# **BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN**

## **A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM**

**I. PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG**
Phương trình với ẩn  có dạng , trong đó vế trái  và vế phải  là hai biểu thức của cùng một biến . Khi giải phương trình (1), ta cần lưu ý tới điều kiện đối với ẩn số  để  và  có nghĩa (tức là mọi phép toán đều thực hiện được). Đó là *điều kiện xác định* *của phuơng trình* (hay gọi tắt là *điều kiện của phuơng trình*).

-Trong trường hợp tổng quát, ta có định nghĩa sau:
Hai phương trình (cùng ẩn) được gọi là tuơng đuơng nếu chúng có cùng tập nghiệm.
Nếu phương trình  tương đương với phương trình  thì ta viết 

-Định lí sau đây nêu lên một số phép biến đổi tương đương thường sử dụng:
Nếu thực hiện các phép biến đổi sau đây trên một phương trình mà không làm thay đổi điều kiện của nó thì ta được một phương trình mới tương đương.
a) Cộng hay trừ hai vế với cùng một số hoặc cùng một biểu thức;
b) Nhân hoặc chia hai vế với cùng một số khác 0 hoặc với cùng một biểu thức luôn có giá trị khác 0 .

**II. PHƯƠNG TRÌNH **

Trong trường hợp tổng quát, ta có thể giải phương trình  như sau:

Với , phương trình  vô nghiệm.

Với , gọi  là số thực thuộc đoạn  sao cho . Khi đó, ta có:

 

*Chú ý*
a) Ta có một số trường hợp đặc biệt sau của phương trình  :





.
b) Ta có 

c) Nếu  là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác  sao cho  như sau:

 

**III. PHƯƠNG TRÌNH cosx=m**

Trong trường hợp tổng quát, ta có thể giải phương trình  như sau:

Với , phương trình  vô nghiệm.

Với , gọi  là số thực thuộc đoạn  sao cho . Khi đó, ta có:

 

*Chú ý*
a) Ta có một số trường hợp đặc biệt sau của phương trình  :







b) Ta có .
c) Nếu  là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác  sao cho  như sau: .

**IV. PHƯƠNG TRÌNH tanx=m**

Trong trường hợp tổng quát, ta có cách giải phương trình  như sau:
Gọi  là số thực thuộc khoảng  sao cho . Khi đó với mọi , ta có: .

*Chú ý:*

Nếu  là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác  sao cho  như sau:



**V. PHƯƠNG TRÌNH cotx=m**

Trong trường hợp tổng quát, ta có cách giải phương trình  như sau:

Gọi  là số thực thuộc khoảng  sao cho . Khi đó với mọi , ta có:



*Chú ý:*

Nếu  là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác  sao cho  như sau:



**VI. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY**

Có thể sử dụng máy tính cầm tay (MTCT) để giải các phương trình lượng giác cơ bản.

*Chú ý*
Để giải phương trình  bằng MTCT, ta đưa về giải phương trình .

## **B. CÁC VÍ DỤ RÈN LUYỆN KĨ NĂNG**

**Ví dụ 1.** Giải các phương trình

a) ; b) ; c) ;

d)  e) ; f) ;

** Lời giải**

**Ví dụ 2.** Giải phương trình

a)  ; b)

c) 

** Lời giải**

**Ví dụ 3.** Giải phương trình

a)  ; b) 



** Lời giải**

**Ví dụ 4.** Tìm m để phương trình  có nghiệm 

** Lời giải**

**Ví dụ 5.** Giải các phương trình sau:

** Lời giải**

**Ví dụ 6.** Giải phương trình

a)  b) 

** Lời giải**

## **C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA**

**Bài 1.** Giải phương trình:
a) ; b)  c) 
d) ; e) ; g) .

** Lời giải**

**Bài 2.** Giải phương trình:
a)  b) ; c) 

** Lời giải**

**Bài 3.** Dùng đồ thị hàm số  để xác định số nghiệm của phương trình:
a)  trên khoảng .

b) . trên đoạn .

** Lời giải**

**Bài 4.** Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phốở vĩ độBắc trong ngày thứ  của một năm không nhuận được cho bởi hàm số

với  và 

*(Nguồn: Đại số và Giải tích 11 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020)*

a) Thành phố  có đúng 12 giờ có ánh sáng mặt trời vào ngày nào trong năm?
b) Vào ngày nào trong năm thì thành phố  có đúng 9 giờ có ánh sáng mặt trời?
c) Vào ngày nào trong năm thì thành phố có đúng 15 giờ có ánh sáng mặt trời?

** Lời giải**

**Bài 5.** Hội Lim (tỉnh Bắc Ninh) được tổ chức vào mùa xuân thường có trò chơi đánh đu. Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động quanh vị trí cân bằng (Hình 39). Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách  từ vị trí người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn qua thời gian  (với  ) bởi hệ thức  với , trong đó ta quy ước  khi vị trí cân bằng ở phía sau lưng người chơi đu và  trong trường hợp ngược lại *(Nguồn: Đại số và Giải tích 11 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020).* Vào thời gian  nào thì khoảng cách  là  ?

** Lời giải**

## **D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Nghiệm của phương trình  là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 2.** Nghiệm của phương trình là:

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 3.** Nghiệm của phương trình là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 4.** Nghiệm của phương trình là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 5.** Nghiệm của phương trình là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 6.** Nghiệm của phương trình  là:

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 7.** Nghiệm của phương trình  là:

**A. **. **B. **.

**C.** . **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 8.** Nghiệm của phương trình  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 9.** Nghiệm của phương trình  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 10.** Nghiệm của phương trình là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 11. [1D1-0.0-1]** Tập nghiệm của phương trình  là

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 12.** Nghiệm của phương trình  là

**A.** .**B.** .

**C.** . **D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 13.** Phương trình  có nghiệm là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 14.** Giải phương trình .

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 15.** Phương trình  có tập nghiệm là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 16.** Phương trình  có một nghiệm là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 17.** Biểu diễn họ nghiệm của phương trình  trên đường tròn đơn vị ta được bao nhiêu điểm?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 18.** Phương trình  có nghiệm là

**A. **.

**B. **.

**C. **.

**D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 19.** Phương trình  có tập nghiệm là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 20.** Tập nghiệm của phương trình  là

**A. **.

**B. **.

**C. **.

**D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 21.** Nghiệm của phương trình  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 22.** Với giá trị nào của  thì phương trình  có nghiệm là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 23.** Phương trình lượng giác  có nghiệm là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D.** Vô nghiệm.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 24.** Phương trình lượng giác  có nghiệm là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 25.** Phương trình lượng giác  có nghiệm là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 26.** Phương trình  vô nghiệm khi  là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 27. [1D1-0.0-1]** Nghiệm của phương trình  là.

A. **** B. **** C. D. ****

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 28.** Giá trị đặc biệt nào sau đây là đúng

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 29.** Phương trình lượng giác:  có nghiệm là:

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 30.** Giải phương trình lượng giác:  có nghiệm là:

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 31.** Nghiệm đặc biệt nào sau đây là sai

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 32.** Phương trình lượng giác:  có nghiệm là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

***...............................................................................................................................***

***...............................................................................................................................***

***...............................................................................................................................***

 **Câu 33. [1D1-0.0-1]** Trong các phương trình sau phương trình nào vô nghiệm?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 34.** Tập nghiệm của phương trình  là

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 35.** Phương trình  có nghiệm là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 36.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  có nghiệm.

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 37.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương trình  vô nghiệm.

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 38.** Nghiệm của phương trình  là

**A.** , . **B.** , .

**C.** , . **D.** , .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

 **Câu 39.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình  trên  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

*Lời giải: ........................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*

*...............................................................................................................................*