**PHẦN THỨ NHẤT- MỘT SỐ CHỦ ĐỀ TOÁN CƠ BẢN**

**Chủ đề 1**

**THỐNG KÊ, XÁC SUẤT**

**1. Kiến thức cần nhớ**

**1.1. Một số kiến thức về thống kê**

* Tần số của giá trị là số lần xuất hiện giá trị đó trong mẫu dữ liệu.
* Bảng tần số là bảng thống kê cho biết tần số của các giá trị trong mẫu dư liệu.
* Cho $x\_{1},x\_{2},…,x\_{k}$ là các giá trị khác nhau của mẫu dữ liệu cỡ n.
* Tần số tương đối $f\_{i}$ của giá trị $x\_{i}$ là tỉ số giữa tần số $n\_{i}$ của $x\_{i}$ với $n$.
* Biểu đổ biểu diễn bảng tần số tương đối được gọi là biểu đồ tần số tương đối.
* Dạng thường gặp của biểu đồ tẩn số tương đối là biểu đô cột và biểu đổ hình quạt tròn.
* Bảng tần số ghép nhóm là bảng tần số của các nhóm số liệu.
* Tần số $n\_{i}$ của nhóm $\left[a\_{i};a\_{i+1}\right)$ là số giá trị của mẫu số liệu lớn hơn hoặc bằng $a\_{i}$ và nhỏ hơn $a\_{i+1}$.
* Bảng tần số tương đối ghép nhóm là bảng tần số tương đối của các nhóm số liệu.
* Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột là biểu đồ gồm các cột liền nhau để biểu diễn bảng tẩn số tương đối ghép nhóm. Trong biểu đồ này, chiều cao của mỗi cột biểu diễn tần số tương đối của nhóm số liệu.

**1.2. Một số kiến thức về xác suất**

* Một hoặc một số hành động, thực nghiệm được tiến hành liên tiếp hay đông thời mà kết quả của chúng không thể biết được trước khi thực hiện nhưng có thể liệt kê được tất cả các kết quả có thể xảy ra, được gọi là một phép thử ngẫu nhiên, gọi tắt là phép thử.
* Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử (gọi tắt là tập hợp tất cả các kết quả có thể của phép thử) được gọi là không gian mẫu của phép thử.
* Không gian mẫu của phép thử được kí hiệu là $Ω$.
* Cho phép thử T . Xét biến cố E , ở đó việc xảy ra hay không xảy ra của E tuỳ thuộc vào kết quả của phép thử T . Kết quả của phép thử T làm cho biến cố E xảy ra gọi là kết quả thuận lợi cho E .
* Giả sử rằng các kết quả có thể của phép thử T là đồng khả năng. Khi đó xác suất $P(E)$ của biến cố E bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố E
* và số phần tử của tập $Ω:P(E)=\frac{n(E)}{n(Ω)}$, trong đó $Ω$ là không gian mẫu của T , $n(E)$ là số kết quả thuận lợi cho biến cố E và $n(Ω)$ số là phần tử của tập $Ω$.

**2. Bài tập minh hoạ**

Bài 1. Khối lượng (gam) của 30 củ khoai tây thu hoạch được ở gia đình bác Lâm được thống kê như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 80 | 75 | 87 | 92 | 102 | 105 | 112 | 91 | 88 | 89 |
| 82 | 95 | 98 | 91 | 94 | 81 | 90 | 118 | 90 | 113 |
| 108 | 110 | 114 | 88 | 76 | 90 | 80 | 111 | 84 | 94 |

a) Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm sau: $[70;80),[80;90),[90;100)$, $[100;110),[110;120)$. Tìm tần số của mỗi nhóm đó.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

**Giải.**

a) Các nhóm $[70;80),[80;90),[90;100),[100;110),[110;120)$ có tần số lần lượt là $n\_{1}=2;n\_{2}=9;n\_{3}=10;n\_{4}=3;n\_{5}=6$.

b) Bảng tẩn số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm | $$[70;80)$$ | $$[80;90)$$ | $$[90;100)$$ | $$[100;110)$$ | $$[110;120)$$ |
| Tần số | 2 | 9 | 10 | 3 | 6 |

Bài 2. Thống kê số lần truy cập Internet của 30 người trong một tuần cho kết quả như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 40 | 60 | 56 | 44 | 32 | 55 | 62 | 48 | 36 | 41 |
| 69 | 36 | 41 | 80 | 40 | 74 | 56 | 82 | 43 | 76 |
| 45 | 89 | 86 | 62 | 68 | 88 | 46 | 78 | 87 | 69 |

a) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên theo sáu nhóm sau: $[30;40)$, $[40;50),[50;60),[60;70),[70;80),[80;90)$.

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu trên.

**Giải.**

a) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho là:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm | $$[30;40)$$ | $$[40;50)$$ | $$[50;60)$$ | $$[60;70)$$ | $$[70;80)$$ | $$[80;90)$$ |
| Tần số | 3 | 9 | 3 | 6 | 3 | 6 |

b) Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu trên là:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm | $$[30;40)$$ | $$[40;50)$$ | $$[50;60)$$ | $$[60;70)$$ | $$[70;80)$$ | $$[80;90)$$ |
| Tần số tương đối | $$10\%$$ | $$30\%$$ | $$10\%$$ | $$20\%$$ | $$10\%$$ | $$20\%$$ |

Bài 3. Một chiếc túi có hai quả cầu: một quả màu đỏ và một quả màu vàng, các quả cầu có cùng khối lượng và kích thước. Một chiếc hộp đựng ba tấm thẻ có chữ ghi trên thẻ lẩn lượt là $A,B,C$. Bạn Hoa lấy ngẫu nhiên một quả cầu từ chiếc túi và bạn Hiếu rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ chiếc hộp. Xác định không gian mẫu của phép thử trên.

**Giải.**

Phép thử là bạn Hoa lấy ngẫu nhiên một quả cầu từ chiếc túi có hai quả cầu gôm một quả màu đỏ và một quả màu vàng, hai quả cẩu có cùng khối lượng và kích thước; bạn Hiếu rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ chiếc hộp đựng ba tấm thẻ $A,B,C$.

Kết quả của phép thử là $(a,b)$, trong đó a và b tương ứng là màu của quả cầu lấy được (màu đỏ $(D)$, màu vàng $(V)$ ) và chữ ghi trên tấm thẻ rút được $(A,B,C)$.

Do đó, không gian mẫu của phép thử là

$Ω=\{(Ð, A);(Ð,B);(Ð,C);(V,A);(V,B);(V,C)\}$.

Bài 4. Một hộp có 14 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân đánh số các viên bi đó lần lượt là $1,2,3,…,14$; hai viên bi khác nhau có số khác nhau. Xét phép thử "Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp". Tính xác suất của biến cố A: "Số của viên bi lấy ra chia 6 dư 1 ".

**Giải.**

Không gian mẫu của phép thử là $Ω=\{1;2;3;4;5;…;14\}$. Khi đó $n(Ω)=14$.

Vì các viên bi có kích thước, khối lượng như nhau và lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp nên các kết quả có thể xảy ra của phép thử là đồng khả năng.

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $1;7;13$. Khi đó $n(A)=3$.

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(Ω)}=\frac{3}{14}$.

Bài 5. Bạn Nam chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên lớn hơn 399 và nhỏ hơn 1000 . Tính xác suất của biến cố A: "Số tự nhiên được chọn chia hết cho 100 ".

Giải.

Không gian mẫu của phép thử là $Ω=\{400;401;402;…;998;999\}$.

Số kết quả có thể xảy ra là $(999-400):1+1=600$. Khi đó $n(Ω)=600$.

Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố A là 400; 500; 600; 700; 800; 900 . Khi đó $n(A)=6$.

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(Ω)}=\frac{6}{600}=0,01$.

Bài 6. Trên một dãy phố có ba quán ăn $A,B,C$. Hai bạn Vinh và Huy mỗi người chọn ngẫu nhiên một quán ăn để ăn trưa. Tính xác suất của biến cố Q : "Hai bạn cùng vào một quán ăn".

**Giải.**

Các kết quả có thể xảy ra của phép thử là:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Vinh | Huy | A | B |
| A | $$(A,A)$$ | $$(A,B)$$ | $$(A,C)$$ |
| B | $$(B,A)$$ | $$(B,B)$$ | $$(B,C)$$ |
| C | $$(C,A)$$ | $$(C,B)$$ | $$(C,C)$$ |

Không gian mẫu của phép thử là

$Ω=\{(A,A);(A,B);(A,C);(B,A);(B,B);(B,C);(C,A);(C,B);(C,C)\}$.

Khi đó $n(Ω)=9$.

Vì hai bạn Vinh và Huy mỗi người chọn ngẫu nhiên một quán để ăn trủa nên các kết quả có thể xảy ra của phép thử là đồng khả năng.

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố Q là $(A,A);(B,B);(C,C)$. Khi đó $n(Q)=3$. Xác suất của biến cố Q là $P(Q)=\frac{n(Q)}{n(Ω)}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

Bài 7. Một chiếc túi đửng m tấm thẻ có cùng kích thước và khối lượng được đánh số từ 1 đến m . Bạn Toàn rút ngẫu nhiên một tấm thẻ. Biết rằng xác suất của biến cố A : "Rút được tấm thẻ ghi số có một chữ số là 0,18 ". Hỏi trong túi có bao nhiêu tấm thè?

**Giải.**

Không gian mẫu của phép thử là $Ω=\{1;2;3;…;m\}$. Khi đó $n(Ω)=m$.

Vì các tấm thẻ có cùng kích thước và khối lượng, bạn Toàn rút ngẫu nhiên một tấm thẻ nên các kết quả có thể xảy ra của phép thử là đồng khả năng.

Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $1;2;3;4;5;6;7;8;9$. Khi đó $n(A)=9$.

Vì xác suất của biến cố A là 0,18 nên ta có $P(A)=\frac{n(A)}{n(Ω)}=\frac{9}{ m}=0,18$.

Suy ra $m=9:0,18=50$. Vậy trong túi có 50 tấm thẻ.

**3. Bài tập tự luyện**

Bài 1. Trong đợt khám sức khoẻ, lớp 9 A có 20 học sinh bị cận thị trong đó có 10 học sinh cận thị nhẹ, 8 học sinh cận thị vừa và 2 học sinh cận thị nặng. Biết rằng cận thị nhẹ có số đo từ 0,25 đến dưới 3,25 dioptre; từ 3,25 đến dưới 6,25 dioptre là cận thị vừa; từ 6,25 đến dưới 10,25 dioptre là cận thị nặng.

a) Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối ghép nhóm theo các mức độ cận thị nhẹ, cận thị vừa và cận thị nặng của 20 học sinh này.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng tần số tương đối ghép nhóm ở câu a.

Bài 2. Bảng dưới đây cho biết tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của một mẫu số liệu. Tìm các giá trị $x,y$ và z .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Nhóm | Tần số | Tần số tương đối (%) |
| $$[5;10)$$ | 5 | z |
| $$[10;15)$$ | 14 | 28 |
| $$[15;20)$$ | 8 | 16 |
| $$[20;25)$$ | 11 | 22 |
| $$[25;30)$$ | x | y |
|  | 50 | 100 |

Bài 3. Chọn ngẫu nhiên một gia đình có ba người con.

a) Tính xác suất của biến cố A : "Trong ba người con có duy nhất một người con gái".

b) Tính xác suất của biến cố $B$ : "Trong ba người con có nhiều nhất một người con trai".

Bài 4. Bạn Hoa gieo một con xúc xắc 6 mặt cân đối và đồng chất. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: "Số chấm xuất hiện ở mặt trên của xúc xắc là 2 ".

b) B: "Số chấm xuất hiện ở mặt trên của xúc xắc là số nguyên tố".

Bài 5. Một hộp có ba viên bi màu vàng và hai viên bi màu xanh, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Nam lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi.

a) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

b) Tính xác suất của biến cố A: "Bạn Nam lấy được hai viên bi có cùng màu".

Bài 6. Một hộp có 52 tấm thẻ cùng loại, mỗi thẻ ghi một trong các số $1,2,3,…,52$; hai thẻ khác nhau ghi số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố A : "Số xuất hiện trên tấm thẻ rút ra là số nhỏ hơn 45 và lớn hơn 19".

Bài 7. Một hộp có 25 tấm thẻ cùng loại, mỗi thẻ ghi một trong các số $1,2,3,…,25$; hai thẻ khác nhau ghi số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: "Số xuất hiện trên tấm thẻ rút ra là số chia hết cho 6 ".

b) B: "Số xuất hiện trên tấm thẻ rút ra là số có hai chữ số và tổng các chữ số bằng 5 ".

Bài 8. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II . Xét các biến cố sau:

A: "Tổng số chấm xuất hiện ở mặt trên của hai con xúc xắc bằng 11 ";

B: "Tổng số chấm xuất hiện ở mặt trên của hai con xúc xắc bằng 6 hoặc 9 ";

C: "Tổng số chấm xuất hiện ở mặt trên của hai con xúc xắc nhỏ hơn 5 ".

Hỏi biến cố nào có khả năng xảy ra cao nhất?

**Hướng dẫn - Lời giải - Đáp số**

Bài 1. a) Bảng tần số:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Mức độ cận thị | Nhẹ | Vừa | Nặng |
| Số học sinh | 10 | 8 | 2 |

Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Mức độ cận thị | Nhẹ | Vừa | Nặng |
| Tần số tưong đối | $$50\%$$ | $$40\%$$ | $$10\%$$ |

b) Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột:

![](data:application/octet-stream;base64...)

Bài 2. Ta có $5+14+8+11+x=50$ suy ra $x=12$.

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[25;30)$ là $\frac{12}{50}⋅100\%=24\%$. Suy ra $y=24$.

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[5;10)$ là $\frac{5}{50}⋅100\%=10\%$. Suy ra $z=10$.

Bài 3. Kí hiệu T là con trai, $G$ là con gái. Ta có không gian mẫu:

$Ω=\{(T;T;T),(T;T;G),(T;G;T),(G;T;T),(T;G;G;),(G;T;G),(G;G;T),(G;G;G)\}$.

Khi đó $n(Ω)=8$. Các kết quả có thể xảy ra là đồng khả năng.

a) Các kết quả thuận lợi cho biến cố $A$ là $(T;T;G),(T;G;T),(G;T;T)$. Khi đó $n(A)=3$.

Xác suất của biến cố $A$ là $P(A)=\frac{n(A)}{n(Ω)}=\frac{3}{8}$.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố $B$ là $(T;G;G),(G;T;G),(G;G;T),(G;G;G)$. Khi đó $n(B)=4$.

Xác suất của biến cố B là $P(B)=\frac{n(B)}{n(Ω)}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$.

Bài 4. Không gian mẫu là $Ω=\{1;2;3;4;5;6\}$, khi đó $n(Ω)=6$. Vì con xúc xắc cân đối và đồng chất nên các kết quả có thể xảy ra là đồng khả năng.

a) Kết quả thuận lợi cho biến cố A là 2 , khi đó $n(A)=1$.

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(Ω)}=\frac{1}{6}$.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố $B$ là $2,3,5$; khi đó $n(B)=3$.

Xác suất của biến cố $B$ là $P(B)=\frac{n(B)}{n(Ω)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

Bài 5. a) Kí hiệu các viên bi màu vàng là $V\_{1},V\_{2},V\_{3}$; các viên bi màu xanh là $X\_{1},X\_{2}$. Không gian mẫu của phép thử là $Ω=\left\{\left(V\_{1};V\_{2}\right),\left(V\_{1};V\_{3}\right),\left(V\_{2};V\_{3}\right),\left(X\_{1};X\_{2}\right)\right.$, $\left.\left(V\_{1};X\_{1}\right),\left(V\_{1};X\_{2}\right),\left(V\_{2};X\_{1}\right),\left(V\_{2};X\_{2}\right),\left(V\_{3};X\_{1}\right),\left(V\_{3};X\_{2}\right)\right\}$.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là $\left(V\_{1};V\_{2}\right),\left(V\_{1};V\_{3}\right),\left(V\_{2};V\_{3}\right),\left(X\_{1};X\_{2}\right)$.

Ta có $n(Ω)=10,n(A)=4$. Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(Ω)}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

Bài 6. Không gian mẫu $Ω=\{1;2;3;…;52\}$, khi đó $n(Ω)=52$.

Vì các tấm thẻ cùng loại nên các kết quả có thể xảy ra là đồng khả năng.

Có 26 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $20,21,22,…,44,45$; khi đó $n(A)=26$.

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(Ω)}=\frac{26}{52}=0,5$.

Bài 7. Không gian mẫu $Ω=\{1;2;3;…;25\}$, khi đó $n(Ω)=25$.

a) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là $6,12,18,24$; khi đó $n(A)=4$.

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(Ω)}=\frac{4}{25}$.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố $B$ là 14,23 ; khi đó $n(B)=2$.

Xác suất của biến cố $B$ là $P(B)=\frac{n(B)}{n(Ω)}=\frac{2}{25}$.

Bài 8. Ta có bảng mô tả không gian mẫu như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Xúc xắc I cắc II | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | $$(1;1)$$ | $$(1;2)$$ | $$(1;3)$$ | $$(1;4)$$ | $$(1;5)$$ | $$(1;6)$$ |
| 2 | $$(2;1)$$ | $$(2;2)$$ | $$(2;3)$$ | $$(2;4)$$ | $$(2;5)$$ | $$(2;6)$$ |
| 3 | $$(3;1)$$ | $$(3;2)$$ | $$(3;3)$$ | $$(3;4)$$ | $$(3;5)$$ | $$(3;6)$$ |
| 4 | $$(4;1)$$ | $$(4;2)$$ | $$(4;3)$$ | $$(4;4)$$ | $$(4;5)$$ | $$(4;6)$$ |
| 5 | $$(5;1)$$ | $$(5;2)$$ | $$(5;3)$$ | $$(5;4)$$ | $$(5;5)$$ | $$(5;6)$$ |
| 6 | $$(6;1)$$ | $$(6;2)$$ | $$(6;3)$$ | $$(6;4)$$ | $$(6;5)$$ | $$(6;6)$$ |

Do đó $n(Ω)=36$.

Vì gieo đông thời hai con xúc xắc cân đối, đổng chất nên các kết quả có thể xảy ra là đồng khả năng.

Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $(5;6),(6;5)$. Khi đó $n(A)=2$.

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$.

Có 8 kết quả thuận lợi cho biến cố $B$ là $(2;4),(3;3),(3;6),(4;2),(4;5),(5;1),(5;4)$, $(6;3)$. Khi đó $n(B)=8$.

Xác suất của biến cố $B$ là $P(B)=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$.

Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố C là $(1;1),(1;2),(1;3),(2;1),(2;2),(3;1)$.

Khi đó $n(C)=6$. Xác suất của biến cố C là $P(C)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

Vì $\frac{1}{18}<\frac{1}{6}<\frac{2}{9}$ nên $P(A)<P(C)<P(B)$. Do đó biến cố B có khả năng xảy ra cao nhất.

**Chủ đê 2**

**BÀI TẬP VỀ BIỂU THỬC CHỬA CĂN**

**1. Kiến thức cần nhớ**

* $\sqrt{A}$ xác định khi $A\geq 0$. $A\sqrt{B}=\sqrt{A^{2}⋅ B}$ nếu $A\geq 0, B\geq 0$.
* $\sqrt{A^{2}}=|A|$.
* $A\sqrt{B}=-\sqrt{A^{2}⋅ B}$ nếu $A<0, B\geq 0$.
* $\sqrt{AB}=\sqrt{A}⋅\sqrt{B}(A,B\geq 0)$.
* $\sqrt{\frac{A}{B}}=\frac{\sqrt{AB}}{|B|}(A⋅B\geq 0,B\ne 0)$.
* $\sqrt{\frac{A}{B}}=\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}(A\geq 0,B>0)$.
* $\frac{1}{\sqrt{A}\pm B}=\frac{\sqrt{A}\mp B}{A-B^{2}}\left(A\geq 0,A\ne B^{2}\right)$.
* $\sqrt{A^{2}⋅B}=|A|⋅\sqrt{B}(B\geq 0)$.
* $\frac{1}{\sqrt{A}\pm \sqrt{B}}=\frac{\sqrt{A}\mp \sqrt{B}}{A-B}(A\geq 0,B\geq 0,A\ne B)$.

**2. Bài tập minh hoạ**

Bài 1. Rút gọn biểu thức $M=\frac{\sqrt{x^{2}-2x+1}}{x-1}$.

Giải.

Điểu kiện xác định: $\left\{\begin{matrix}x^{2}-2x+1\geq 0\\x-1\ne 0\end{matrix}\right.$ hay $\left\{\begin{matrix}(x-1)^{2}\geq 0\\x\ne 1\end{matrix}\right.$. Vậy $x\ne 1$.

Khi đó $M=\frac{\sqrt{(x-1)^{2}}}{x-1}=\frac{|x-1|}{x-1}$.

* Nếu $x>1$ thì $|x-1|=x-1$. Suy ra $M=\frac{x-1}{x-1}=1$.
* Nếu $x<1$ thì $|x-1|=-(x-1)$. Suy ra $M=\frac{-(x-1)}{x-1}=-1$.

Bài 2. Tìm điều kiện để các biểu thức sau xác định:

a) $M=\sqrt{2-x}-\sqrt{x+3}$;

b) $N=\sqrt{9-x^{2}}$;

c) $K=\frac{1}{\sqrt{x}-1}$;

d) $Q=\frac{1}{\sqrt[3]{x}-2}$.

**Giải.**

a) M xác định khi $\left\{\begin{matrix}2-x\geq 0\\x+3\geq 0\end{matrix}\right.$ suy ra $\left\{\begin{matrix}x\leq 2\\x\geq -3\end{matrix}\right.$. Vậy $-3\leq x\leq 2$.

b) N xác định khi $9-x^{2}\geq 0$ hay $x^{2}\leq 9$, suy ra $-3\leq x\leq 3$.

c) K xác định khi $\left\{\begin{matrix}x\geq 0\\\sqrt{x}-1\ne 0\end{matrix}\right.$ suy ra $\left\{\begin{matrix}x\geq 0\\\sqrt{x}\ne 1\end{matrix}\right.$. Vậy $\left\{\begin{matrix}x\geq 0\\x\ne 1\end{matrix}\right.$.

d) $Q$ xác định khi $\sqrt[3]{x}-2\ne 0$ hay $\sqrt[3]{x}\ne 2$, suy ra $x\ne 8$.

Bài 3. Tìm x :

a) $\sqrt{8-4x}+\sqrt{2-x}=18-\sqrt{18-9x}$;

b) $\sqrt{x^{2}-x+9}=2x+1$;

c) $x^{2}-3x-6\sqrt{x+7}+20=0$;

Giải.

a) Điều kiện: $x\leq 2$.

Phương trình (1) có dạng $\sqrt{4(2-x)}+\sqrt{2-x}+\sqrt{9(2-x)}=18$ hay $2\sqrt{2-x}+\sqrt{2-x}+3\sqrt{2-x}=18$, do đó $6\sqrt{2-x}=18$, suy ra $\sqrt{2-x}=3$.

Bình phương hai vế được $2-x=9$ suy ra $x=-7$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy $x=-7$.

b) Với điều kiện $2x+1\geq 0$ hay $x\geq -\frac{1}{2}$, bình phương hai vế phương trình (2) được $x^{2}-x+9=4x^{2}+4x+1$ hay $3x^{2}+5x-8=0$. Đây là phương trình bậc hai có $a+b+c=3+5-8=0$ nên phương trình có hai nghiệm $x\_{1}=1$ (thoả mãn điều kiện) và $x\_{2}=-\frac{8}{3}$ (loại). Vậy $x=1$.

c) Điều kiện: $x+7\geq 0$ hay $x\geq -7$.

Phương trình (3) có dạng $\left(x^{2}-4x+4\right)+(x+7-6\sqrt{x+7}+9)=0$ hay $(x-2)^{2}+(\sqrt{x+7}-3)^{2}=0$.

Ta có $(x-2)^{2}\geq 0,(\sqrt{x+7}-3)^{3}\geq 0$ với mọi $x\geq -7$.

Nên từ ( $3^{'}$ ) dẫn đến $\left\{\begin{matrix}(x-2)^{2}=0\\(\sqrt{x+7}-3)^{2}=0\end{matrix}\right.$.

$+(x-2)^{2}=0$ suy ra $x=2$.

$+(\sqrt{x+7}-3)^{2}=0$ suy ra $\sqrt{x+7}=3$. Từ đó ta có $x+7=9$ suy ra $x=2$.

Vậy $x=2$.

Bài 4. Cho $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1};B=\frac{3}{\sqrt{x}+1}-\frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ với $x\geq 0,x\ne 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

b) Rút gọn biểu thức $M=A+B$.

c) Tìm x đê $M=\frac{1}{2}$.

Giải.

a) $x=4$ thoả mãn điều kiện xác định. Với $x=4$, ta có: $A=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}-1}=\frac{2}{2-1}=\frac{2}{1}=2$.

b) $M=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{\sqrt{x}+1}-\frac{6\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$

$$=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)+3(\sqrt{x}-1)-(6\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$=\frac{(\sqrt{x}-1)^{2}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.

c) $M=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}=\frac{1}{2}$ dẫn đến $2(\sqrt{x}-1)=\sqrt{x}+1$, suy ra $\sqrt{x}=3$,

do đó $x=9$ (thoả mãn điều kiện xác định).

Vậy $M=\frac{1}{2}$ khi $x=9$.

Bài 5. Cho biểu thức $M=\left(\frac{\sqrt{x}}{x-4}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}\right)⋅\frac{\sqrt{x}-2}{2}$ với $x\geq 0,x\ne 4$.

a) Rút gọn biểu thức $M$.

b) Tìm x để $M<\frac{2}{3}$.

c) Tìm x để $M>\frac{3}{5}$.