**ĐỀ SỐ 12**

**Câu1. (4 điểm)**

a, Cho p là số nguyên tố; p chứng minh rằng: Nếu 2p + 1 là sô nguyên tố thì: là hợp số.

b, Chứng minh A = n(n+1)(n+2)(n+3) không là số chính phương với mọi số tự nhiên n khác 0.

**Câu 2. (4 điểm)**

a, Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 2

b, Giải phương trình:

**Câu 3. (4 điểm)**

a, Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: M = .

b, Cho các số thực dương x; y;z thỏa mãn x +y+z = 1.

Chứng minh rằng

**Câu 4.(6,0 điểm)**

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, ba đường cao AK, BD, CE cắt nhau tại H.

a, Chứng minh : BH.BD = BC.BK và BH.BD +CH.CE = .

b, Chứng minh BH = AC. Cot ABC

c, Gọi M là trung điểm của BC, đường thẳng qua A vuông góc với AM cắt đường thẳng BD, CE lần lượt tại Q và P. Chứng minh rằng: MP = MQ.

**Câu 5. (2 điểm)**

Trong một buổi gặp mặt có 294 người tham gia, những người tham gia, những người quen nhau bắt tay nhau. Biết nếu A bắt tay B thì một trong hai người A và B bắt tay không quá 6 lần. Hỏi có nhiều mất bao nhiêu cái bắt tay.

**ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1. (4,0 điểm)**

a, Cho p là số nguyên tố; p chứng minh rằng: Nếu 2p + 1 là sô nguyên tố thì: là hợp số.

Vì p là số nguyên tố; p nên p lẻ và p không chia hết cho 3. Khi đó p chia hết cho 3 dư 1 hoặc 2. Suy ra: p = 3k +1, p = 3k +2 ( k thuộc n)

HS lập luận để chứng tỏ là hợp số.

b, Chứng minh A = n(n+1)(n+2)(n+3) không là số chính phương với mọi số tự nhiên n khác 0.

Ta có:

 với mọi n

.

Suy ra A không là số chính phương.

**Câu 2. (4,0 điểm)**

a, Tìm nghiệm nguyên của phưưng trình: 2

2(

 y là số nguyên lẻ

Mà

 HS tìm y rồi thay vào tìm x để tìm ra các cặp nghiệm: (2;1); (2;-1); (-4;1); (-4;-1)

b, Giải phương trình:

 ĐKXĐ

Bình phương cả hai vế ta có

Đặt

Khi đó ta có: 2

Giải ra ta có: x =

**Câu 3. (2 điểm)**

a, Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: M =

Ta có: M =

Do

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi:

Vậy GTNN của M = 2021 khi x = y =1

b, Cho các số thực dương x; y; z thỏa mãn x + y + z = 1.

Chứng minh rằng

Ta có x + yz + = x(x +y + z) + yz = (x+y)(z+x).

Tương tự ta có y + zx = (x + y)(y + z); z +xy = (y + z)(z + x)

Do đó:

 ( vì áp dungjh BĐT coossi cho hai số dương ta có:

Đẳng thức xảy ra .

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, ba đường cao AK, BD, CE cắt nhau tại H.

a, Chứng minh : BH.BD = BC.BK và BH.BD +CH.CE = .

b, Chứng minh BH = AC. Cot ABC

c, Gọi M là trung điểm của BC, đường thẳng qua A vuông góc với AM cắt đường thẳng BD, CE lần lượt tại Q và P. Chứng minh rằng: MP = MQ.



a, Chứng minh: BH.BD = BC.BK và BH.BD + CH. CE =

Xét tam giác: tam giác BHK đồng dạng tam giác BCD có:

Góc KBH chung

đồng dạng tam giác BCD (g.g)

Nên

Tương tự: tam giác CHK đồng dạng tam giác CBE

Nên

Cộng vế với vế hai đẳng thức ta được:

BH.BD + CH.CE = BC.BK + BC.KC

Hay BH.BD + CH.CE = BC(BK + KC) =

b, Chứng minh BH = AC. Cot ABC

Chứng minh: tam giác BEH đồng dạng với tam giác CEA (g.g)

Xét tam giác BEC vuông tại E suy ra cot ABC =

d, Gọi M là trung điểm của BC, đường thẳng qua A vuông góc với AM cắt đường thẳng BD, CE lần lượt tại Q và P. Chứng minh rằng: MP = MQ.

Chứng minh: tam giác PAH đồng dạng tam giác AMB (g.g) suy ra

Chứng minh: tam giác QAH đồng dạng tam giác tam giác MAC (g.g) suy ra

Do MB = MC (gt) suy ra cân tại M suy ra MP = MQ

**Câu 5. (2,0 điểm)**

Trong một buổi gặp mặt có 294 người tham gia, những người tham gia, những người quen nhau bắt tay nhau. Biết nếu A bắt tay B thì một trong hai người A và B bắt tay không quá 6 lần. Hỏi có nhiều mất bao nhiêu cái bắt tay.

Trong 294 người tham gia ta gọi:

a là những người bị giới hạn số lần bắt tay; b là những người không bị giới hạn số lần bắt tay.

Số người không bị giới hạn số lần bắt tay có tối thiểu là 6 nên b .

Số cái bắt tay từ người bị giới hạn số lần bắt tay tối đa là 6a.

Vậy thì từ b cũng phải cho 6a cái bắt tay.

Vậy tổng số cái bắt tay là 6a. Vậy a phải lớn nhất nên b là bé nhất bằng 6.

a+b =294 nên a = 288. Số cái bắt tay nhiều nhất là 6a = 6. 288 = 1728 cái.