vậy trong 8 giây cuối cùng thì có 3 giây ô tô chuyển động với vận tốc $10m/s$ và 5 giây chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10(m/s)$.

$$S = 3.10 + \int_0^5 (-2t + 10)dt = 30 + 25 = 55m$$

Khi đó quãng đường ô tô di chuyển là

Câu 2. Một ô tô đang chạy với tốc độ $20(m/s)$ thì gặp chướng ngại vật, người lái đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét (m)?



- A. 20 m . B. 30 m . C. 10 m . D. 40 m .

Lời giải

Chọn D

Khi ô tô dừng hẳn thì: $v(t) = 0 \Leftrightarrow -5t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 4(s)$.

$$s = \int_0^4 (-5t + 20) dt = 40(m)$$

Vậy từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được:

Câu 3. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy

luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t (m/s)$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a (m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. $21(m/s)$ B. $25(m/s)$ C. $36(m/s)$ D. $30(m/s)$

Lời giải

Chọn D

Thời điểm chất điểm B đuổi kịp chất điểm A thì chất điểm B đi được 15 giây, chất điểm A đi được 18 giây.

Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t) = \int a dt = at + C$ mà $v_B(0) = 0$ nên $v_B(t) = at$.

Do từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi chất điểm B đuổi kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{18} \left(\frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t \right) dt = \int_0^{15} at dt \Leftrightarrow 225 = a \cdot \frac{225}{2} \Leftrightarrow a = 2$$

Vậy, vận tốc của chất điểm B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(t) = 2 \cdot 15 = 30(m/s)$.

Câu 4. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy

luật $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t (m/s)$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a (m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. $15(m/s)$ B. $20(m/s)$ C. $16(m/s)$ D. $13(m/s)$

Lời giải

Chọn C

$$S = \int_0^{15} \left(\frac{1}{150} t^2 + \frac{59}{75} t \right) dt = 96 (m)$$

Quãng đường chất điểm A đi từ đầu đến khi B đuổi kịp là

Vận tốc của chất điểm B là $v_B(t) = \int a dt = at + C$

Tại thời điểm $t = 3$ vật B bắt đầu từ trạng thái nghỉ nên $v_B(3) = 0 \Leftrightarrow C = -3a$

$$S_2 = \int_3^{15} (at - 3a) dt = \left(\frac{at^2}{2} - 3at \right) \Big|_3^{15} = 72a (m)$$

Lại có quãng đường chất điểm B đi được đến khi gặp A là

$$\text{Vậy } 72a = 96 \Leftrightarrow a = \frac{4}{3} (m/s^2)$$

Tại thời điểm đuổi kịp A thì vận tốc của B là $v_B(15) = 16 (m/s)$

Câu 5. Một ô tô bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 , sau 6 giây chuyển động thì gặp chướng

ngại vật nên bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc chuyển động $v(t) = -\frac{5}{2}t + a (m/s), (t \geq 6)$ cho đến khi dừng

hẳn. Biết rằng kể từ lúc chuyển động đến lúc dừng thì ô tô đi được quãng đường là 80m. Tìm v_0 .



- A. $v_0 = 35 m/s$ B. $v_0 = 25 m/s$ C. $v_0 = 10 m/s$ D. $v_0 = 20 m/s$

Lời giải

Chọn C

- Tại thời điểm $t = 6$ vật đang chuyển động với vận tốc v_0 nên có $v(6) = v_0$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{2} \cdot 6 + a = v_0 \Leftrightarrow a = v_0 + 15 \quad , \text{ suy ra } v(t) = -\frac{5}{2}t + v_0 + 15$$

- Gọi k là thời điểm vật dừng hẳn, vậy ta có $v(k) = 0 \Leftrightarrow k = \frac{2}{5} \cdot (v_0 + 15) \Leftrightarrow k = \frac{2v_0}{5} + 6$

$$80 = 6 \cdot v_0 + \int_6^k \left(-\frac{5}{2}t + v_0 + 15 \right) dt$$

- Tổng quãng đường vật đi được là

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 80 &= 6.v_0 + \left(-\frac{5}{4}t^2 + v_0.t + 15t \right) \Big|_6^k \\ \Leftrightarrow 80 &= 6.v_0 - \frac{5}{4}(k^2 - 6^2) + v_0.(k - 6) + 15(k - 6) \\ \Leftrightarrow 80 &= 6.v_0 - \frac{5}{4} \left(\frac{4(v_0)^2}{25} + \frac{24v_0}{5} \right) + v_0 \cdot \frac{2v_0}{5} + 15 \cdot \frac{2v_0}{5} \\ \Leftrightarrow (v_0)^2 + 36.v_0 - 400 &= 0 \\ \Leftrightarrow v_0 &= 10 \end{aligned}$$

Câu 6. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để có 2 ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu?

A. 33.

B. 12.

C. 31.

D. 32.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $v_A(0) = 16 \text{ m/s}$.

Khi xe A dừng hẳn: $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4 \text{ s}$.

Quãng đường từ lúc xe A hãm phanh đến lúc dừng hẳn là $s = \int_0^4 (16 - 4t) dt = 32 \text{ m}$.

Do các xe phải cách nhau tối thiểu 1m để đảm bảo an toàn nên khi dừng lại ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là 33m.

Câu 7. Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15 \text{ m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

A. 70,25 m.

B. 68,25 m.

C. 67,25 m.

D. 69,75 m.

Lời giải

Chọn D

$$a(t) = t^2 + 4t \Rightarrow v(t) = \int a(t) dt = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + C \quad (C \in \mathbb{R})$$

$$v(0) = C = 15 \Rightarrow v(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15$$

Mà

$$S = \int_0^3 \left(\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15 \right) dt = 69,75 \text{ m}$$

Vậy

Câu 8. Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian là $a(t) = t^2 + 3t$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 6 giây kể từ khi vật bắt đầu tăng tốc.

- A. 136 m B. 126 m C. 276 m D. 216 m

Lời giải

Chọn D

Ta có $v(0) = 10 \text{ m/s}$ và
$$v(t) = \int_0^t a(t) dt = \int_0^t (t^2 + 3t) dt = \left(\frac{t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} \right) \Big|_0^t = \frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2$$

Quãng đường vật đi được là
$$S = \int_0^6 v(t) dt = \int_0^6 \left(\frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 \right) dt = \left(\frac{1}{12}t^4 + \frac{1}{2}t^3 \right) \Big|_0^6 = 216 \text{ m}$$

Câu 9. Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t \text{ (m/s)}$ với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200 (m/s) thì rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

- A. $\frac{2500}{3} \text{ (m)}$ B. 2000 (m) C. 500 (m) D. $\frac{4000}{3} \text{ (m)}$

Lời giải

Chọn A

Thời điểm máy bay đạt vận tốc 200 (m/s) là
$$v(t) = 200 \Leftrightarrow t^2 + 10t = 200 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t = -20 \end{cases} \Leftrightarrow t = 10$$

Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

$$s = \int_0^{10} (t^2 + 10t) dt = \left(\frac{t^3}{3} + 5t^2 \right) \Big|_0^{10} = \frac{2500}{3} \text{ (m)}$$

Câu 10. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5s, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A. $S = 96,25$ (m) . B. $S = 87,5$ (m) . C. $S = 94$ (m) . D. $S = 95,7$ (m) .

Lời giải

Chọn A

Chọn gốc thời gian là lúc ô tô bắt đầu đi. Sau 5s ô tô đạt vận tốc là $v(5) = 35$ (m/s).

Sau khi phanh vận tốc ô tô là $v(t) = 35 - 70(t - 5)$.

Ô tô dừng tại thời điểm $t = 5,5$ s.

$$S = \int_0^5 7t dt + \int_5^{5,5} [35 - 70(t - 5)] dt = 96,25 \text{ (m)}$$

Quãng đường ô tô đi được là

Câu 11. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -12$ (m/s²). Tính quãng đường s (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi dừng hẳn?

- A. $s = 168$ (m) . B. $s = 166$ (m) . C. $s = 144$ (m) . D. $s = 152$ (m) .

Lời giải

Chọn A

Giai đoạn 1: Xe bắt đầu chuyển động đến khi gặp chướng ngại vật.

Quãng đường xe đi được là:

$$S_1 = \int_0^{12} v_1(t) dt = \int_0^{12} 2t dt = t^2 \Big|_0^{12} = 144 \text{ (m)}$$

Giai đoạn 2: Xe gặp chướng ngại vật đến khi dừng hẳn.

Ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2(t) = \int a dt = -12t + c$.

Vận tốc của xe khi gặp chướng ngại vật là: $v_2(0) = v_1(12) = 2 \cdot 12 = 24$ (m/s).

$$\Rightarrow -12 \cdot 0 + c = 24 \Rightarrow c = 24 \Rightarrow v_2(t) = -12t + 24$$

Thời gian khi xe gặp chướng ngại vật đến khi xe dừng hẳn là nghiệm phương trình:

$$-12t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

Khi đó, quãng đường xe đi được là:

$$S_2 = \int_0^2 v_2(t) dt = \int_0^2 (-12t + 24) dt = (-6t^2 + 24t) \Big|_0^2 = 24 \text{ (m)}$$

Vậy tổng quãng đường xe đi được là: $S = S_1 + S_2 = 168(m)$.

Câu 12. Một ô tô đang dừng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc $a(t) = 6 - 2t \text{ (m/s}^2\text{)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ô tô đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mét?

- A. $18m$. B. $36m$. C. $22,5m$. D. $6,75m$.

Lời giải

Chọn A

$$a(t) = 6 - 2t \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow v(t) = \int (6 - 2t) dt = 6t - t^2 + C$$

Xe dừng và bắt đầu chuyển động nên khi $t = 0$ thì $v = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v(t) = 6t - t^2$.

$$v(t) = 6t - t^2 \text{ là hàm số bậc 2 nên đạt GTLN khi } t = -\frac{b}{2a} = 3 \text{ (s)}$$

$$\text{Quãng đường xe đi trong 3 giây đầu là: } S = \int_0^3 (6t - t^2) dt = 18m$$

Câu 13. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy

luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t \text{ (m/s)}$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng $a \text{ (m/s}^2\text{)}$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. $15(m/s)$ B. $10(m/s)$ C. $7(m/s)$ D. $22(m/s)$

Lời giải

Chọn A

Thời gian tính từ khi A xuất phát đến khi bị B đuổi kịp là 15 giây, suy ra quãng đường đi được tới lúc đó là

$$\int_0^{15} v(t) dt = \int_0^{15} \left(\frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t \right) dt = \left(\frac{1}{540}t^3 + \frac{11}{36}t^2 \right) \Big|_0^{15} = 75(m)$$

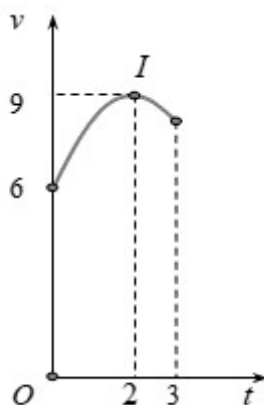
Vận tốc của chất điểm B là $y(t) = \int a \cdot dt = at + C$ (C là hằng số); do B xuất phát từ trạng thái nghỉ nên có $y(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0$;

Quãng đường của B từ khi xuất phát đến khi đuổi kịp A là

$$\int_0^{10} y(t) dt = 75 \Leftrightarrow \int_0^{10} at dt = 75 \Leftrightarrow \frac{at^2}{2} \Big|_0^{10} = 75 \Leftrightarrow 50a = 75 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$$

Vậy có $y(t) = \frac{3t}{2}$; suy ra vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $y(10) = 15 (m/s)$.

Câu 14. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



A. $s = 25,25(km)$

B. $s = 24,25(km)$

C. $s = 24,75(km)$

D. $s = 26,75(km)$

Lời giải

Chọn C

Gọi $v(t) = at^2 + bt + c$.

Đồ thị $v(t)$ là một phần parabol có đỉnh $I(2;9)$ và đi qua điểm $A(0;6)$ nên

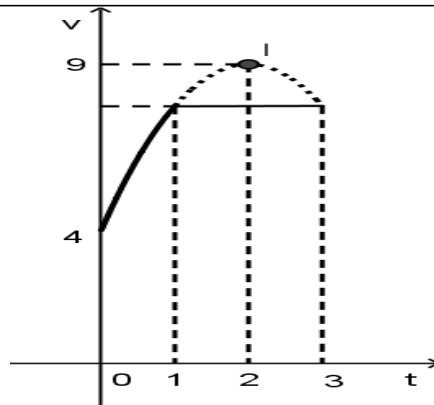
$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 9 \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = 3 \\ c = 6 \end{cases}$$

. Tìm được

$$v(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6$$

Vậy $S = \int_0^3 \left(-\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6 \right) dt = 24,75 (km)$

Câu 15. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc vào thời gian $t(h)$ có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường S mà vật chuyển động được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



A. $s = 21,58(km)$

B. $s = 23,25(km)$

C. $s = 13,83(km)$

D. $s = 15,50(km)$

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình của parabol $v = at^2 + bt + c$ ta có hệ như sau:

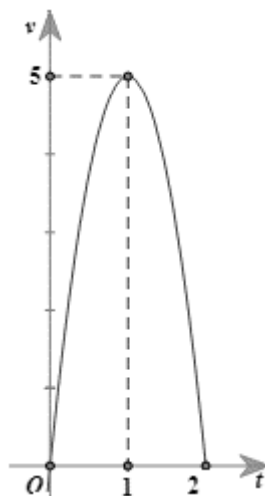
$$\begin{cases} c = 4 \\ 4a + 2b + c = 9 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \\ c = 4 \\ a = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

Với $t = 1$ ta có $v = \frac{31}{4}$.

$$s = \int_0^1 \left(-\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4 \right) dt + \int_1^3 \frac{31}{4} dt = \frac{259}{12} \approx 21,583$$

Vậy quãng đường vật chuyển động được là

Câu 16. Một người chạy trong 2 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là 1 phần của đường Parabol với đỉnh $I(1;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung Ov như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong 1 giờ 30 phút kể từ lúc bắt đầu chạy (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân).



A. 2,11km .

B. 6,67km .

C. 5,63 km.

D. 5,63km .

Lời giải

Chọn C

$$\Rightarrow S = \int_0^{1,5} v(t) dt$$

Ta có 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ

Đồ thị $v = v(t)$ đi qua gốc tọa độ nên $v(t)$ có dạng $v(t) = at^2 + bt$.

Đồ thị $v = v(t)$ có đỉnh là $I(1;5)$ nên
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 10 \end{cases} \Rightarrow v(t) = -5t^2 + 10t$$

$$S = \int_0^{1,5} (-5t^2 + 10t) dt = \frac{45}{8} \approx 5,63$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 17. Một ô tô đang chạy với vận tốc là 12 (m/s) thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -6t + 12 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 12m

Lấy mốc thời gian ($t = 0$) là lúc đạp phanh.

Khi ô tô dừng hẳn thì vận tốc $v(t) = 0$, tức là $v(t) = -6t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Vậy từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được quãng đường là

$$\int_0^2 (-6t + 12) dt = (-3t^2 + 12t) \Big|_0^2 = 12 \text{ (m)}$$

Câu 18. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 10m

Xét phương trình $-5t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Do vậy, kể từ lúc người lái đạp phanh thì sau 2s ô tô dừng hẳn. Quãng đường ô tô đi được kể từ lúc người lái đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là

$$s = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 10t \right) \Big|_0^2 = 10m.$$

Câu 19. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy

luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 25 (m/s)

Ta có $v_B(t) = \int a \cdot dt = at + C$, $v_B(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v_B(t) = at$.

Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là

$$S_A = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \right) dt = \left(\frac{1}{300}t^3 + \frac{13}{60}t^2 \right) \Big|_0^{25} = \frac{375}{2}.$$

Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là

$$S_B = \int_0^{15} at \cdot dt = \frac{at^2}{2} \Big|_0^{15} = \frac{225a}{2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{375}{2} = \frac{225a}{2} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}.$$

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15) = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25$ (m/s).

Câu 20. Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35$ (m/s²). Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 105 mét.

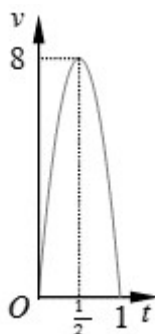
Quãng đường ô tô đi được trong 5 (s) đầu là $s_1 = \int_0^5 7t dt = 7 \frac{t^2}{2} \Big|_0^5 = 87,5$ (mét).

Phương trình vận tốc của ô tô khi người lái xe phát hiện chướng ngại vật là $v_{(2)}(t) = 35 - 35t$ (m/s). Khi xe dừng lại hẳn thì $v_{(2)}(t) = 0 \Leftrightarrow 35 - 35t = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi phanh gấp đến khi dừng lại hẳn là $s_2 = \int_0^1 (35 - 35t) dt = \left(35t - 35 \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 17,5$ (mét).

Vậy quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là $s = s_1 + s_2 = 87,5 + 17,5 = 105$ (mét).

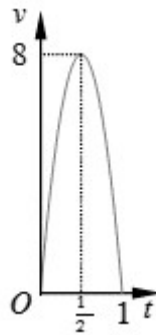
Câu 21. Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi chạy?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: $s = 4,5$ (km)



Gọi parabol là $(P): y = ax^2 + bx + c$. Từ hình vẽ ta có (P) đi qua $O(0; 0)$, $A(1; 0)$ và điểm $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$.

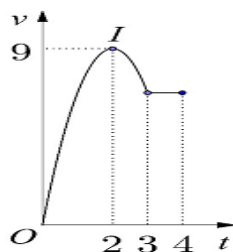
Ta có hệ:
$$\begin{cases} c = 0 \\ a + b + c = 0 \\ \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -32 \\ b = 32 \\ c = 0 \end{cases}$$

Suy ra $(P): y = -32x^2 + 32x$.

$$s = \int_0^{\frac{3}{4}} (-32x^2 + 32x) dx = 4,5$$

Vậy quãng đường người đó đi được là (km).

Câu 22. Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường S mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: $s = 28,5$ (km)

Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$.

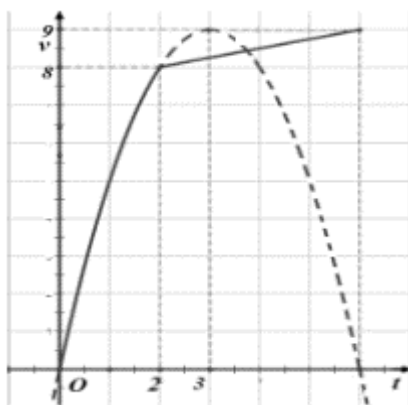
Vì (P) qua $O(0;0)$ và có đỉnh $I(2;9)$ nên dễ tìm được phương trình là $y = -\frac{9}{4}x^2 + 9x$.

Ngoài ra tại $x=3$ ta có $y = \frac{27}{4}$

$$S = \int_0^3 \left(-\frac{9}{4}x^2 + 9x \right) dx + \int_3^4 \frac{27}{4} dx = 27 \text{ (km)}$$

Vậy quãng đường cần tìm là:

Câu 23. Một vật chuyển động trong 6 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc vào thời gian $t(h)$ có đồ thị như hình bên dưới. Trong khoảng thời gian 2 giờ từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần đường Parabol có đỉnh $I(3;9)$ và có trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{1}{4}$. Tính quãng đường S mà vật di chuyển được trong 6 giờ?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: $\frac{130}{3}(km)$

+ Vì Parabol đi qua $O(0; 0)$ và có tọa độ đỉnh $I(3;9)$ nên thiết lập được phương trình Parabol là

$$(P): y = v(t) = -t^2 + 6t; \forall t \in [0; 2]$$

+ Sau 2 giờ đầu thì hàm vận tốc có dạng là hàm bậc nhất $y = \frac{1}{4}t + m$, dựa trên đồ thị ta thấy đi qua điểm

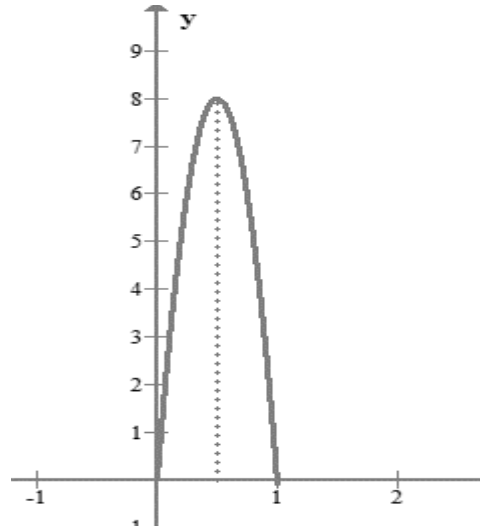
có tọa độ $(6;9)$ nên thế vào hàm số và tìm được $m = \frac{15}{2}$.

Nên hàm vận tốc từ giờ thứ 2 đến giờ thứ 6 là $y = \frac{1}{4}t + \frac{15}{2}; \forall t \in [2; 6]$

+ Quãng đường vật đi được bằng tổng đoạn đường 2 giờ đầu và đoạn đường 4 giờ sau.

$$S = S_1 + S_2 = \int_0^2 (-t^2 + 6t) dt + \int_2^6 \left(\frac{1}{4}t + \frac{15}{2} \right) dt = \frac{130}{3}(km)$$

Câu 24. Một người chạy trong thời gian 1 giờ, với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4,5 (km)

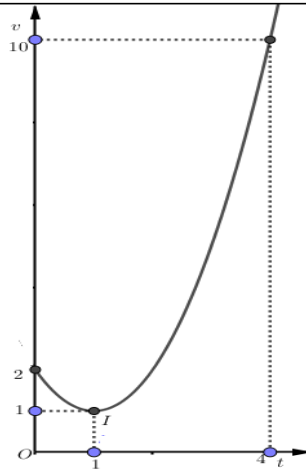
Trước hết ta tìm công thức biểu thị vận tốc theo thời gian, giả sử $v(t) = at^2 + bt + c$.

Khi đó dựa vào hình vẽ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} c = 0 \\ a\left(\frac{1}{2}\right)^2 + b\left(\frac{1}{2}\right) + c = 8 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -32 \\ b = 32 \\ c = 0 \end{cases}$$

Do đó quãng đường người đó đi được sau 45 phút là $S = \int_0^{\frac{45}{60}} (32t - 32t^2) dt = 4,5$ (km).

Câu 25. Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.



Trả lời:

Lời giải

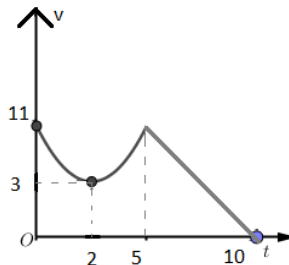
Đáp án: $s = \frac{40}{3} \text{ (km)}.$

Hàm biểu diễn vận tốc có dạng $v(t) = at^2 + bt + c$. Dựa vào đồ thị ta có:

$$\begin{cases} c = 2 \\ \frac{-b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow v(t) = t^2 - 2t + 2$$

Với $t = 4 \Rightarrow v(4) = 10$ (thỏa mãn). Từ đó $s = \int_0^4 (t^2 - 2t + 2) dt = \frac{40}{3} \text{ (km)}$

Câu 26. Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t) \text{ (m/s)}$ có dạng đường Parapol khi $0 \leq t \leq 5 \text{ (s)}$ và $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $5 \leq t \leq 10 \text{ (s)}$. Cho đỉnh Parapol là $I(2, 3)$. Hỏi quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10 \text{ (s)}$ là bao nhiêu mét?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: $\frac{545}{6} \text{ m}$

Gọi Parapol $(P): y = ax^2 + bx + c$ khi $0 \leq t \leq 5 \text{ (s)}$

Do $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua $I(3;2); A(0;11)$ nên
$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 3 \\ c = 11 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -8 \\ c = 11 \end{cases}$$

Khi đó quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $0 \leq t \leq 5(s)$ là

$$S = \int_0^5 (2x^2 - 8x + 11) dx = \frac{115}{3} (m) \quad . \quad \text{Ta có } f(5) = 21$$

Gọi $d: y = ax + b$ khi $5 \leq t \leq 10(s)$ do d đi qua điểm $B(5;21)$ và $C(10;0)$ nên:

$$\begin{cases} 5a + b = 21 \\ 10a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{21}{5} \\ b = 42 \end{cases} .$$

Khi đó quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $5 \leq t \leq 10(s)$ là

$$S = \int_5^{10} \left(-\frac{21}{5}x + 42 \right) dx = \frac{105}{2} (m)$$

Quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10(s)$ là $S = \frac{115}{3} + \frac{105}{2} = \frac{545}{6} .$