

306

BÀI TOÀN

GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PT - HPT

ÔN THI VÀO 10 – CÓ ĐÁP ÁN

- TOÁN CẤU TẠO SỐ
- THÊM BỚT 2 TOÁN LÀM CHUNG – LÀM RIÊNG – VỜI NƯỚC
- TOÁN CHUYỂN ĐỘNG
- TOÁN CÓ NỘI DUNG HÌNH HỌC
- NĂNG SUẤT – PHẦN TRĂM – LÍ HÓA

CHUYÊN ĐỀ GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH

DÙNG CHO HỌC SINH LỚP 8 – LỚP 9 LUYỆN THI VÀO 10

TOÁN CẤU TẠO SỐ - THÊM BỚT

Phương pháp chung:

Bước 1: Lập phương trình – Hệ phương trình.

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết khác theo ẩn và các đại lượng đã biết.
- Lập phương trình, hệ phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình – Hệ phương trình .

Bước 3: Kết luận.

Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, hệ phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

Chú ý:

- nhiều hơn, thêm, đắt hơn, chậm hơn, ...: tương ứng với phép toán cộng.
- ít hơn, bớt, rẻ hơn, nhanh hơn, ...: tương ứng với phép toán trừ.
- gấp nhiều lần: tương ứng với phép toán nhân.
- kém nhiều lần: tương ứng với phép toán chia.

• Số có hai chữ số có dạng: $\overline{xy} = 10x + y$. Điều kiện: $x, y \in N, 0 < x \leq 9; 0 \leq y \leq 9$.

• Số có ba chữ số có dạng: $\overline{xyz} = 100x + 10y + z$. Điều kiện: $x, y, z \in N, 0 < x \leq 9; 0 \leq y, z \leq 9$.

BÀI TẬP :

Bài 1. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số sao cho tổng của hai chữ số của nó bằng 11, nếu đổi chỗ hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì số đó tăng thêm 27 đơn vị.

Hướng dẫn

Cách 1: Sử dụng phương pháp lập phương trình

Gọi chữ số hàng chục là x (ĐK: $x \in N^*, x < 10$)

Chữ số hàng đơn vị là $11-x$

Ta có số đã cho là : $\overline{x(11-x)}$

Khi đổi chỗ 2 chữ số ta được số mới là $\overline{(11-x)x}$

Vì khi đổi chỗ hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì số đó tăng thêm 27 đơn vị nên ta có phương trình:

$$\overline{(11-x)x} - \overline{x(11-x)} = 27 \Leftrightarrow [10 \cdot (11-x) + x] - [10x + 11 - x] = 27$$

$$\Leftrightarrow 110 - 10x + x - 9x - 11 = 27 \Leftrightarrow -18x = 27 + 11 - 110 \Leftrightarrow -18x = -72 \Leftrightarrow x = 4(TM)$$

Do đó chữ số hàng chục là 4, chữ số hàng đơn vị là $11-4=7$

Vậy số phải tìm là 47

Cách 2: Giải bài toán bằng cách lập hpt

Gọi số cần tìm là \overline{ab} ; ($a, b \in N, 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$)

Vì tổng hai chữ số bằng 11 nên $a + b = 11$ (1)

Đổi chỗ hai chữ số cho nhau ta được số mới tăng thêm 27 đơn vị nên $\overline{ba} - \overline{ab} = 27$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b = 11 \\ \overline{ba} - \overline{ab} = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 11 \\ (10b + a) - (10a + b) = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 11 \\ 9b - 9a = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 7 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy số cần tìm: 47.

Bài 2. Tìm một số tự nhiên có ba chữ số sao cho tổng các chữ số bằng 17, chữ số hàng chục là 4, nếu đổi chỗ các chữ số hàng trăm và hàng đơn vị cho nhau thì số đó giảm đi 99 đơn vị.

Hướng dẫn

Cách 1: Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Gọi chữ số hàng chục là x (ĐK: $x \in N^*; x \leq 9$)

Chữ số hàng đơn vị là $17 - 4 - x = 13 - x$

Số đã cho là : $\overline{x4(13-x)}$

Khi đổi chỗ chữ số hàng trăm và hàng đơn vị cho nhau ta được số mới là: $\overline{(13-x)4x}$

Vì số đó giảm đi 99 đơn vị nên ta có phương trình:

$$\overline{x4(13-x)} - \overline{(13-x)4x} = 99 \Rightarrow 100x + 40 + 13 - x - 100 \cdot (13 - x) - 40 - x = 99$$

$$\Leftrightarrow 100x + 40 + 13 - x - 1300 + 100x - 40 - x = 99$$



$$\Leftrightarrow 100x - x + 100x - x = 99 + 1300 - 13 + 40 - 40 \Leftrightarrow 198x = 1386 \Rightarrow x = 7(TM)$$

Do đó chữ số hàng chục là 7, chữ số hàng đơn vị là $13 - 7 = 6$.

Vậy số phải tìm là: 746

Cách 2: Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Gọi số cần tìm là $\overline{a4b}$. ($a, b \in N, 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$)

$$\begin{cases} a + b = 13 \\ \overline{a4b} - \overline{b4a} = 99 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 6 \end{cases}. \text{ Vậy số cần tìm: } 746.$$

Bài 3. Tìm một số tự nhiên có ba chữ số chia hết cho 11, biết rằng khi chia số đó cho 11 thì được thương bằng tổng các chữ số của số bị chia.

Hướng dẫn

Cách 1: Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Cách 2: Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Gọi số cần tìm là \overline{abc} , ($a, b \in N, 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9; 0 \leq c \leq 9$)

$$\text{Ta có: } \overline{abc} = 11(a + b + c) \Leftrightarrow 100a + 10b + c = 11(a + b + c) \Leftrightarrow 89a = b + 10c$$

$$\text{Vì } b + 10c \leq 99 \Rightarrow a = 1$$

$$\text{Nếu } c \leq 7 \text{ thì } b \text{ có hai chữ số nên } c = 8 \Rightarrow b = 9. \text{ Vậy số cần tìm: } 198.$$

Bài 4. Tìm hai số biết rằng tổng của hai số đó bằng 17 đơn vị. Nếu số thứ nhất tăng thêm 3 đơn vị, số thứ hai tăng thêm 2 đơn vị thì tích của chúng bằng 105 đơn vị.

Hướng dẫn

Cách 1: Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Gọi số thứ nhất là x (ĐK: $x < 17$)

Số thứ hai là $17 - x$

Nếu số thứ nhất tăng thêm 3 đơn vị, số thứ hai tăng thêm 2 đơn vị thì tích của chúng bằng 105 đơn vị nên ta có phương trình: $(x + 3)(17 - x + 2) = 105$.

Cách 2: Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} a+b=17 \\ (a+3)(b+2)=105 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=12 \\ b=5 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a=4 \\ b=13 \end{cases}$$

Bài 5. Tìm hai số nguyên liên tiếp, biết rằng 2 lần số nhỏ cộng 3 lần số lớn bằng -87 .

Hướng dẫn

Gọi hai số nguyên liên tiếp là a và $a+1$, $a \in \mathbb{Z}$. Ta có phương trình:

$$2a + 3(a+1) = -87 \Rightarrow a = -18. \text{ Vậy hai số là } -18; -17.$$

Bài 6. Một phân số có tử số nhỏ hơn mẫu số là 8. Nếu thêm 2 đơn vị vào tử số và bớt mẫu số đi 3 đơn vị thì ta được phân số bằng $\frac{3}{4}$. Tìm phân số đã cho.

Hướng dẫn

Cách 1: Giải phương trình:

Gọi mẫu số phân số cần tìm là $a, a \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ tử số phân số cần tìm là $a-8$.

Ta có phương trình:
$$\frac{a-8+2}{a-3} = \frac{3}{4}. \text{ Suy ra } a = 15.$$

Phân số cần tìm là :
$$\frac{7}{15}$$

Cách 2: Giải hệ phương trình:

Gọi tử số và mẫu số của phân số cần tìm lần lượt là $x, y (x, y \in \mathbb{Z})$

Vì tử số nhỏ hơn mẫu số là 8 nên $y - x = 8 \quad (1)$

Thêm 2 vào tử số thì tử số mới là: $(x + 2)$

Bớt 3 ở mẫu số thì mẫu số mới là $(y - 3)$.

Vì phân số mới bằng $\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{x+2}{y-3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 4x - 3y = -17 \quad (2)$

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} y - x = 8 \\ 4x - 3y = -17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 15 \end{cases}$$

Bài 7. Tổng của 4 số là 45. Nếu lấy số thứ nhất cộng thêm 2, số thứ hai trừ đi 2, số thứ ba nhân với 2, số thứ tư chia cho 2 thì bốn kết quả đó bằng nhau. Tìm 4 số ban đầu.

Hướng dẫn

Cách 1:



Gọi 4 số là a,b,c,d. Ta có: $a + b + c + d = 45$ và $a + 2 = b - 2 = 2c = \frac{d}{2}$.

Vì $a + 2 = \frac{d}{2}$ nên $a = \frac{d}{2} - 2$.

$b - 2 = \frac{d}{2}$ nên $b = \frac{d}{2} + 2$.

$2c = \frac{d}{2}$ nên $c = \frac{d}{4}$. Thay vào $a + b + c + d = 45$ ta được:

$$\left(\frac{d}{2} - 2\right) + \left(\frac{d}{2} + 2\right) + \frac{d}{4} + d = 45 \Rightarrow d = 20$$

Vậy 4 số là: 8; 12; 5; 20.

Cách 2: Gọi số bằng nhau là x

Ta có số thứ nhất là $x - 2$

Số thứ hai là $x + 2$

Số thứ ba là $\frac{x}{2}$

Số thứ tư là $2x$

Vậy tổng của 4 số là :

$$(x - 2) + (x + 2) + \left(\frac{x}{2}\right) + 2x = 45$$

$$\Rightarrow \frac{9x}{2} = 45 \Rightarrow x = 10$$

Vậy bốn số lần lượt cần tìm là: 8; 12; 5; 20.



Bài 8. Thương của hai số là 3. Nếu tăng số bị chia lên 10 và giảm số chia đi một nửa thì hiệu của hai số mới là 30. Tìm hai số đó.

Hướng dẫn

Cách 1: Giải phương trình.

Gọi số chia là a ($a \neq 0$) số bị chia là $3a$. Ta có phương trình: $(3a + 10) - \frac{a}{2} = 30 \Rightarrow a = 8$

Vậy hai số là: 24; 8.

Cách 2: Giải hệ phương trình

Gọi số bị chia là x , số chia là y ($y \neq 0$).

Vì thương của hai số là 3 nên $x = 3y$ (1)

Nếu tăng số bị chia lên 10 ta được $x + 10$

Giảm số chia đi một nửa thì số chia mới là $\frac{y}{2}$

Vì hiệu hai số là 30 nên $(x + 10) - \frac{y}{2} = 30$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = 3y \\ x + 10 - \frac{y}{2} = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 8 \end{cases}$$

Bài 9. Một đội công nhân sửa một đoạn đường trong 3 ngày. Ngày thứ nhất đội sửa được $\frac{1}{3}$ đoạn đường, ngày thứ hai đội sửa được một đoạn đường bằng $\frac{4}{3}$ đoạn được làm được trong ngày thứ nhất, ngày thứ ba đội sửa 80m còn lại. Tính chiều dài đoạn đường mà đội phải sửa.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài đội phải sửa là x mét ($x > 0$). Ngày thứ nhất làm được $\frac{1}{3}x$. Ngày thứ hai làm được

$\frac{1}{3}x \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{9}x$. Ta có phương trình: $x - \frac{1}{3}x - \frac{4}{9}x = 80$. Suy ra $x = 360$ m.

Bài 10. Hai phân xưởng có tổng cộng 220 công nhân. Sau khi chuyển 10 công nhân ở phân xưởng 1 sang phân xưởng 2 thì $\frac{2}{3}$ số công nhân phân xưởng 1 bằng $\frac{4}{5}$ số công nhân phân xưởng 2. Tính số công nhân của mỗi phân xưởng lúc đầu.

Hướng dẫn

Cách 1: Gọi số công nhân hai phân xưởng là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Vì tổng số công nhân của hai phân xưởng là 220 công nhân nên ta có: $x + y = 220$ (1)

Chuyển 10 công nhân ở phân xưởng 1 thì phân xưởng 1 còn $(x - 10)$ công nhân.

Phân xưởng 2 có: $(y + 10)$ công nhân.

Vì số công nhân phân xưởng 1 bằng $\frac{2}{3}$ số công nhân phân xưởng 2 nên ta có phương trình:

$$\frac{2}{3}(x - 10) = \frac{4}{5}(y + 10) \Leftrightarrow 10(x - 10) = 12(y + 10) \Leftrightarrow 10x - 12y = 220 \quad (2)$$

Từ (1)(2) Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 220 \\ 10x - 12y = 220 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 130 \\ y = 90 \end{cases}$$

Phân xưởng 1 có 130 công nhân, phân xưởng 2 có 90 công nhân.

Cách 2: Gọi số công nhân ở phân xưởng 1 lúc đầu có là x (công nhân; ĐK: $x \in \mathbb{N}^*, x < 220$)

Số công nhân ở phân xưởng 2 lúc đầu có là $220 - x$ (công nhân)

Sau khi chuyển 10 công nhân ở phân xưởng 1 sang phân xưởng 2 thì $\frac{2}{3}$ số công nhân phân xưởng 1 bằng $\frac{4}{5}$ số công nhân phân xưởng 2 ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}(x-10) &= \frac{4}{5}(220-x+10) \Leftrightarrow \frac{2}{3}x - \frac{20}{3} = 176 - \frac{4}{5}x + 8 \\ \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + \frac{4}{5}x &= 176 + 8 + \frac{20}{3} \Leftrightarrow \frac{22}{15}x = \frac{572}{3} \Leftrightarrow x = 130(TM) \end{aligned}$$

Vậy số công nhân ở phân xưởng 1 lúc đầu có là 130 (công nhân)

Số công nhân ở phân xưởng 2 lúc đầu có là $220 - 130 = 90$ (công nhân)

Bài 11. Hai bể nước chứa 800 lít nước và 1300 lít nước. Người ta tháo ra cùng một lúc ở bể thứ nhất 15 lít/phút, bể thứ hai 25 lít/phút. Hỏi sau bao lâu số nước ở bể thứ nhất bằng $\frac{2}{3}$ số nước ở bể thứ hai?

Hướng dẫn

Gọi thời gian để bể 1 có lượng nước bằng $\frac{2}{3}$ bể thứ 2 là x phút. ($x > 0$)

Sau x phút bể 1 chảy được $15x$ lít nên bể 1 còn lại : $(800 - 15x)$ lít.

Sau x phút bể 2 chảy được $25x$ lít nên bể 2 còn lại $(1300 - 25x)$ lít.

Vì số nước ở bể thứ nhất bằng $\frac{2}{3}$ số nước ở bể thứ hai nên ta có phương trình:

$$\frac{800 - 15x}{1300 - 25x} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = 40 \text{ (tmđk)} . \text{ Vậy.....}$$

Bài 12. Trước đây 5 năm, tuổi Dung bằng nửa tuổi của Dung sau 4 năm nữa. Tính tuổi của Dung hiện nay.

Hướng dẫn

Gọi tuổi Dung hiện nay là x ($x \in \mathbb{N}^*$).

Tuổi của Dung 5 năm trước là : $x - 5$ tuổi.

Tuổi của Dung 4 năm sau là: $x + 4$ tuổi.

Vì tuổi Dung 5 năm trước bằng nửa tuổi của Dung sau 4 năm nữa nên ra có phương trình:

$2(x - 5) = x + 4 \Leftrightarrow x = 14$ (tmđk) . Vậy tuổi của Dung hiện nay là 14 tuổi.

Bài 13. Tìm một số có chữ số hàng đơn vị là 2, biết rằng nếu xoá chữ số 2 đó thì số ấy giảm đi 200.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là $\overline{a2}$ ($a \in \mathbb{N}^*$). Ta có phương trình:

$\overline{a2} - \overline{a} = 200 \Leftrightarrow 10a + 2 - a = 200 \Leftrightarrow 9a = 198 \Leftrightarrow a = 22$. Vậy số cần tìm là: 222.

Bài 14. Gia đình Đào có 4 người: bố, mẹ, bé Mai và Đào. Tuổi trung bình của cả nhà là 23.

Nếu viết thêm chữ số 0 vào bên phải tuổi bé Mai thì được tuổi của bố, tuổi của mẹ bằng $\frac{9}{10}$ tuổi

bố và gấp 3 lần tuổi của Đào. Tìm tuổi của mỗi người trong gia đình Đào.

Hướng dẫn

Cách 1:

Gọi tuổi của bố, mẹ, Mai, Đào là a, b, c, d ($a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$). Ta có: $a + b + c + d = 92$ (1).

Mà $a = 10c$; $b = \frac{9}{10}a = \frac{9}{10} \cdot 10c = 9c$; $d = 3c$. Thay vào (1) suy ra:

$$10c + 9c + c + 3c = 92 \Leftrightarrow c = 4$$

Vậy tuổi của bố, mẹ, bé Mai và Đào lần lượt là: 40 tuổi; 36 tuổi; 4 tuổi; 12 tuổi

Cách 2:

Gọi tuổi của bé Mai là x (tuổi; ĐK $x > 0$)

Tuổi của bố Mai là $10x$ (tuổi)

Tuổi của Đào là b (tuổi)

Tuổi của mẹ Đào là $3b$ (tuổi)

Nếu viết thêm chữ số 0 vào bên phải tuổi bé Mai thì được tuổi của bố, tuổi của mẹ bằng $\frac{9}{10}$ tuổi bố và

gấp 3 lần tuổi của Đào nên ta có: $10x \cdot \frac{9}{10} = 3b \Rightarrow 3x = b$

Mà Tuổi trung bình của cả nhà là 23 nên ta có phương trình:

$$\frac{a+10a+b+3b}{4} = 23 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow b = 12$$

Vậy tuổi của bố, mẹ, bé Mai và Đào lần lượt là: 40 tuổi; 36 tuổi; 4 tuổi; 12 tuổi

Bài 15. Nhân ngày 1 tháng 6, một phân đội thiếu niên được tặng một số kẹo. số kẹo này được chia hết và chia đều cho mọi đội viên trong phân đội. Để đảm bảo nguyên tắc chia ấy, đội trưởng đã đề xuất cách chia như sau:

- Bạn thứ nhất nhận một viên kẹo và được lấy thêm $\frac{1}{11}$ số kẹo còn lại.
- Sau khi bạn thứ nhất lấy phần của mình, bạn thứ hai nhận 2 viên kẹo và được lấy thêm $\frac{1}{11}$ số kẹo còn lại. Cứ như thế đến bạn cuối cùng, thứ n , nhận n viên kẹo và được lấy thêm $\frac{1}{11}$ số kẹo còn lại.

Hỏi phân đội đó có bao nhiêu đội viên và mỗi đội viên nhận bao nhiêu viên kẹo.

Hướng dẫn

Gọi tổng số kẹo là x chiếc ($x \in \mathbb{N}^*$).

$$\text{Người 1 nhận: } 1 + \frac{1}{11}(x-1) = \frac{10+x}{11} \text{ chiếc.}$$

$$\text{số kẹo còn lại: } x - \frac{10+x}{11} = \frac{10x-10}{11} \text{ chiếc.}$$

Người 2 nhận: $2 + \frac{1}{11}\left(\frac{10x-10}{11} - 2\right)$. Vì số kẹo mỗi người nhận được là như nhau nên ta có phương

$$\text{trình: } \frac{10+x}{11} = 2 + \frac{1}{11}\left(\frac{10x-10}{11} - 2\right) \Leftrightarrow x = 100 \text{ chiếc}$$

$$\text{nên người 1 nhận được: } \frac{10+100}{11} = 10 \text{ chiếc.}$$

Vì mỗi người nhận được số kẹo như nhau nên số đội viên là: $100:10 = 10$ đội viên.

Bài 16. Một người bán số sầu riêng thu hoạch được như sau:

- Lần thứ nhất bán 9 trái và $\frac{1}{6}$ số sầu riêng còn lại.
- Lần thứ hai bán 18 trái và $\frac{1}{6}$ số sầu riêng còn lại mới.

– Lần thứ ba bán 27 trái và $\frac{1}{6}$ số sầu riêng còn lại mới, v.v...

Với cách đó thì bán lần sau cùng là vừa hết và số sầu riêng bán mỗi lần đều bằng nhau.

Hỏi người đó đã bán bao nhiêu lần và số sầu riêng thu hoạch được là bao nhiêu trái?

Hướng dẫn

Giải

Gọi số trái sầu riêng là x (trái) ($x \in \mathbb{N}^*$).

Lần thứ nhất bán: $9 + \frac{1}{6}(x-9) = \frac{x+45}{6}$ (trái)

Số trái sầu riêng còn lại là: $x - \frac{x+45}{6} = \frac{5x-45}{6}$ (trái)

Lần thứ hai bán: $18 + \frac{1}{6}\left(\frac{5x-45}{6} - 18\right) = \frac{495+5x}{36}$ (trái)

Vì số sầu riêng bán mỗi lần đều bằng nhau nên ta có phương trình:

$$\frac{x+45}{6} = \frac{495+5x}{36} \Leftrightarrow x = 225 (TM)$$

Khi đó lần thứ nhất bán được: $\frac{225+45}{6} = 45$ (trái)

Vì mỗi lần bán được như nhau nên người đó đã bán: $225 : 45 = 5$ (lần)

ĐS: 225 trái, bán 5 lần.

Bài 17. Hai giá sách có 450 cuốn. Nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số sách ở giá thứ hai sẽ bằng $\frac{4}{5}$ số sách ở giá thứ nhất. Tính số sách lúc đầu ở mỗi giá ?

Hướng dẫn

Gọi số sách lúc đầu của giá 1 là x ($x \in \mathbb{N}^*$; $x < 450$) thì số sách giá 2 là $450 - x$

Chuyển 50 quyển thì giá 1 còn: $x - 50$; giá 2 còn: $450 - x + 50 = 500 - x$.

Vì số sách giá 2 bằng $\frac{4}{5}$ số sách giá 1 nên ta có phương trình:

$$500 - x = \frac{4}{5}(x - 50) \Leftrightarrow 2500 - 5x = 4x - 200 \Leftrightarrow x = 300 \text{ quyển.}$$

Vậy giá 1: 300 quyển sách; giá 2: 150 quyển sách.



Bài 18. Thùng dầu A chứa số dầu gấp 2 lần thùng dầu B .Nếu lấy bớt ở thùng dầu đi A 20 lít và thêm vào thùng dầu B 10 lít thì số dầu thùng A bằng $\frac{4}{3}$ lần thùng dầu B .Tính số dầu lúc đầu ở mỗi thùng

Hướng dẫn

Gọi số dầu thùng B là x lít. ($x > 0$) thùng A là $2x$ lít.

Bớt thùng A đi 20 lít thì thùng A còn : $2x - 20$ lít.

Thêm vào thùng B 10 lít thì thùng B có : $x + 10$ lít.

Vì số dầu thùng A bằng $\frac{4}{3}$ lần thùng dầu B nên ta có phương trình:

$$\frac{2x - 20}{x + 10} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = 50 \text{ (tmđk)}$$

Vậy thùng A có 100 lít dầu, thùng B có 50 lít dầu.

Bài 19. Tổng hai số là 321. Tổng của $\frac{5}{6}$ số này và 2,5 số kia bằng 21. Tìm hai số đó?

Hướng dẫn

Cách 1 : Giải hệ phương trình

Gọi hai số cần tìm là a và b . Vì tổng của hai số là 321 nên ta có : $a + b = 321$ (1)

Vì Tổng của $\frac{5}{6}$ số này và 2,5 số kia bằng 21 nên ta có : $\frac{5}{6}a + 2,5b = 21$ (2)

Từ (1) (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} a + b = 321 \\ \frac{5}{6}a + 2,5b = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{4689}{10} \\ b = -\frac{1479}{10} \end{cases} . \text{ Vậy hai số cần tìm là : } \begin{cases} a = \frac{4689}{10} \\ b = -\frac{1479}{10} \end{cases}$$

Cách 2 : Giải phương trình

Gọi số thứ nhất là a , suy ra số thứ hai là $(321 - a)$.

Vì Tổng của $\frac{5}{6}$ số thứ nhất và 2,5 số thứ hai bằng 21 nên ta có :

$$\frac{5}{6}a + 2,5(321 - a) = 21 \Rightarrow a = \frac{4689}{10} . \text{ Vậy hai số cần tìm là } \frac{4689}{10} \text{ và } -\frac{1479}{10}$$



Bài 20. Tìm số học sinh của hai lớp 8A và 8B biết rằng nếu chuyển 3 học sinh từ lớp 8A sang lớp 8B thì số học sinh hai lớp bằng nhau, nếu chuyển 5 học sinh từ lớp 8B sang lớp 8A thì số học sinh 8B bằng $\frac{11}{19}$ số học sinh lớp 8A?

Hướng dẫn

Cách 1 : Giải hệ phương trình

Gọi số học sinh của lớp 8A và 8B lần lượt là a và b ($a, b \in \mathbb{N}^*$)

Vì chuyển 3 học sinh từ lớp 8A sang lớp 8B thì số học sinh hai lớp bằng nhau nên ta có phương trình :

$$a - 3 = b + 3 \quad (1)$$

chuyển 5 học sinh từ lớp 8B sang lớp 8A thì số học sinh 8B bằng $\frac{11}{19}$ số học sinh lớp 8A nên ta có

$$\text{phương trình : } \frac{b-5}{a+5} = \frac{11}{9} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a-3=b+3 \\ \frac{b-5}{a+5} = \frac{11}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=6 \\ 19b-95=11a+55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=6 \\ 11a-19b=-150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=33 \\ b=27 \end{cases}$$

Vậy số học sinh của lớp 8A là 33 học sinh, lớp 8B là 27 học sinh.

Cách 2 : Giải phương trình

Gọi số học sinh của lớp 8A là a ($a \in \mathbb{N}^*$). Vì chuyển 3 học sinh từ lớp 8A sang lớp 8B thì số học sinh hai lớp bằng nhau nên số học sinh của lớp 8B là $a - 6$ học sinh.

Nếu chuyển 5 học sinh từ lớp 8B sang lớp 8A thì số học sinh 8B bằng $\frac{11}{19}$ số học sinh lớp 8A

$$\frac{a-6-5}{a+5} = \frac{11}{19} \Leftrightarrow 19(a-11) = 11(a+5) \Leftrightarrow a = 33$$

Vậy số học sinh lớp 8A là 33 học sinh, số học sinh lớp 8B là $33 - 6 = 27$ học sinh.

Bài 21. Ba lớp A, B, C góp sách tặng các bạn học sinh vùng khó khăn, tất cả được 358 cuốn. Tỉ số số cuốn sách của lớp A so với lớp B là $\frac{6}{11}$. Tỉ số số cuốn sách của lớp A so với lớp C là $\frac{7}{10}$. Hỏi mỗi lớp góp được bao nhiêu cuốn sách?

Hướng dẫn

Gọi số sách của 3 lớp A, B, C lần lượt là a, b, c ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$; $a, b, c < 358$)

Vì tổng số sách 3 lớp là 358 cuốn nên ta có phương trình: $a + b + c = 358$ (1)



Vì tỉ số cuốn sách của lớp A với lớp B là $\frac{6}{11}$ nên $\frac{a}{b} = \frac{6}{11} \Leftrightarrow b = \frac{11}{6}a$ (2)

Vì tỉ số của lớp A với lớp C là $\frac{7}{10}$ nên ta có: $\frac{a}{c} = \frac{7}{10} \Leftrightarrow c = \frac{10}{7}a$ (3)

Thay (2) và (3) vào (1) ta được: $a + \frac{11}{6}a + \frac{10}{7}a = 358 \Leftrightarrow a = 84 \Rightarrow b = 154; c = 120$

Vậy lớp A góp 84 cuốn sách, lớp B góp 154 cuốn sách, lớp C góp 120 cuốn sách.

Bài 22. Cho một số có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số lớn hơn số đã cho là 63. Tổng của số đã cho và số mới tạo thành là 99. Tìm số đã cho.

Hướng dẫn

Cách 1: Gọi số cần tìm là $\overline{ab}; (a, b \in \mathbb{N}; 0 < a, b \leq 9)$

Nếu đổi chỗ hai số ta được số mới lớn hơn số đã cho 63 nên ta có:

$$\overline{ba} - \overline{ab} = 63 \Leftrightarrow (10b + a) - (10a + b) = 63 \Leftrightarrow 9b - 9a = 63 \Leftrightarrow b - a = 7 \quad (1)$$

Tổng của số mới và số cũ là 99 nên ta có:

$$\overline{ab} + \overline{ba} = 99 \Leftrightarrow (10a + b) + (10b + a) = 99 \Leftrightarrow 11a + 11b = 99 \Leftrightarrow a + b = 9 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} b - a = 7 \\ b + a = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 8 \end{cases}. \text{ Vậy số cần tìm là } 18.$$

Cách 2: Gọi số cần tìm là x $10 \leq x \leq 99; x \in \mathbb{N}$. Số sau khi đổi chỗ là y $10 \leq y \leq 99; y \in \mathbb{N}$.

Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số lớn hơn số đã cho là 63 ta có phương trình $y - x = 63$ (1)

Tổng của số đã cho và số mới tạo thành là 99 nên ta có phương trình $y + x = 99$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} y - x = 63 \\ y + x = 99 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 81 \\ x = 18 \end{cases}. \text{ Vậy số cần tìm là } 18$$

Bài 23. Bảy năm trước tuổi mẹ bằng năm lần tuổi con cộng thêm 4. Năm nay tuổi mẹ vừa đúng gấp 3 lần tuổi con. Hỏi năm nay mỗi người bao nhiêu tuổi?

Hướng dẫn

Gọi tuổi mẹ và tuổi con hiện nay lần lượt là x, y tuổi (Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}^*; x > y$)

Năm nay tuổi mẹ bằng 3 lần tuổi con nên ta có: $x = 3y$ (1)

Bảy năm trước tuổi mẹ là $(x - 7)$ tuổi, tuổi con là $(y - 7)$ tuổi.

Vì 7 năm trước tuổi mẹ bằng 5 lần tuổi con cộng thêm 4 nên ta có phương trình:



$$(x - 7) = 5(y - 7) + 4 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 3y \\ x - 7 = 5(y - 7) + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y \\ 3y - 7 = 5y - 35 + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y \\ 2y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (tmdk).}$$

Vậy hiện nay tuổi mẹ là 36 tuổi, tuổi con là 12 tuổi.

Bài 24. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số bằng 11, nếu chũ chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì số đó tăng thêm 27 đơn vị. ĐS: 47

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là \overline{ab} ; ($a, b \in \mathbb{N}^*; 0 < a \leq 9$)

Vì tổng các chữ số bằng 11 nên $a + b = 11$ (1)

Nếu đổi chỗ chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì số đó tăng lên 27 đơn vị nên ta có:

$$\overline{ba} - \overline{ab} = 27 \Leftrightarrow (10b + a) - (10a + b) = 27 \Leftrightarrow b - a = 3 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a + b = 11 \\ b - a = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 7 \\ a = 4 \end{cases}$ (tmdk). Vậy số cần tìm là 47.

Bài 25. Tìm một số tự nhiên có ba chữ số, tổng các chữ số bằng 17, chữ số hàng chục là 4, nếu đổi chỗ các chữ số hàng trăm và hàng đơn vị cho nhau thì số đó giảm đi 99 đơn vị.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là $\overline{a4b}$; ($a, b \in \mathbb{N}; 0 < a, b \leq 9$)

Tổng các chữ số bằng 17 nên $a + 4 + b = 17$ hay $a + b = 13$ (1)

Khi đổi chỗ chữ số hàng trăm và hàng đơn vị cho nhau thì số đó giảm 99 đơn vị nên ta có:

$$\overline{a4b} - \overline{b4a} = 99 \Leftrightarrow (100a + 40 + b) - (100b + 40 + a) = 99 \Leftrightarrow a - b = 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a + b = 13 \\ a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 6 \end{cases}$ (tmdk). Vậy số cần tìm là 76.

Bài 26. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2, biết rằng nếu xen vào giữa hai chữ số trên chính số phải tìm thì số đó tăng thêm 5480 đơn vị.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là \overline{ab} ; ($a, b \in \mathbb{N}; 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$)

Vì số hàng chục lớn hơn số hàng đơn vị là 2 nên $a - b = 2$ (1)

Nếu xen vào giữa hai chữ số trên chính số phải tìm thì số đó tăng thêm 5480 đơn vị



nên ta có phương trình: $\overline{aabb} - \overline{ab} = 5480 \Leftrightarrow (1100a + 11b) - (10a + b) = 5480$

$$\Leftrightarrow 1090a - 10b = 5480 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a - b = 2 \\ 1090a + 10b = 5480 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases} \text{ (tmdk)}.$$

Vậy số cần tìm là 53.

Bài 27. Hai số hơn kém nhau 12 đơn vị. Nếu chia số nhỏ cho 7 và chia số lớn cho 5 thì thương thứ nhất kém thương thứ hai 4 đơn vị. Tìm hai số đó.

Hướng dẫn

Gọi hai số cần tìm là a và b ($a > b$)

Vì hai số hơn kém nhau 12 đơn vị nên $a - b = 12$ (1)

Vì chia số nhỏ cho 7 và chia số lớn cho 5 thì thương thứ nhất kém thương thứ hai 4 đơn vị nên ta có

phương trình: $\frac{a}{5} - \frac{b}{7} = 4 \Leftrightarrow 7a - 5b = 140$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a - b = 12 \\ 7a - 5b = 140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 40 \\ b = 28 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy hai số cần tìm là 40 và 28.

Bài 28. Tổng các chữ số của một số có hai chữ số bằng 6. Nếu thêm vào số đó 18 đơn vị thì số thu được cũng viết bằng các chữ số ấy nhưng theo thứ tự ngược lại. Hãy tìm số đó.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là \overline{ab} ($a, b \in \mathbb{N}; 0 < a, b < 9$)

Vì tổng các chữ số bằng 6 nên $a + b = 6$ (1)

Vì thêm vào số đó 18 thì số thu được cũng viết bằng các chữ số ấy nhưng theo thứ tự ngược lại nên ta có

phương trình: $\overline{ab} + 18 = \overline{ba} \Leftrightarrow (10a + b) + 18 = 10b + a \Leftrightarrow b - a = 2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a + b = 6 \\ b - a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = 2 \end{cases}$ (tmdk).

Vậy số cần tìm là 24.

Bài 29. Một cửa hàng có hai loại rượu vang. Khi pha hai loại rượu đó theo tỉ lệ 2 : 3, giá bán là 29000 đồng một lít. Khi pha theo tỉ lệ 2 : 4, giá bán là 30000 đồng một lít. Tính giá mỗi lít rượu vang mỗi loại.

Hướng dẫn

Gọi giá 1 lít hai loại rượu vang lần lượt là x và y đồng ($x, y > 0$)



Nếu lấy 2 lít rượu loại 1 thì trả $2x$ đồng, 3 lít rượu loại 2 thì trả $3y$ đồng thì tổng tiền phải trả là $2x + 3y$ đồng.

Khi đem trộn 2 lít rượu loại 1 với 3 lít rượu loại 2 thì phải trả $(2 + 3).29000 = 145000$ đồng nên ta có phương trình: $2x + 3y = 145000$ đồng (1)

Nếu lấy 2 lít rượu loại 1 thì trả $2x$ đồng, 4 lít rượu loại 2 thì trả $4y$ đồng thì tổng tiền phải trả là $2x + 4y$ đồng.

Khi đem trộn 2 lít rượu loại 1 với 4 lít rượu loại 2 thì phải trả $(2 + 4).30000 = 180000$ đồng nên ta có phương trình: $2x + 4y = 180000$ đồng (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 145000 \\ 2x + 4y = 180000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20000 \\ y = 35000 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy giá rượu vang loại 1 là 20.000 đồng / lít và loại 2 là 35.000 đồng / lít.

Bài 30. Một người cha nói với con: “ 3 năm trước đây, tuổi cha gấp 7 tuổi con, 7 năm sau đây tuổi cha sẽ gấp 3 tuổi con”. Tính tuổi hai cha con hiện nay.

Hướng dẫn

Gọi tuổi cha và tuổi con hiện nay lần lượt là x và y tuổi ($x, y \in \mathbb{N}^*; x > y$)

3 năm trước thì tuổi cha là $x - 3$ tuổi, tuổi con là $y - 3$ tuổi.

Vì tuổi cha gấp 7 lần tuổi con nên ta có phương trình: $x - 3 = 7(y - 3)$ (1)

7 năm sau tuổi cha là: $x + 7$ tuổi, tuổi con là $y + 7$ tuổi.

Vì tuổi cha gấp 3 lần tuổi con nên ta có phương trình: $x + 7 = 3(y + 7)$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - 3 = 7(y - 3) \\ x + 7 = 3(y + 7) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 7y = -18 \\ x - 3y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 38 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy tuổi cha hiện nay là 38 tuổi, tuổi con hiện nay là 8 tuổi.

Bài 31. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng:

– Tổng hai chữ số là 12

– Nếu đổi chỗ hai chữ số thì được một số mới lớn hơn số đó là 36.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là \overline{xy} . ($x, y \in \mathbb{N}; 0 < x \leq 9; 0 \leq y \leq 9$)

Do tổng hai chữ số là 12 nên ta có phương trình: $x + y = 12$ (1)

Do đổi chỗ hai chữ số thì được một số mới lớn hơn số đó là 36 nên ta có phương trình

$$\overline{yx} - \overline{xy} = 36 \Leftrightarrow 10y + x - 10x - y = 36 \Leftrightarrow y - x = 4 \text{ (2)}$$



Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ y - x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (tmdk).}$$

Vậy số cần tìm là: 48.

Bài 32. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng:

- Tổng hai chữ số là 10
- Nếu viết số đó theo thứ tự ngược lại thì được một số mới nhỏ hơn số đó là 36.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là \overline{xy} . ($x, y \in \mathbb{N}; 0 < x \leq 9; 0 \leq y \leq 9$)

Do tổng hai chữ số là 10 nên ta có phương trình: $x + y = 10$ (1)

Do viết số đó theo thứ tự ngược lại thì được một số mới nhỏ hơn số đó là 36 nên ta có phương trình

$$\overline{xy} - \overline{yx} = 36 \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ \overline{xy} - \overline{yx} = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 10 \\ (10x + y) - (10y + x) = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 10 \\ 9x - 9y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy số cần tìm là 73

Bài 33. Một số tự nhiên có 5 chữ số. Nếu thêm chữ số 1 vào bên phải hay bên trái số đó ta được một số có 6 chữ số. Biết rằng nếu viết thêm vào bên phải số đó thì được một số lớn gấp ba lần số nhận được khi ta viết thêm vào bên trái số đó. Tìm số đó.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm có dạng \overline{abcde} , ($a, b, c, d, e \in \mathbb{N}; 0 < a \leq 9; 0 \leq b, c, d, e \leq 9$)

Khi viết thêm chữ số 1 vào bên phải số đó ta được số: $\overline{abcde1} = 10 \cdot \overline{abcde} + 1$

Và viết thêm chữ số 1 vào bên trái số đó ta được số: $\overline{1abcde} = 100000 + \overline{abcde}$

Do viết thêm vào bên phải số đó thì được một số lớn gấp ba lần số nhận được khi ta viết thêm vào bên trái số đó nên ta có phương trình

$$\overline{abcde1} = 3 \cdot \overline{1abcde} \Leftrightarrow 10 \cdot \overline{abcde} + 1 = 300000 + 3 \cdot \overline{abcde} \Leftrightarrow \overline{abcde} = 42857.$$

Vậy số cần tìm là 42857.

Bài 34. Một số có hai chữ số, trong đó chữ số hàng chục gấp 3 lần chữ số hàng đơn vị. Nếu đổi chỗ hai chữ số ta được một số có hai chữ số nhỏ hơn số ban đầu 18 đơn vị. Tìm số đó.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là \overline{xy} . ($x, y \in \mathbb{N}; 0 < x \leq 9; 0 \leq y \leq 9$)

Do chữ số hàng chục gấp 3 lần chữ số hàng đơn vị nên ta có phương trình: $x = 3y$ (1)

Do đổi chỗ hai chữ số ta được một số có hai chữ số nhỏ hơn số ban đầu 18 đơn vị nên ta có phương trình $\overline{xy} - \overline{yx} = 18$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 3y \\ \overline{xy} - \overline{yx} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y \\ (10x + y) - (10y + x) = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y \\ 9x - 9y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \text{(tmđk)}$$

Vậy số cần tìm là: 31.

Bài 35. Một số tự nhiên có hai chữ số có tổng các chữ số bằng 7. Nếu thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số ta được một số có 3 chữ số lớn hơn số đã cho là 180. Tìm số đó.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là \overline{xy} . ($x, y \in \mathbb{N}; 0 < x \leq 9; 0 \leq y \leq 9$)

Do tổng các chữ số bằng 7 nên ta có phương trình: $x + y = 7$ (1)

Do thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số ta được một số có 3 chữ số lớn hơn số đã cho là 180 nên ta có phương trình: $\overline{x0y} - \overline{xy} = 180$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ \overline{x0y} - \overline{xy} = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 7 \\ (100x + y) - (10x + y) = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 7 \\ 90x = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases} \text{(tmđk)}$$

Vậy số cần tìm là: 25.

Bài 36. Một số tự nhiên có hai chữ số biết tỉ số giữa số hàng chục và hàng đơn vị là $\frac{3}{4}$. Nếu cộng thêm 2 vào số hàng chục thì được một số bằng số hàng đơn vị. Tìm số đó.

Hướng dẫn

Cách 1: Gọi số hàng đơn vị là x . Điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*, 0 < x \leq 9$

Khi đó chữ số hàng chục là $\frac{3x}{4}$.

Do cộng thêm 2 vào số hàng chục thì được một số bằng số hàng đơn vị nên ta có phương trình :

$$\frac{3x}{4} + 2 = x \Leftrightarrow x = 8 \text{ suy ra chữ số hàng chục là } \frac{3 \cdot 8}{4} = 6$$

Vậy số cần tìm là 68.



Cách 2: Gọi số cần tìm là \overline{xy} . ($x, y \in \mathbb{N}; 0 < x \leq 9; 0 \leq y \leq 9$)

Do tỉ số giữa số hàng chục và hàng đơn vị là $\frac{3}{4}$ nên ta có phương trình: $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ (1)

Do cộng thêm 2 vào số hàng chục thì được một số bằng số hàng đơn vị nên ta có phương trình $x + 2 = y$ (2)

Từ (1) và (2) Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{4} \\ x + 2 = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4}y \\ \frac{3}{4}y + 2 = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (tmdk)} .$$

Vậy số cần tìm là 68.

Bài 37. Trong một phòng học có một số ghế dài. Nếu xếp mỗi ghế 3 học sinh thì 6 học sinh không có chỗ. Nếu xếp mỗi ghế 4 học sinh thì thừa 1 ghế. Hỏi lớp có bao nhiêu ghế và bao nhiêu HS ?

Hướng dẫn

Gọi số ghế của lớp là x , số học sinh của lớp là y ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Do mỗi ghế xếp 3 học sinh thì 6 học sinh không có chỗ nên ta có phương trình: $3x = y - 6$ (1)

Do xếp mỗi ghế 4 học sinh thì thừa 1 ghế nên ta có phương trình: $(x - 1) \cdot 4 = y$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - y = -6 \\ 4x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 36 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy lớp có 10 ghế và 36 học sinh.

Bài 38. Trong một trang sách, nếu bớt đi 4 dòng và mỗi dòng bớt đi 3 chữ thì cả trang sẽ bớt đi 136 chữ. Nếu tăng thêm 3 dòng và mỗi dòng thêm 2 chữ thì cả trang sẽ tăng thêm 109 chữ. Tính số dòng trong trang và số chữ trong mỗi dòng.

Hướng dẫn

Gọi số dòng là x và số chữ trong mỗi dòng là y . ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Khi đó: số chữ trong trang là xy chữ.

Trường hợp 1: khi bớt đi 4 dòng và mỗi dòng bớt đi 3 chữ thì số chữ trong trang là $(x - 4)(y - 3)$ chữ

Do cả trang bớt đi 136 chữ nên ta có phương trình: $(x - 4)(y - 3) = xy - 136$ (1)

Trường hợp 2: khi tăng thêm 3 dòng và mỗi dòng thêm 2 chữ thì số chữ trong trang là $(x + 3)(y + 2)$ chữ

Do cả trang tăng thêm 109 chữ nên ta có phương trình: $(x + 3)(y + 2) = xy + 109$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:



$$\begin{cases} (x-4)(y-3) = xy - 136 \\ (x+3)(y+2) = xy + 109 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 148 \\ 2x + 3y = 103 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ y = 13 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy trang sách có 32 dòng và mỗi dòng có 13 chữ.

Bài 39. Một phòng họp có 360 ghế ngồi được xếp thành từng dãy và số ghế của mỗi dãy đều bằng nhau. Nếu số dãy tăng thêm 1 và số ghế của mỗi dãy cũng tăng thêm 1 thì trong phòng họp có 400 ghế. Hỏi trong phòng họp có bao nhiêu dãy ghế và mỗi dãy có bao nhiêu ghế.

Hướng dẫn

Gọi số dãy ghế là x và số ghế trong một dãy là y ghế ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Vì phòng họp có 360 ghế nên ta có: $xy = 360$ (1)

Nếu số dãy tăng thêm 1 và số ghế của mỗi dãy cũng tăng thêm 1 thì trong phòng họp có 400 ghế nên ta có phương trình: $(x+1)(y+1) = 400$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} xy = 360 \\ (x+1)(y+1) = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 360 \\ xy + x + y + 1 = 400 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 360(1) \\ x + y = 39(2) \end{cases}$. Từ (2) suy ra $x = 39 - y$ thay vào (1) ta được:

$$(39 - y) \cdot y = 360 \Leftrightarrow y^2 - 39y + 360 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ x = 15 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy trong lớp có 24 dãy ghế và mỗi dãy có 15 ghế hoặc 15 dãy ghế và mỗi dãy có 24 ghế.

Bài 40. Tổ lao động dự định xếp ghế ngồi họp trong hội trường theo từng dãy và số ghế trong mỗi dãy bằng nhau. Nếu xếp tăng 2 dãy thì mỗi dãy giảm 3 ghế. Nếu xếp giảm đi 3 dãy thì mỗi dãy tăng thêm 6 ghế. Tính số dãy và số ghế trong một dãy

Hướng dẫn

Gọi số dãy ghế là x và số ghế trong một dãy là y ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Tổng số ghế là xy chiếc. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x+2)(y-3) = xy \\ (x-3)(y+6) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 30 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy số dãy ghế là 18 dãy, số ghế trong một dãy là 30 ghế.

Bài 41. Một đội xe chở 168 tấn thóc. Nếu có thêm 6 xe thì mỗi xe chở nhẹ đi 3 tấn và tổng số



thóc chở tăng được 12 tấn. Tính số xe của đội lúc ban đầu.

Hướng dẫn

Gọi số xe ban đầu là x xe (x nguyên dương)

Số tấn thóc 1 xe dự định chở là: $\frac{168}{x}$ tấn.

Số thóc thực tế chở là: $168+12 = 180$ tấn.

Số xe thực tế là: $(x+6)$ xe nên thực tế mỗi xe chở được $\frac{180}{x+6}$ tấn thóc.

Vì mỗi xe chở nhẹ đi 3 tấn thóc nên ta có phương trình:

$$\frac{168}{x} - \frac{180}{x+6} = 3 \Leftrightarrow 168(x+6) - 180x = 3x(x+6) \Leftrightarrow 3x^2 + 30x - 1008 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14(tm) \\ x = -24(L) \end{cases}$$

Vậy số xe ban đầu là 14 xe.

Bài 42. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số biết rằng tổng bình phương hai chữ số của nó bằng 34 và chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục là 2.

Hướng dẫn

Cách 1: Giải phương trình:

Gọi chữ số hàng đơn vị là x , suy ra số hàng chục là $x-2$ ($x \in \mathbb{N}, x > 2$)

Ta có: $x^2 + (x-2)^2 = 34$

Cách 2: Giải hệ phương trình

Gọi số cần tìm là \overline{xy} ($x, y \in \mathbb{N}, x \neq 0; y > 2$)

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ y = x + 2 \end{cases}$$

Bài 43. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số biết rằng tổng các chữ số của nó bằng 6 và nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được số mới nhỏ hơn số ban đầu là 18 đơn vị.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là \overline{xy}

Lập hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ \overline{xy} - \overline{yx} = 18 \end{cases}$$

Bài 44. Lớp 9A được phân công trồng 480 cây xanh. Tuy nhiên, khi lao động có 8 bạn vắng nên mỗi bạn có mặt phải trồng thêm 3 cây mới xong. Biết rằng số cây mỗi học sinh trồng như nhau. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh?

Hướng dẫn

Gọi số học sinh lớp 9A là $x, (x \in \mathbb{N}^*)$

Dự định mỗi bạn phải trồng $\frac{480}{x}$ cây

Sau khi vắng 8 bạn thì số học sinh là: $x - 8$ học sinh

Mỗi bạn phải trồng $\frac{480}{x - 8}$ cây

Vì mỗi học sinh phải trồng thêm 3 cây nên ta có phương trình:

$$\frac{480}{x - 8} - \frac{480}{x} = 3 .$$

Bài 45. Hai lớp 9A và 9B có 90 học sinh. Trong đợt quyên góp ủng hộ đồng bào gặp bão lụt, lớp 9A ủng hộ 3 quyển một học sinh, mỗi bạn lớp 9B ủng hộ 2 quyển. Biết rằng hai lớp ủng hộ được 222 quyển vở. Tính số học sinh mỗi lớp.

Hướng dẫn

Gọi số học sinh mỗi lớp lần lượt là $x, y, (x, y \in \mathbb{N}^*)$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 90 \\ 3x + 2y = 222 \end{cases}$

Bài 46. Tìm một số có hai chữ số biết rằng chữ số hàng chục hơn chữ số hàng đơn vị là 2 và tổng bình phương của chúng bằng 100.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}, (a, b \in \mathbb{N}, 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9)$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} b - a = 2 \\ a^2 + b^2 = 100 \end{cases}$

Bài 47. Tìm hai số có tổng là 145 và nếu lấy số này chia cho số kia thì được thương là 6 và dư là 5.

Hướng dẫn

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} a + b = 145 \\ a = 6b + 5 \end{cases}$$

Bài 48. Tổng hai số bằng 80 và hiệu của chúng bằng 14. Tìm hai số đó.

Hướng dẫn

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} a + b = 80 \\ a - b = 14 \end{cases}$$

Bài 49. Tổng hai số bằng 90 và số này bằng hai lần số kia. Tìm hai số đó.

Hướng dẫn

Cách 1: Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} a + b = 90 \\ a = 2b \end{cases}$$

Cách 2: Gọi số thứ nhất là a , số thứ hai là $90 - a$.

Số này bằng hai số kia nên ta có:

TH1: $a = 2(90 - a)$

TH2: $90 - a = 2a$

Bài 50. Một phân số có tử bé hơn mẫu 11 đơn vị. Nếu tăng tử số lên 3 đơn vị và giảm mẫu số đi 4 đơn vị thì được phân số mới bằng $\frac{3}{4}$. Tìm phân số đó.

Hướng dẫn

Cách 1: Gọi phân số cần tìm là $\frac{a}{b}$, ($a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$)

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} b - a = 11 \\ \frac{a + 3}{b - 4} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Cách 2: Gọi tử số của phân số cần tìm là a ($a \in \mathbb{N}$), mẫu số của phân số là $a + 11$

Ta có phương trình:
$$\frac{a + 3}{a + 11 - 4} = \frac{3}{4}$$

Bài 51. Một số tự nhiên có hai chữ số, hàng đơn vị gấp 3 lần hàng chục. Nếu đổi chỗ hai chữ số thì được số mới lớn hơn số ban đầu là 8 đơn vị. Tìm số đó?



Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là \overline{ab} , ($a, b \in \mathbb{N}, 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$)

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} b = 3a \\ \overline{ba} - \overline{ab} = 8 \end{cases}$$

Bài 52. Một số tự nhiên có hai chữ số, hàng đơn vị gấp 2 lần hàng chục. Nếu thêm số 1 vào giữa thì được số mới lớn hơn số ban đầu 370 đơn vị. Tìm số đó.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là \overline{ab} , ($a, b \in \mathbb{N}, 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$)

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} b = 2a \\ a1b - \overline{ab} = 370 \end{cases}$$

Bài 53. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số biết rằng chữ số hàng chục kém chữ số hàng đơn vị là 4 và tổng bình phương của chúng là 80.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là \overline{ab} , ($a, b \in \mathbb{N}, 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$)

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} b - a = 4 \\ a^2 + b^2 = 80 \end{cases}$$

Bài 54. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số biết rằng tổng bình phương hai chữ số của chúng là 80 và nếu đổi chỗ hai chữ số thì được số mới lớn hơn số ban đầu là 18 đơn vị.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là \overline{ab} , ($a, b \in \mathbb{N}, 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$)

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} a^2 + b^2 = 80 \\ \overline{ba} - \overline{ab} = 18 \end{cases}$$

Bài 55. Tìm hai số tự nhiên, biết rằng hiệu của chúng bằng 1275 và nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 3 và số dư là 125.

Hướng dẫn

Gọi hai số cần tìm là a, b



Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} a - b = 127 \\ a = 3b + 125 \end{cases}$$

Bài 56. Cho một số tự nhiên có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được một số lớn hơn số đã cho là 36. Tổng của số đã cho và số mới tạo thành là 110. Tìm số đã cho.

Hướng dẫn

Gọi số cần tìm là \overline{ab} , ($a, b \in \mathbb{N}, 0 < a \leq 9; 0 \leq b \leq 9$)

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \overline{ba} - \overline{ab} = 36 \\ \overline{ba} + \overline{ab} = 110 \end{cases} \quad (\text{giải trực tiếp không phải tách theo cấu tạo số})$$



CHUYÊN ĐỀ GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH
DÙNG CHO HỌC SINH LỚP 8 – LỚP 9 LUYỆN THI VÀO 10
TOÁN LÀM CHUNG – LÀM RIÊNG – HAI VÒI NƯỚC

Phương pháp chung:

Bước 1: Lập phương trình – Hệ phương trình.

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết khác theo ẩn và các đại lượng đã biết.
- Lập phương trình - Hệ phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình – Hệ phương trình.

Bước 3: Kết luận.

Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, hệ phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

Các công thức cần nhớ:

- Khi công việc không được đo bằng số lượng cụ thể, ta coi toàn bộ công việc là một đơn vị công việc, biểu thị bởi số 1.
 - Năng suất làm việc là phần việc làm được trong một đơn vị thời gian.
- Gọi A là khối lượng công việc, n là năng suất, t là thời gian làm việc. Ta có: $A = n.t$.
- Tổng năng suất riêng bằng năng suất chung khi cùng làm.

BÀI TẬP:

Bài 1. Hai công nhân cùng làm một việc trong 3 giờ được $\frac{5}{8}$ công việc. Nếu người thứ nhất làm trong 4 giờ và người thứ hai làm trong 3 giờ thì hoàn thành 75% công việc. Tính thời gian mỗi người làm một mình xong công việc đó.

Hướng dẫn

Gọi thời gian người thứ nhất và người thứ hai lần lượt làm một mình xong công việc là x và y giờ ($x, y > 3$)

Một giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc.



Một giờ người hai nhất làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Hai người làm chung 3 giờ được $\frac{5}{8}$ công việc nên ta có phương trình: $3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = \frac{5}{8}$ (1)

Người thứ nhất làm 4 giờ và người thứ hai làm 3 giờ được 75% công việc nên ta có phương trình:

$\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = 75\% = \frac{3}{4}$ (2). Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = \frac{5}{8} \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = \frac{5}{8} \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{8} \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy người thứ nhất làm 1 mình 8 giờ xong công việc, người thứ hai làm một mình 12 giờ xong công việc.

Bài 2. Hai vòi nước cùng chảy vào bể cạn sau 3 giờ 20 phút đầy bể. Nếu mở vòi 1 trong 3 giờ và vòi 2 chảy trong 2 giờ thì được $\frac{4}{5}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình sau bao lâu đầy bể.

Hướng dẫn

Gọi thời gian vòi 1 và vòi 2 lần lượt chảy một mình đầy bể là x và y giờ. $\left(x, y > \frac{10}{3}\right)$

1h vòi 1 chảy được: $\frac{1}{x}$ bể

1h vòi 2 chảy được $\frac{1}{y}$ bể.

Vì hai vòi chảy đầy bể trong 3h20 phút nên ta có phương trình: $\frac{10}{3}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$ (1)

Nếu vòi 1 chảy trong 3 giờ, vòi 2 chảy trong 2 giờ được $\frac{4}{5}$ bể nên ta có phương trình:

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{4}{5} \text{ (2). Từ (1)(2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{10} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 10 \end{cases}$$

Vậy vòi 1 chảy trong 5 giờ đầy bể, vòi 2 chảy trong 10 giờ đầy bể.

Bài 3. Hai người cùng làm một công việc trong 24 giờ thì xong. Năng suất của người thứ nhất bằng $\frac{3}{2}$

năng suất của người thứ hai. Hỏi nếu mỗi người làm một mình cả công việc thì phải mất thời gian bao lâu?

Hướng dẫn

Cách 1: Giải phương trình

Gọi thời gian để người 1 làm 1 mình xong công việc là x giờ ($x > 24$).

Trong 1 giờ người 1 làm được : $\frac{1}{x}$ công việc.

1h cả hai người làm được $\frac{1}{24}$ công việc nên 1h người thứ 2 làm được: $\frac{1}{24} - \frac{1}{x}$ công việc.

Vì năng suất của người 1 bằng $\frac{3}{2}$ năng suất của người 2 nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{24} - \frac{1}{x} \right)$$

Cách 2: Giải hệ phương trình

Gọi thời gian để mỗi người làm một mình cả công việc lần lượt là x, y giờ ($x, y > 24$).

Một giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

Một giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Một giờ cả hai người làm được: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ công việc. Vì 1h cả hai người làm được $\frac{1}{24}$ công việc nên

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \text{ công việc.}$$

Vì năng suất tỉ lệ nghịch với thời gian nên $x = \frac{2}{3}y$.

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24} & (1) \\ x = \frac{2}{3}y & (2) \end{cases} \text{ . Thay (2) vào (1) ta được: } \frac{3}{2y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \Leftrightarrow \frac{5}{2y} = \frac{1}{24} \Leftrightarrow y = 60 \Rightarrow x = 40$$

Vậy người thứ nhất làm xong công việc trong 40 giờ; người thứ hai làm xong trong 60 giờ.

Bài 4. Một bồn chứa có đặt hai vòi nước chảy vào và một vòi tháo nước ra.

- Bồn trống không, nếu mở riêng vòi thứ nhất thì sau 4 giờ bồn đầy nước.
- Bồn trống không, nếu mở riêng vòi thứ hai thì sau 6 giờ bồn đầy nước.

– Bồn trống không, nếu đồng thời mở cả ba vòi thì sau 7 giờ 12 phút bồn đầy nước.
Hỏi nếu bồn chứa đầy nước, mở riêng vòi tháo nước thì sau bao lâu sẽ tháo hết nước ra?

Hướng dẫn

Gọi x là thời gian vòi 3 chảy hết nước trong bể, $x > 0$

1h vòi 1 chảy được : $\frac{1}{4}$ phần bể.

1h vòi 2 chảy được : $\frac{1}{6}$ phần bể.

1h vòi 3 chảy hết được : $\frac{1}{x}$ phần bể.

1h lượng nước trong bể còn lại là: $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{x}$ phần bể. Vì cả 3 vòi cùng chảy sẽ đầy bể trong 7h12 phút

nên ta có phương trình: $\frac{36}{5} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{x} \right) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{18}{5} h = 3 \text{ giờ } 36 \text{ phút.}$

Bài 5. Hai người thợ làm chung công việc thì 8 ngày xong. Họ làm chung được 2 ngày thì người thứ 2 nghỉ, người thứ 1 phải làm nốt 15 ngày nữa thì mới xong. Hỏi mỗi người làm một mình thì bao lâu xong công việc đó.

Hướng dẫn

Gọi thời gian để mỗi người làm một mình xong công việc lần lượt là x, y giờ ($x, y > 8$).

Một giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

Một giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Một giờ cả hai người làm được: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$ công việc. Vì 1h cả hai người làm được $\frac{1}{8}$ công việc nên

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \text{ công việc (1)}$$

Hai ngày cả hai người làm được $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ công việc. Người thứ nhất làm 15 ngày được $\frac{15}{x}$ công việc nên

$$\text{ta có phương trình: } \frac{1}{4} + \frac{15}{x} = 1 \text{ (2)}$$

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \\ \frac{1}{4} + \frac{15}{x} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = \frac{40}{3} \end{cases}$$

Vậy: Người 1 làm 20 ngày, người 2 làm trong $\frac{40}{3}$ ngày.

Bài 6. Hai vòi nước cùng chảy vào 1 bể thì 6h đầy bể, nếu mở vòi 1 trong 4h và vòi 2 trong 7h thì chảy được $\frac{5}{6}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì mất bao lâu mới đầy bể.

Hướng dẫn

Hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{4}{x} + \frac{7}{y} = \frac{5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 18 \end{cases}$$

Vòi 1 chảy trong 9 giờ, vòi 2 chảy trong 18 giờ

Bài 7. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 6 giờ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 5 giờ và vòi thứ hai chảy trong 2 giờ thì được $\frac{8}{15}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình sau bao lâu thì đầy bể?

Hướng dẫn

Cách 1: lập phương trình:

Gọi thời gian vòi 1 chảy một mình đầy bể là x giờ. ($x > 6$).

1 giờ vòi 1 chảy được $\frac{1}{x}$ phần bể.

1 giờ cả hai vòi chảy được $\frac{1}{6}$ phần bể nên 1 giờ vòi 2 chảy được $\frac{1}{6} - \frac{1}{x}$ phần bể.

Vì vòi 1 chảy trong 5 giờ và vòi thứ hai chảy trong 2 giờ thì được $\frac{8}{15}$ bể nên ta có phương trình:

$$\frac{5}{x} + 2\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{x}\right) = \frac{8}{15} \Leftrightarrow x = 15 \text{ (tmđk)}$$

Vậy vòi 1 chảy 15 giờ đầy bể.

1 giờ vòi 2 chảy được $\frac{1}{6} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10}$ phần bể nên vòi 2 chảy đầy bể trong 10 giờ.



Cách 2: giải bằng lập hệ:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{5}{x} + \frac{2}{y} = \frac{8}{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases}$$

Bài 8. Hai công nhân cùng sơn cửa cho một công trình trong 4 ngày thì xong việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày rồi người thứ hai đến cùng làm tiếp trong một nửa nữa thì xong việc. Hỏi mỗi người làm một mình thì bao lâu xong việc.

Hướng dẫn

Cách 1: lập phương trình:

Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là x ngày ($x \in \mathbb{N}^*; x > 4$)

1 ngày người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

1 ngày cả hai người làm được $\frac{1}{4}$ công việc nên 1 ngày người thứ hai làm được $\frac{1}{4} - \frac{1}{x}$ công việc.

Người thứ nhất làm 9 ngày được $\frac{9}{x}$ công việc.

Hai người cùng làm một ngày được $\frac{1}{4}$ công việc.

Vì người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày rồi người thứ hai đến cùng làm tiếp trong một nửa nữa thì xong việc nên ta có phương trình:

$$\frac{9}{x} + \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow x = 12 \text{ (tmdk)}$$

Vậy người thứ nhất làm 12 ngày xong công việc,

Một ngày người thứ hai làm được $\frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$ công việc nên người thứ hai làm xong công việc trong 6 ngày.

Cách 2: giải bằng lập hệ:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{9}{x} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 6 \end{cases}$$



Bài 9. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước cạn (không có nước) thì sau $4\frac{4}{5}$ giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất và 9 giờ sau mới mở thêm vòi thứ hai thì sau $\frac{6}{5}$ giờ nữa mới đầy bể. Hỏi nếu ngay từ đầu chỉ mở vòi thứ hai thì sau bao lâu mới đầy bể.

Hướng dẫn

Gọi thời gian vòi thứ nhất và vòi thứ hai chảy đầy bể lần lượt là x và y giờ ($x, y > 4\frac{4}{5}$)

Các em lập luận được hệ:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{9}{x} + \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{24} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 8 \end{cases}$$

Vậy vòi thứ 2 chảy một mình thì 8 giờ đầy bể.

Bài 10. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước cạn (không có nước) thì sau 1 giờ 20 phút đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 10 phút và vòi thứ hai trong 12 phút thì chỉ được $\frac{2}{15}$ bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu.

Hướng dẫn

Các em giải như các bài mẫu trên, Lập hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy vòi 1 chảy trong 2 giờ thì đầy bể, vòi 2 chảy trong 4 giờ đầy bể.

Bài 11. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc trong bao lâu?

Hướng dẫn

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases}$$

Vậy người thợ thứ nhất làm 24 giờ xong công việc, người thợ thứ 2 làm trong 48 giờ.



Bài 12. Hai tổ công nhân làm chung trong 12 giờ sẽ hoàn thành xong một công việc đã định. Họ làm chung với nhau trong 4 giờ thì tổ thứ nhất được điều đi làm việc khác, tổ thứ hai làm nốt công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi tổ thứ hai nếu làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

Hướng dẫn

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ 4 \cdot \frac{1}{12} + \frac{10}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 15 \end{cases}$$

Vậy tổ 1 làm 60 giờ xong công việc, tổ 2 làm trong 15 giờ xong công việc.

Bài 13. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước (không có nước) sau 4 giờ 48 phút đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 4 giờ và vòi thứ hai trong 3 giờ thì chỉ được $\frac{3}{4}$ bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu.

Hướng dẫn

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \end{cases}$$

Vậy vòi 1 chảy 8 giờ đầy bể, vòi 2 chảy trong 12 giờ đầy bể.

Bài 14. Hai đội xe chở cát để san lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 12 ngày xong việc. Nhưng hai đội chỉ cùng trong 8 ngày, sau đó đội thứ nhất làm tiếp một mình trong 7 ngày nữa thì xong việc. Hỏi mỗi đội làm một mình thì bao lâu xong việc.

Hướng dẫn

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ 8 \cdot \frac{1}{12} + \frac{7}{x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 21 \\ y = 28 \end{cases}$$

Vậy đội 1 làm trong 21 ngày xong công việc, đội 2 làm trong 28 ngày xong công việc.

Bài 15. Hai cần cẩu lớn bốc dỡ một lô hàng ở cảng Sài Gòn. Sau 3 giờ có thêm năm cần cẩu (công suất bé hơn) cùng làm việc. Cả 7 cần cẩu cùng làm việc 3 giờ nữa thì xong. Hỏi mỗi cần cẩu làm việc một mình thì bao lâu xong việc, biết rằng nếu cả bảy cần cẩu cùng làm việc từ đầu thì trong



4 giờ xong việc ?

Hướng dẫn

Gọi thời gian 1 cần cầu lớn làm xong công việc là x giờ.

Thời gian 1 cần cầu nhỏ làm xong công việc là y giờ ($x, y > 4$)

1 giờ cần cầu lớn làm được $\frac{1}{x}$ công việc, 1 giờ cần cầu nhỏ làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

3 giờ đầu hai cần cầu lớn làm được : $3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{x} = \frac{6}{x}$ công việc.

3 giờ tiếp theo 7 cần cầu làm được: $3 \left(\frac{2}{x} + \frac{5}{y} \right)$ công việc.

$$\Rightarrow \frac{6}{x} + 3 \left(\frac{2}{x} + \frac{5}{y} \right) = 1 \quad (1)$$

Vì 7 cần cầu làm trong 4 giờ xong công việc nên ta có phương trình: $\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4}$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{6}{x} + 3 \left(\frac{2}{x} + \frac{5}{y} \right) = 1 \\ \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 30 \end{cases}$$

Vậy một cần cầu lớn làm trong 24 giờ xong công việc, một cần cầu nhỏ làm trong 30 giờ xong công việc.

Bài 16. Một đội máy cày dự định cày 40ha/ngày. Do cố gắng nên đội cày được 52ha/ngày. Vì vậy đội hoàn thành sớm hơn 2 ngày mà còn cày thêm được 4ha nữa. Tính diện tích phải cày.

Hướng dẫn

Gọi diện tích dự định phải cày là x ha ($x > 0$).

Diện tích thực tế cày được là: $x + 4$ (ha)

Số ngày dự định cày là: $\frac{x}{40}$ ngày.

Số ngày thực tế cày là: $\frac{x+4}{52}$ ngày.

Vì đội hoàn thành sớm hơn dự định 2 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{40} - \frac{x+4}{52} = 2 \Leftrightarrow 52x - 40(x+4) = 2 \cdot 40 \cdot 52 \Leftrightarrow x = 360$$

Vậy diện tích đội phải cày là 360 (ha)



Bài 17. Hai đội xây dựng cùng làm chung một công việc và dự định làm xong trong 12 ngày. Họ cùng làm với nhau được 8 ngày thì đội I được điều động làm việc khác, còn đội II tiếp tục làm. Do cải tiến kĩ thuật, năng suất tăng gấp đôi nên đội II đã làm xong phần công việc còn lại trong 3 ngày rưỡi. Hỏi nếu mỗi đội làm một mình thì sau bao lâu sẽ làm xong công việc nói trên (với năng suất bình thường) ?

Hướng dẫn

Gọi thời gian đội 1 làm một mình xong công việc là x ngày.

Thời gian đội 2 làm một mình xong công việc là y ngày ($x, y > 12$)

1 ngày đội 1 làm được $\frac{1}{x}$ phần công việc, đội 2 làm được $\frac{1}{y}$ phần công việc. Vì 2 đội làm trong 12

ngày thì xong nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$ (1)

Hai đội làm chung 8 ngày được $8 \cdot \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$ phần công việc.

Do cải tiến năng suất gấp đôi nên 1 ngày đội 2 làm được $\frac{2}{y}$ phần công việc, đội 2 làm trong 3 ngày

rưỡi làm được $3,5 \cdot \frac{2}{y} = \frac{7}{y}$ phần công việc.

Vì hai đội làm với nhau được 8 ngày thì đội I được điều động làm việc khác, còn đội II tiếp tục làm trong 3 ngày rưỡi thì xong công việc nên ta có phương trình:

$$\frac{2}{3} + \frac{7}{y} = 1 \quad (2) . \text{ Từ (1)(2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{2}{3} + \frac{7}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 \\ y = 21 \end{cases}$$

Vậy đội 1 làm trong 28 ngày xong công việc

Đội 2 làm trong 21 ngày xong công việc.

Bài 18. Hai vòi nước cùng chảy trong 12 giờ thì đầy một hồ nước. Cho hai vòi cùng chảy trong 8 giờ rồi khoá vòi thứ nhất lại và cho vòi thứ hai chảy tiếp với lưu lượng mạnh gấp đôi thì phải mất 3 giờ 30 phút nữa mới đầy hồ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình với lưu lượng ban đầu thì phải mất bao lâu mới đầy hồ.



Hướng dẫn

Gọi thời gian vòi 1 và vòi 2 chảy một mình đầy bể lần lượt là x và y giờ ($x, y > 12$)

1 giờ vòi 1 chảy được $\frac{1}{x}$ phần hồ, 1 giờ vòi 2 chảy được $\frac{1}{y}$ phần hồ. Vì 2 vòi chảy trong 12 giờ thì

đầy nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$ (1)

Hai vòi chảy chung 8 giờ được $8 \cdot \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$ phần hồ.

Do cải tiến năng suất gấp đôi nên 1 giờ vòi 2 chảy được $\frac{2}{y}$ phần hồ, vòi 2 chảy trong 3h30 làm được $3,5 \cdot \frac{2}{y} = \frac{7}{y}$ phần công việc.

Vì hai vòi chảy cùng với nhau được 8 giờ thì khóa vòi 1, vòi 2 chảy tiếp 3,5h đầy bể nên ta có phương trình: $\frac{2}{3} + \frac{7}{y} = 1$ (2).

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{2}{3} + \frac{7}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 \\ y = 21 \end{cases}$$

Vòi thứ nhất chảy trong 28 giờ, vòi thứ hai chảy trong 21 giờ.

Bài 19. Hai tổ học sinh tham gia lao động, nếu làm chung sẽ hoàn thành công việc sau 4 giờ. Nếu mỗi tổ làm một mình thì tổ I cần ít thời gian hơn tổ II là 6 giờ. Hỏi mỗi tổ làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc.

Hướng dẫn

Các em lập luận ra hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \text{ (1)} \\ y - x = 6 \text{ (2)} \end{cases}$$

Từ (2) suy ra $y = x + 6$. Thay vào (1) ta được:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4(x+6) + 4x = x(x+6) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \text{ (tmđk)} \\ x = -4 \text{ (L)} \end{cases}$$

Vậy tổ 1 làm trong 6 giờ xong công việc, tổ 2 làm trong 12 giờ xong công việc



Bài 20. Hai lớp 9A và 9B cùng tu sửa khu vườn thực nghiệm của nhà trường trong 4 ngày thì làm xong. Nếu mỗi lớp tu sửa một mình, muốn hoàn thành xong công việc ấy thì lớp 9A cần ít thời gian hơn lớp 9B là 6 ngày. Hỏi mỗi lớp làm một mình cần thời gian là bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc ?

Hướng dẫn

Các em lập luận ra hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} (1) \\ y - x = 6 (2) \end{cases}$$

Từ (2) suy ra $y = x + 6$. Thay vào (1) ta được:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4(x+6) + 4x = x(x+6) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 (tmđk) \\ x = -4 (L) \end{cases}$$

Lớp 9A làm trong 6 ngày xong công việc, lớp 9B làm trong 12 ngày xong công việc

Bài 21. Để chuẩn bị cho buổi dã ngoại. Lớp 9A và 9B được giao chuẩn bị tất cả các đồ dùng, dụng cụ cần thiết. Nếu hai lớp cùng làm công tác chuẩn bị thì mất 6 giờ. Nhưng sau hai giờ làm chung thì lớp 9B được điều đi làm việc khác, lớp 9A đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu mỗi lớp làm riêng thì sau bao lâu sẽ xong việc đó?

Hướng dẫn

Gọi thời gian mỗi lớp làm riêng xong công tác chuẩn bị là x và y giờ. ($x; y > 6$)

1 giờ lớp 9A làm được $\frac{1}{x}$ công việc

1 giờ lớp 9B làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Vì hai lớp làm trong 6 giờ thì xong nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ (1)

Sau 2 giờ làm chung cả hai lớp làm được $2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ công việc.

Lớp 9A làm trong 10 giờ được $\frac{10}{x}$ công việc.



Sau hai giờ làm chung thì lớp 9B được điều đi làm việc khác, lớp 9A đã hoàn thành công việc còn lại

trong 10 giờ nên ta có phương trình: $\frac{1}{3} + \frac{10}{x} = 1$ (2)

$$\text{Từ (1)(2) ta có: } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} + \frac{10}{x} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases} (tm)$$

Vậy lớp 9A chuẩn bị trong 15 giờ xong, lớp 9B làm trong 10 giờ xong.

Bài 22. Hai người cùng làm chung một công việc thì sau 6 giờ thì xong. Nếu một mình người thứ nhất làm trong 2 giờ, sau đó người thứ hai làm trong 3 giờ thì cả hai làm được $\frac{2}{5}$ công việc. Hỏi nếu mỗi người làm một mình sau bao lâu thì xong công việc?

Hướng dẫn

Tương tự các bài trên, các em lập được hệ:
$$\begin{cases} 6\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases} (tm)$$

Bài 23. Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 1 giờ 30 phút sẽ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 15 phút rồi khóa lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì sẽ được $\frac{1}{5}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Hướng dẫn

Đổi $1h30 = 1,5h$; $15 \text{ phut} = \frac{1}{4}h$; $20 \text{ phut} = \frac{1}{3}h$

Tương tự các bài trên, các em lập được hệ:
$$\begin{cases} 1,5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{4} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases} (tm)$$

Bài 24. Nếu mở cả hai vòi nước chảy vào bể thì sau 2 giờ 55 phút bể đầy. Nếu mở riêng từng vòi thì vòi thứ nhất làm đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 2 giờ. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì mỗi vòi chảy bao lâu đầy bể?

Hướng dẫn

Gọi thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể là x và y giờ ($y > x > \frac{35}{12}$)

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{35}{12}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 & (1) \\ y - x = 2 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) suy ra $y = x + 2$ thay vào (1) ta được:

$$\frac{35}{12}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{35} \Leftrightarrow 12x^2 - 46x - 70 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \text{ (tm)} \\ x = -\frac{7}{6} \text{ (L)} \end{cases}$$

Vậy vòi 1 chảy đầy bể trong 5 giờ, vòi 2 chảy đầy bể trong 7 giờ.

Bài 25. Hai tổ công nhân làm chung trong 15 giờ sẽ hoàn thành xong công việc đã định. Họ làm chung với nhau trong 5 giờ thì tổ 1 được điều đi làm việc khác, tổ 2 làm nốt công việc còn lại trong 12 giờ. Hỏi tổ 1 làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

Hướng dẫn

Cách 1: Giải phương trình:

Gọi thời gian tổ thứ nhất làm một mình xong công việc là x giờ ($x > 15$)

Một giờ tổ 1 làm được $\frac{1}{x}$ phần công việc. Vì một giờ cả hai tổ làm được $\frac{1}{15}$ công việc nên 1 giờ tổ

hai làm được $\frac{1}{15} - \frac{1}{x}$ công việc.

Họ làm chung với nhau trong 5 giờ thì tổ II được điều đi làm việc khác, tổ II làm nốt công việc còn lại

trong 12 giờ nên ta có phương trình: $\frac{5}{15} + 12\left(\frac{1}{15} - \frac{1}{x}\right) = 1 \Leftrightarrow x = 90$

Vậy tổ 1 làm trong 90 giờ thì xong công việc

Cách 2: Giải bằng cách lập hệ:

Các em tự lập luận đưa về hệ:
$$\begin{cases} 15\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ \frac{5}{15} + \frac{12}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 \\ x = 90 \end{cases}$$

Vậy tổ 1 hoàn thành công việc trong 90 giờ.

Bài 26. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 7 giờ 30 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ và người thứ hai làm trong 2 giờ thì họ làm được 35% công việc. Hỏi mỗi người làm

một mình công việc đó trong mấy giờ thì xong?

Hướng dẫn

Các em lập luận như các bài trên đưa về hệ phương trình:
$$\begin{cases} 7,5\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{35}{100} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 20 \end{cases} (tm\check{d}k)$$

Vậy người thứ nhất làm một mình 12 giờ xong công việc, người thứ hai làm một mình 20 giờ xong công việc.

Bài 27. Hai người thợ cùng sửa một nhà vệ sinh trong 7 giờ 12 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được 75% công việc. Hỏi nếu 8 giờ sáng hai người thợ đến làm, rồi 11 giờ trưa người thợ thứ nhất nghỉ chỉ còn người thợ thứ hai làm thì đến 17 giờ chiều thì có xong công việc không?

Hướng dẫn

Gọi thời gian người thứ nhất và người thứ hai làm một mình xong công việc là x và y giờ ($x, y > 7,2$ giờ). Đổi 7 giờ 12 phút = $\frac{36}{5} = 7,2$ giờ

Các em lập luận được hệ phương trình:
$$\begin{cases} 7,2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{75}{100} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 18 \end{cases} (tm\check{d}k)$$

Hai người làm chung từ 8 giờ sáng đến 11 giờ (3 tiếng) và người thứ hai làm tiếp từ 11 giờ đến 17 giờ chiều (6 tiếng) thì được: $3 \cdot \frac{5}{36} + 6 \cdot \frac{6}{18} = \frac{29}{12} > 1$.

Vậy nếu 8 giờ sáng hai người thợ đến làm, rồi 11 giờ trưa người thợ thứ nhất nghỉ chỉ còn người thợ thứ hai làm thì đến 17 giờ chiều thì có xong công việc

Bài 28. Hai bạn Hoa và Lan cùng uống một cốc trà sữa thì sau 6 phút sẽ hết. Nếu Hoa uống trong 20 giây rồi Lan uống trong 30 giây thì sẽ được $\frac{1}{15}$ cốc trà sữa. Hỏi mỗi người uống một mình thì sau bao lâu hết cốc trà sữa ?

Hướng dẫn

Gọi thời gian Hoa và Lan uống một mình hết cốc trà sữa là x và y phút ($x, y > 6$)

Đổi 20 giây = $\frac{1}{3}$ phút; 30 giây = $\frac{1}{2}$ phút.

Các em lập được hệ phương trình:
$$\begin{cases} 6\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy Hoa uống hết cốc trà sữa trong 10 phút, Lan uống hết trong 15 phút.

Bài 29. Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau $4\frac{4}{5}$ giờ sẽ đầy bể. Mỗi giờ lượng nước của vòi I bằng $1\frac{1}{2}$ lượng nước của vòi II. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu đầy bể?

Hướng dẫn

Gọi thời gian vòi 1 và vòi 2 chảy một mình đầy bể là x và y giờ ($x, y > 4\frac{4}{5}$)

1 giờ vòi 1 chảy được $\frac{1}{x}$ bể, 1 giờ vòi 2 chảy $\frac{1}{y}$ bể.

Vì hai vòi cùng chảy thì đầy bể trong $4\frac{4}{5}$ giờ nên ta có: $4\frac{4}{5}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$ (1)

Mỗi giờ lượng nước của vòi I bằng $1\frac{1}{2}$ lượng nước của vòi II nên $\frac{1}{x} = 1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y}$ (2)

Từ (1)(2) ta có:
$$\begin{cases} 4\frac{4}{5}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy vòi 1 chảy một mình 8 giờ đầy bể, vòi 2 chảy một mình 12 giờ đầy bể.

Bài 30. Hai tổ công nhân xây dựng một ngôi nhà tình nghĩa cho đồng bào lũ lụt. Nếu họ làm chung thì sau 12 tháng thì xong, nhưng khi thực hiện tổ I làm chung trong 8 tháng rồi chuyển sang công việc khác. Tổ II làm tiếp trong 7 tháng thì xây xong. Hỏi mỗi tổ làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành?

Hướng dẫn

Các em lập hệ phương trình:
$$\begin{cases} 12\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ \frac{8}{12} + \frac{7}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 21 \\ x = 28 \end{cases} (tm\check{d}k)$$

Vậy tổ 1 hoàn thành công việc trong 28 tháng, tổ 2 hoàn thành công việc trong 21 tháng

Bài 31. Hai anh em Quang và Tèo cùng nấu một bữa cơm thì $\frac{12}{5}$ giờ xong. Nếu mỗi người làm một mình thì thời gian Quang nấu xong bữa cơm nhiều hơn thời gian Tèo nấu xong bữa cơm là 2 giờ. Hỏi mỗi người làm một mình trong bao lâu thì xong bữa cơm?

Hướng dẫn

Gọi thời gian Quang và Tèo nấu một mình xong bữa cơm là x và y giờ ($x > y > \frac{12}{5}$)

Các em lập hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{12}{5}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1(1) \\ x - y = 2(2) \end{cases}$$

Từ (2) suy ra $x = y + 2$ thay vào (1) ta được:
$$\frac{12}{5}\left(\frac{1}{y+2} + \frac{1}{y}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{y+2} + \frac{1}{y} = \frac{5}{12}$$

$$\Leftrightarrow 5y^2 - 14y - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4(tm) \\ y = -\frac{6}{5}(L) \end{cases}$$

Vậy Quang nấu cơm mất 6 tiếng, Tèo nấu mất 4 tiếng.

Bài 32. Do nguồn nước trên sông Tô Lịch đang bị ô nhiễm nặng nên lớp 9A và 9B của trường THCS Giảng Võ đã làm đề tài nghiên cứu về những nguyên nhân và biện pháp giúp giảm thiểu ô nhiễm sông Tô Lịch. Nếu hai lớp làm chung đề tài thì 24 ngày xong. Nhưng sau khi cùng làm 10 ngày thì lớp 9A nghỉ để chuẩn bị hoạt động chụp ảnh ngoại khóa; lớp 9B làm tiếp 5 ngày nữa thì cả hai làm được 50% công việc. Hỏi mỗi lớp làm một mình trong bao lâu thì xong?

Hướng dẫn

Các em lập luận đưa ra hệ phương trình:
$$\begin{cases} 24\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ \frac{10}{24} + \frac{5}{y} = \frac{50}{100} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 60 \\ x = 40 \end{cases} (tm\check{d}k)$$

Vậy lớp 9A hoàn thành đề tài một mình trong 40 giờ, lớp 9B hoàn thành đề tài trong 60 giờ.



Bài 33. Hai người cùng làm một bài toán trong 12 phút thì xong. Hỏi mỗi người làm riêng trong bao lâu thì xong, biết rằng năng suất làm việc của người 1 gấp rưỡi người 2.

Hướng dẫn

Gọi thời gian mỗi người làm xong bài toán là x và y phút ($x; y > 12$)

Vì hai người làm chung trong 12 phút thì xong nên $12\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$

Vì năng suất làm việc của người 1 gấp rưỡi người 2 nên thời gian làm việc của người thứ hai gấp 1,5 lần thời gian làm việc của người thứ nhất, suy ra $y = 1,5x$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 12\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \\ y = 1,5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases} (tm)$$

Vậy người thứ nhất làm xong bài toán mất 20 phút, người thứ hai mất 30 phút.

Bài 34. Bạn Thành và Lan cùng làm một bài tiểu luận trong 6 ngày thì xong. Hỏi mỗi người làm riêng bài tiểu luận đó trong bao lâu thì xong, biết nếu làm một mình Thành làm mất nhiều thời gian hơn Lan là 5 ngày.

Hướng dẫn

Gọi thời gian bạn Thành và Lan lần lượt làm một mình xong bài tiểu luận là x và y ngày ($x > y > 6$)

Các em lập luận đưa về hệ phương trình:
$$\begin{cases} 6\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1(1) \\ x - y = 5(2) \end{cases}$$

Từ (2) suy ra $x = y + 5$ thay vào (1) ta được:

$$6\left(\frac{1}{y+5} + \frac{1}{y}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{y+5} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow y^2 - 7y - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10(tm) \\ y = -3(L) \end{cases}$$

Vậy bạn Thành làm bài tiểu luận mất 15 ngày, bạn Lan làm mất 10 ngày.

Bài 35. Hai lớp 9A và 9B cùng tham gia lao động vệ sinh sân trường thì công việc được hoàn thành sau 1 giờ 20 phút. Nếu mỗi lớp chia nhau làm nửa công việc thì thời gian hoàn tất là 3 giờ. Hỏi nếu mỗi lớp làm một mình thì phải mất bao nhiêu thời gian.

Hướng dẫn



Gọi thời gian mỗi lớp làm một mình xong công việc là x, y giờ ($x, y > \frac{4}{3}$).

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3 \end{cases}$$
 Suy ra $x = 2$ giờ; $y = 4$ giờ.

Bài 36. Để hoàn thành một công việc, nếu hai tổ cùng làm chung thì hết 6 giờ. Sau 2 giờ làm chung thì tổ hai được điều đi làm việc khác, tổ một tiếp tục làm và đã hoàn thành công việc còn lại trong 10 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi tổ sẽ hoàn thành công việc này trong thời gian bao nhiêu?

Hướng dẫn

Gọi thời gian tổ một làm riêng và hoàn thành công việc là x (giờ, $x > 6$).

Gọi thời gian tổ hai làm riêng và hoàn thành công việc là y (giờ, $y > 6$)

Mỗi giờ tổ một làm được $\frac{1}{x}$ (phần công việc)

Mỗi giờ tổ hai làm được $\frac{1}{y}$ (phần công việc)

Biết hai tổ làm chung trong 6 giờ thì hoàn thành được công việc nên ta có phương trình: $\frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1$. (1).

Thực tế để hoàn thành công việc này thì tổ hai làm trong 2 giờ và tổ một làm trong $2 + 10 = 12$ (giờ), ta

có phương trình: $\frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1$ (2). Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1 \\ \frac{12}{x} + \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ ta được: $\begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases}$ thỏa mãn điều kiện.

Nếu làm riêng thì tổ một hoàn thành công việc trong 15 giờ và tổ hai hoàn thành công việc trong 10 giờ.

Bài 37. Cho một bể cạn (không có nước). Nếu hai vòi nước cùng được mở để chảy vào bể này thì sẽ đầy bể sau 4 giờ 48 phút. Nếu mở riêng từng vòi chảy vào bể thì thời gian vòi một chảy đầy bể sẽ ít hơn thời gian vòi hai chảy đầy bể là 4 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Hướng dẫn

Đổi 4 giờ 48 phút = $4\frac{4}{5}$ giờ = $\frac{24}{5}$ giờ

Cách 1: Lập hệ phương trình



Gọi thời gian vòi một chảy một mình đầy bể trong x (giờ, $x > \frac{24}{5}$)

Gọi thời gian vòi hai chảy một mình đầy bể trong y (giờ, $y > \frac{24}{5}$)

Biết hai vòi cùng chảy thì sau $\frac{24}{5}$ giờ thì đầy bể nên ta có phương trình: $\frac{24}{5x} + \frac{24}{5y} = 1$ (1)

Nếu chảy riêng thì vòi một chảy đầy bể nhanh hơn vòi hai là 4 giờ nên ta có phương trình:

$$x = y - 4 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{24}{5x} + \frac{24}{5y} = 1 \\ x = y - 4 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được:
$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \end{cases}$$
 (thỏa mãn điều kiện)

Vậy vòi một chảy một mình trong 8 giờ thì đầy bể và vòi hai chảy một mình trong 12 giờ thì đầy bể.

Cách 2: Lập phương trình

Gọi thời gian vòi một chảy một mình đầy bể là x (giờ, $x > \frac{24}{5}$)

Khi đó trong một giờ vòi một chảy được $\frac{1}{x}$ (phần bể)

Vòi hai chảy một mình đầy bể trong $x+4$ (giờ) nên trong một giờ chảy được: $\frac{1}{x+4}$ (phần bể)

Tổng cộng trong một giờ hai vòi chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4}$ (phần bể) (3)

Sau 4 giờ 48 phút = $\frac{24}{5}$ giờ hai vòi cùng chảy thì đầy bể nên trong một giờ chảy được $\frac{5}{24}$ (phần bể) (4)

Từ (3) và (4) ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4} = \frac{5}{24}$

Giải phương trình ta được $x = -\frac{12}{5}$ (loại) hoặc $x = 8$ (thỏa mãn)

Vậy thời gian vòi một chảy một mình đầy bể là 8 giờ. Vòi hai chảy một mình đầy bể là $8+4=12$ (giờ).

Bài 38. Hai bạn A và B cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày. Hỏi nếu A làm một mình 3 ngày rồi nghỉ thì B hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu? Biết rằng nếu làm một mình xong công việc thì B làm lâu hơn A là 9 ngày.

Hướng dẫn

Gọi thời gian A, B làm riêng xong công việc lần lượt là x, y (ngày), $x, y > 0$.



Mỗi ngày đội A làm riêng được $\frac{1}{x}$ công việc.

Mỗi ngày đội B làm riêng được $\frac{1}{y}$ công việc.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} y - x = 6 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 18 \end{cases}$$

Vì A làm 9 ngày xong nên 3 ngày làm được $\frac{1}{3}$ công việc.

Vì B làm 18 ngày xong nên 3 ngày B làm được $\frac{1}{18}$ công việc, số ngày làm xong $\frac{2}{3}$ công việc còn lại là

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{18} = 12 \text{ ngày.}$$



CHUYÊN ĐỀ GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH

DÙNG CHO HỌC SINH LỚP 8 – LỚP 9 - LUYỆN THI VÀO 10

TOÁN CHUYÊN ĐỘNG

Phương pháp chung:

Bước 1: Lập phương trình – Hệ phương trình.

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết khác theo ẩn và các đại lượng đã biết.
- Lập phương trình, hệ phương trình, biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình – Hệ phương trình.

Bước 3: Kết luận.

Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, hệ phương trình nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

Các công thức cần chú ý:

- Gọi S là quãng đường đi, v là vận tốc, t là thời gian đi, ta có: $S=v.t$.
- Vận tốc xuôi dòng nước = Vận tốc lúc nước yên lặng + Vận tốc dòng nước
- Vận tốc ngược dòng nước = Vận tốc lúc nước yên lặng – Vận tốc dòng nước.
- Vận tốc xuôi – vận tốc ngược = 2 vận tốc dòng nước

Chú ý: Vận tốc bè trôi chính là vận tốc dòng nước

1. BÀI TOÁN MỘT CHUYÊN ĐỘNG:

Bài 1. Một xe vận tải đi từ địa điểm A đến địa điểm B với vận tốc 50 km/h, rồi từ B quay ngay về A với vận tốc 40 km/h. Cả đi và về mất một thời gian là 5 giờ 24 phút. Tìm chiều dài quãng đường từ A đến B.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài $AB = x \text{ km}$ ($x > 0$). Đổi $5\text{h}24 = \frac{27}{5} \text{ h}$

Thời gian đi từ A đến B là: $\frac{x}{50}$ giờ.



Thời gian đi từ B về A là: $\frac{x}{40}$ giờ. Ta có phương trình:

$$\frac{x}{50} + \frac{x}{40} = \frac{27}{5} \Leftrightarrow x = 120 \text{ km (tmđk)}.$$

Bài 2. Một người đi xe gắn máy, đi từ địa điểm A đến địa điểm B trên một quãng đường dài 35km.

Lúc trở về người đó đi theo con đường khác dài 42km với vận tốc kém hơn vận tốc lượt đi là 6 km/h. Thời gian lượt về bằng $\frac{3}{2}$ thời gian lượt đi. Tìm vận tốc lượt đi và lượt về.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc xe gắn máy lượt đi là $x \text{ km/h}$ ($x > 0$). Vận tốc về là $(x - 6) \text{ km/h}$. Ta có phương trình:

$$\frac{42}{x-6} = \frac{3}{2} \cdot \frac{35}{x} \Leftrightarrow x = 30 \text{ km/h}. \text{ Vậy vận tốc lượt đi là } 30 \text{ km/h; vận tốc lượt về là } 24 \text{ km/h.}$$

Cách khác:

Gọi vận tốc xe gắn máy lượt đi và lượt về lần lượt là x và $y \text{ km/h}$ ($x > y > 0$)

Thời gian lượt đi là: $\frac{35}{x}$ giờ. Thời gian lượt về là: $\frac{42}{y}$ giờ.

Vì thời gian lượt về bằng $\frac{3}{2}$ thời gian lượt đi nên ta có phương trình: $\frac{42}{y} = \frac{3}{2} \cdot \frac{35}{x}$ (1)

Vì vận tốc về kém hơn vận tốc lượt đi là 6km/h nên ta có phương trình: $x - y = 6$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{42}{y} = \frac{3}{2} \cdot \frac{35}{x} \\ x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4}y \\ x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 24 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy vận tốc lượt đi là 30 km/h; vận tốc lượt về là 24 km/h.

Bài 3. Một xe tải đi từ A đến B với vận tốc 50 km/h. Đi được 24 phút thì gặp đường xấu nên vận tốc trên quãng đường còn lại giảm còn 40 km/h. Vì vậy đã đến nơi chậm mất 18 phút. Tìm chiều dài quãng đường từ A đến B.

Hướng dẫn

Gọi quãng đường là $x \text{ km/h}$, ($x > 0$). Đổi 24 phút = $\frac{2}{5} \text{ h}$; 18 phút = $\frac{3}{10} \text{ h}$.

Thời gian dự định đi hết AB là: $\frac{x}{50}$ giờ.



Sau 24 phút ($= \frac{2}{5}$ giờ) xe tải đi được quãng đường là: $50 \cdot \frac{2}{5} = 20$ km.

Quãng đường mà xe tải đi với vận tốc 40km/h là: $(x - 20)$ km.

Thời gian thực tế đi hết AB là: $\frac{2}{5} + \frac{x-20}{40}$ giờ.

Ta có phương trình: $\frac{2}{5} + \frac{x-20}{40} - \frac{x}{50} = \frac{3}{10} \Leftrightarrow x = 80\text{km}$ (tmdk)

Vậy quãng đường AB là 80 km/h.

Bài 4. Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24km. Khi đi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm 4km/h so với lúc đi, nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B.

Hướng dẫn

Đổi 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ.

Gọi vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B là x (km/h, $x > 0$). Thời gian xe đi từ A đến B là $\frac{24}{x}$ (giờ).

Đi từ B về A, người đó đi với vận tốc $x + 4$ (km/h). Thời gian xe đi từ B về A là $\frac{24}{x+4}$ (giờ)

Do thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x+4} = \frac{1}{2}. \text{ Giải phương trình: } \frac{24}{x} - \frac{24}{x+4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + 4x - 192 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -16 \end{cases}$$

Đổi chiếu với điều kiện ta có vận tốc của xe đạp đi từ A đến B là 12km/h.

Bài 5. Quãng đường AB dài 120 km. lúc 7h sáng một xe máy đi từ A đến B. Đi được $\frac{3}{4}$ xe bị hỏng phải dừng lại 10 phút để sửa rồi đi tiếp với vận tốc kém vận tốc lúc đầu 10km/h. Biết xe máy đến B lúc 11h40 phút trưa cùng ngày. Giả sử vận tốc xe máy trên $\frac{3}{4}$ quãng đường đầu không đổi và vận tốc xe máy trên $\frac{1}{4}$ quãng đường sau cũng không đổi. Hỏi xe máy bị hỏng lúc mấy giờ? (Trích đề tuyển sinh vào lớp 10 Trường chuyên ĐHSPT Hà Nội năm 2015)

Hướng dẫn

Gọi vận tốc trên $\frac{3}{4}$ quãng đường ban đầu là x (km/h), điều kiện: $x > 10$



Thì vận tốc trên $\frac{1}{4}$ quãng đường sau là $x-10$ (km/h)

Thời gian trên $\frac{3}{4}$ quãng đường ban đầu là $\frac{90}{x}$ (h)

Thời gian đi trên $\frac{1}{4}$ quãng đường sau là: $\frac{30}{x-10}$ (h)

Thời gian đi cả hai quãng đường là: $11 \text{ giờ } 40 \text{ phút} - 7 \text{ giờ} - 10 \text{ phút} = \frac{9}{2}$ giờ.

Nên ta có phương trình: $\frac{90}{x} + \frac{30}{x-10} = \frac{9}{2}$

Giải phương trình ta được $x = 30$ thỏa mãn điều kiện

Do đó thời gian đi trên $\frac{3}{4}$ quãng đường ban đầu $\frac{90}{30} = 3$ (giờ)

Vậy xe hỏng lúc 10 giờ.

Bài 6. Lúc 6 giờ 15 phút, một ô tô đi từ A để đến B với vận tốc 70 km/h. Khi đến B, ô tô nghỉ 1 giờ rưỡi, rồi quay về A với vận tốc 60 km/h và đến A lúc 11 giờ cùng ngày. Tính quãng đường AB.

Hướng dẫn

Gọi quãng đường $AB = x \text{ km}$ ($x > 0$).

Tổng thời gian (cả đi và nghỉ) là: $11\text{h} - 6\text{h}15\text{phut} = 4\text{h}45\text{phut} = 4,75 \text{ h}$.

Thời gian đi từ A đến B là: $\frac{x}{70}$ giờ.

Thời gian đi từ B về A là: $\frac{x}{60}$ giờ.

Thời gian nghỉ là: 1 giờ rưỡi = 1,5 giờ.

Ta có phương trình: $\frac{x}{70} + 1,5 + \frac{x}{60} = 4,75$ giờ. $\Leftrightarrow x = 105 \text{ km}$ (tmđk)

Vậy

Bài 7. Một người đi xe máy từ A đến B. Vì có việc gấp phải đến B trước thời gian dự định là 45 phút nên người đó tăng vận tốc thêm mỗi giờ 10km. Tính vận tốc mà người đó dự định đi, biết quãng đường AB dài 90km.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc dự định đi hết quãng đường AB là $x \text{ km/h}$ ($x > 0$).



Thời gian dự định đi hết quãng đường AB là: $\frac{90}{x}$ giờ.

Thời gian thực tế đi hết quãng đường AB là: $\frac{90}{x+10}$ giờ.

Vì người đi xe máy đến sớm hơn so với dự định 45 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{90}{x} - \frac{90}{x+10} = \frac{45}{60} \Leftrightarrow \frac{90}{x} - \frac{90}{x+10} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 90.4(x+10) - 90.4x = 3x(x+10)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 1200 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30(tm) \\ x = -40(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc dự định là 30km/h.

Bài 8. Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 180km trong thời gian đã định. Sau khi đi được 2 giờ người đó nghỉ 40 phút. Do đó để đi đến B đúng giờ, người đó phải tăng vận tốc thêm 6km/h. Tính vận tốc xe máy lúc đầu?

Hướng dẫn

Gọi vận tốc xe máy lúc đầu là $x \text{ km/h}$ ($x > 0$)

Thời gian dự định đi hết AB là: $\frac{180}{x}$ giờ.

Xe đi 2 giờ được $2x$ km, quãng đường còn lại là $180 - 2x$. Thời gian đi hết quãng đường còn lại là:

$\frac{180-2x}{x+6}$ giờ. Vì xe đến đúng giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{180}{x} = 2 + \frac{40}{60} + \frac{180-2x}{x+6} \Leftrightarrow \frac{180}{x} - \frac{180-2x}{x+6} = \frac{8}{3}$$

$$\Leftrightarrow 180.3(x+6) - 3x(180-2x) = 8x(x+6)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 24x - 1620 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30(tm) \\ x = -54(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe máy lúc đầu là 30 km/h.

Bài 9. Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc trung bình 30km/h. Khi đến B người đó nghỉ 20 phút rồi quay trở về A với vận tốc trung bình là 25km/h. Tính quãng đường AB biết rằng thời gian cả đi lẫn về là 5 giờ 50 phút.

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là $x \text{ km}$ ($x > 0$)



Thời gian xe máy đi từ A đến B là: $\frac{x}{30}$ giờ.

Thời gian xe máy đi từ B về A là: $\frac{x}{25}$ giờ.

Thời gian người đó nghỉ tại B là: $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ giờ.

Vì cả đi lẫn về hết 5 giờ 50 phút = $\frac{36}{5}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{30} + \frac{x}{25} + \frac{1}{3} = \frac{36}{5} \Leftrightarrow x = 75 \text{ (tmđk)}$$

Vậy quãng đường AB là 75 km.

Bài 10. Quãng đường AB dài 60km. Một người đi từ A đến B với vận tốc xác định. Khi đi từ B về A người ấy đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi mỗi giờ 5km. Vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 1 giờ. Tính vận tốc khi người đó đi từ A đến B.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc người đi từ A đến B là $x \text{ km/h}$ ($x > 0$)

Thời gian đi từ A đến B là: $\frac{60}{x}$ giờ.

Thời gian đi từ B về A là: $\frac{60}{x+5}$ giờ.

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+5} = 1 \Leftrightarrow 60(x+5) - 60x = x(x+5) \Leftrightarrow x^2 + 5x - 300 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \text{ (tm)} \\ x = -20 \text{ (L)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc người đi từ A đến B là 15 km/h.

Bài 11. Một xe máy đi từ A đến B trong thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng 20km/h thì đến sớm 1 giờ, nếu vận tốc giảm đi 10km/h thì đến muộn 1 giờ. Tính quãng đường AB.

Hướng dẫn

Để tính quãng đường AB ta tính đại lượng là vận tốc dự định và thời gian dự định.

Gọi vận tốc dự định là x km/h, thời gian dự định là y giờ ($x > 10, y > 1$).

Quãng đường AB dài là $x.y$ (km)

Nếu vận tốc tăng thêm 20km/h thì đến sớm 1 giờ, quãng đường được tính bằng công thức:



$$(x+20).(y-1) \text{ (km)}$$

Nếu giảm vận tốc đi 10km/h thì đến muộn 1 giờ, quãng đường đi được tính bằng công thức

$$(x-10).(y+1) \text{ (km)}$$

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} (x+20)(y-1) = xy \\ (x-10)(y+1) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy - x + 20y - 20 = xy \\ xy + x - 10y - 10 = xy \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + 20y = 20 \\ x - 10y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10y = 30 \\ x = 10y + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 40 \end{cases}$$

So sánh với điều kiện ta thấy giá trị $x = 40, y = 3$ thỏa mãn

Vậy vận tốc dự định là 40km/h, thời gian dự định là 3 giờ. Quãng đường AB dài là: $40.3 = 120$ km.

Bài 12. Một người đi xe máy từ A đến B trong một thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng thêm 14km/h thì đến sớm 2 giờ, nếu vận tốc giảm đi 4km/h thì đến muộn 1 giờ. Tính vận tốc dự định và thời gian dự định.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc dự định là x km/h, thời gian dự định là y giờ ($x, y > 0$)

Vì vận tốc và thời gian là hai đại lượng tỉ lệ nghịch mà vận tốc tăng thêm 14km/h thì đến sớm 2 giờ

nên ta có phương trình: $\frac{x}{x+14} = \frac{y-2}{y}$ (1)

Nếu vận tốc giảm đi 4km/h thì đến muộn 1 giờ nên ta có phương trình: $\frac{x}{x-4} = \frac{y+1}{y}$ (2)

$$\text{Từ (1)(2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{x}{x+14} = \frac{y-2}{y} \\ \frac{x}{x-4} = \frac{y+1}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = (y-2)(x+14) \\ xy = (x-4)(y+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = xy + 14y - 2x - 28 \\ xy = xy + x - 4y - 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 14y = 28 \\ x - 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 \\ y = 6 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy vận tốc dự định là 28km/h, thời gian dự định là 6 giờ.

Cách lập luận khác:

Gọi vận tốc dự định là x km/h, thời gian dự định là y giờ ($x, y > 0$)

Quãng đường AB là: xy km.

Nếu vận tốc tăng thêm 14km/h thì đến sớm 2 giờ nên ta có phương trình $(x+14)(y-2) = xy$ (1)



Nếu vận tốc giảm đi 4km/h thì đến muộn 1 giờ nên ta có phương trình: $(x-4)(y+1) = xy$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+14)(y-2) = xy \\ (x-4)(y+1) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 \\ y = 6 \end{cases}$$

Bài 13. Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 60km trong thời gian đã định. Sau khi đi được 40 phút thì gặp đường xấu nên vận tốc bị giảm 10km/h trên quãng đường còn lại. Do đó xe đến B chậm hơn dự định 40 phút. Tính vận tốc ban đầu của xe.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc ban đầu của xe là $x \text{ km/h}$ ($x > 0$)

Thời gian dự định đi hết AB là: $\frac{60}{x}$ giờ.

Thực tế đi:

Đi 40 phút được: $\frac{40}{60} \cdot x = \frac{2x}{3}$ km nên quãng đường còn lại là: $60 - \frac{2x}{3}$ km.

Thời gian đi quãng đường còn lại là: $\left(60 - \frac{2x}{3}\right) : (x-10) = \frac{180-2x}{3(x-10)}$ giờ.

Xe đến chậm hơn dự định 40 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{40}{60} + \frac{180-2x}{3(x-10)} - \frac{60}{x} = \frac{40}{60} \Leftrightarrow \frac{180-2x}{3(x-10)} - \frac{60}{x} \Leftrightarrow x(180-2x) = 180(x-10)$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 900 \Rightarrow x = 30 \text{ (vì } x > 0 \text{)}$$

Vậy vận tốc ban đầu của xe là 30 km/h.

Bài 14. Lúc 6h15' một xe máy đi từ A đến B với vận tốc 50km/h. Đến B nghỉ 1h30' rồi quay lại A với vận tốc 40km/h và về đến A lúc 14h30'. Tính quãng đường AB?

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là $x \text{ km}$. ($x > 0$)

Thời gian xe đi từ A đến B là: $\frac{x}{50}$ giờ.

Thời gian xe đi từ B về A là: $\frac{x}{40}$ giờ.



Tổng thời gian đi từ A đến B rồi từ B về A là: $14\text{h}30 - 6\text{h}15 = 8\text{h}15 = \frac{33}{4}$ giờ nên ta có phương

trình: $\frac{x}{50} + \frac{x}{40} + \frac{3}{2} = \frac{33}{4} \Rightarrow x = 150$ (tmđk)

Vậy quãng đường AB là 150 km.

Bài 15. Một xe máy đi từ A đến B dài 24km. Khi về thì tăng vận tốc thêm 4km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc lúc đi?

Hướng dẫn

Gọi vận tốc lúc đi là $x \text{ km/h}$ ($x > 0$)

Thời gian đi là: $\frac{24}{x}$ giờ.

Thời gian về là: $\frac{24}{x+4}$ giờ.

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x+4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 24 \cdot 2(x+4) - 24 \cdot 2x = x(x+4) \Leftrightarrow x^2 + 4x - 192 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \text{ (tm)} \\ x = -16 \text{ (L)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc lúc đi là 12 km/h.

Bài 16. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc dự định trong một thời gian dự định. Nếu ô tô tăng vận tốc thêm 3 km/h thì thời gian rút ngắn được 2 giờ so với dự định. Nếu ô tô giảm vận tốc đi 3 km/h thì thời gian đi tăng hơn 3 giờ so với dự định. tính độ dài quãng đường AB.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc dự định của ô tô là x (km/h, $x > 3$) và thời gian dự định đi từ A đến B là y (giờ, $y > 2$).

Khi đó quãng đường từ A đến B dài xy (km).

Nếu ô tô tăng vận tốc thêm 3 km/h thì vận tốc lúc đó là $x+3$ (km/h). khi đó thời gian đi sẽ là: $y-2$ (giờ).

Ta có phương trình: $(x+3)(y-2) = xy$ (1)

Tương tự nếu ô tô giảm vận tốc đi 3 km/h thì thời gian tăng 3 giờ nên ta có phương trình:

$(x-3)(y+3) = xy$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} (x+3)(y-2) = xy \\ (x-3)(y+3) = xy \end{cases}$$



Giải hệ ta được $\begin{cases} x=15 \\ y=12 \end{cases}$. Đối chiếu với điều kiện ta thấy thỏa mãn.

Vậy quãng đường AB dài là: $12 \cdot 15 = 180$ (km).

Bài 17. Một ô tô đi từ A đến B dài 100km. Khi về ô tô đi theo đường khác dài hơn 20km và mỗi giờ ô tô đi được nhiều hơn lúc đi 20km nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 10 phút. Tính vận tốc lúc đi và lúc về?

Hướng dẫn

Cách 1:

Gọi vận tốc lúc đi là x km/h. ($x > 0$). Thời gian đi là: $\frac{100}{x}$ giờ.

Vận tốc về là $x+20$ km/h nên thời gian về là: $\frac{120}{x+20}$ giờ.

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 10 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{x} - \frac{120}{x+20} = \frac{10}{60} \Leftrightarrow$$

Cách 2: Gọi vận tốc của ô tô lúc đi và lúc về lần lượt là x và y km/h ($0 < x < y$)

Vì vận tốc về lớn hơn vận tốc đi là 20km/h nên ta có phương trình: $y-x = 20$ (1)

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 10 phút nên ta có phương trình: $\frac{100}{x} - \frac{120}{y} = \frac{10}{60}$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} y-x=20 \\ \frac{100}{x} - \frac{120}{y} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

Bài 18. Một ô tô dự định đi từ A đến B dài 100km. Nhưng sau khi đi được $\frac{2}{5}$ đoạn đường thì dừng lại 30 phút. Vì vậy để đến B đúng dự định thì ô tô phải tăng vận tốc thêm 20km/h trên đoạn đường còn lại. Hỏi ban đầu ô tô định đi từ A đến B mất bao lâu?

Hướng dẫn

Gọi vận tốc dự định ô tô là x km/h.

Thời gian dự định là $\frac{100}{x}$ giờ.



đi $\frac{2}{5}$ quãng đường hết $\frac{40}{x}$ giờ. Thời gian đi quãng đường còn lại là: $\frac{60}{x+20}$

Vì ô tô đến đúng thời gian dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{x} = \frac{40}{x} + \frac{60}{x+20} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + 20x - 2400 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(tm) \\ x = -60(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc ô tô dự định là 40km/h

Bài 19. Một xe máy định đi từ A đến B với vận tốc 40km/h. Nhưng sau khi đi được một nửa đoạn đường thì dừng lại 15 phút. Vì vậy để đến B đúng dự định thì xe máy phải tăng vận tốc thành 50km/h. Tính quãng đường AB?

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km ($x > 0$)

Thời gian dự định là: $\frac{x}{40}$ giờ.

Thực tế: Đi nửa đường hết $\frac{x}{80}$ giờ.

Sau khi nghỉ 15 phút thì thời gian đi hết quãng đường còn lại là: $\frac{x}{100}$ giờ.

Vì xe đến đúng thời gian dự định nên ta có phương trình: $\frac{x}{40} = \frac{x}{80} + \frac{x}{100} + \frac{15}{60} \Leftrightarrow x = 100(tm)$

Vậy quãng đường AB là 100 km.

Bài 20. Một xe tải định đi từ A đến B với vận tốc 50km/h. Nhưng sau khi đi được 40km thì dừng lại 12 phút. Vì vậy để đến B đúng dự định thì xe tải phải tăng vận tốc thêm 10km/h trên đoạn đường còn lại. Tính quãng đường AB?

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km ($x > 0$)

Thời gian dự định đi hết AB là: $\frac{x}{50}$ giờ.

Thời gian đi 40km là: $\frac{50}{40} = \frac{5}{4}$ giờ.

Quãng đường còn lại là: $x - 40$ km. Thời gian đi hết quãng đường còn lại là: $\frac{x-40}{60}$ giờ.

Vì xe đến đúng giờ nên ta có phương trình: $\frac{x}{50} = \frac{5}{4} + \frac{12}{60} + \frac{x-40}{60} \Rightarrow x = 235(tm)$

Vậy quãng đường AB là 235 km.

Bài 21. Một xe con định đi từ A đến B với vận tốc 40km/h. Nhưng sau khi đi được 1h15' thì tăng vận tốc thêm 10km/h nên đã đến sớm hơn dự định 25 phút. Tính quãng đường AB?

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km ($x > 0$)

Thời gian dự định đi hết AB là: $\frac{x}{40}$ giờ

Quãng đường đi được sau 1h15 phút là: $\frac{40.5}{4} = 50km$

Quãng đường còn lại là: $(x - 50)$ km. Thời gian đi hết quãng đường còn lại là: $\frac{x-50}{50}$ giờ.

Vì xe đến sớm hơn dự định 25 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{40} - \frac{25}{60} = \frac{5}{4} + \frac{x-50}{50} \Rightarrow x = \frac{400}{3} km$$

Vậy quãng đường AB là: $x = \frac{400}{3} km$

Bài 22. Một ô tô dự định đi từ A đến B dài 100km. Nhưng sau khi đi được 1h thì xe dừng lại 30 phút. Vì vậy để đến B đúng dự định thì phải tăng vận tốc thêm 20km/h trên đoạn đường còn lại. Tính vận tốc ban đầu của ô tô.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc ban đầu của ô tô là x km/h ($x > 0$)

Thời gian dự định là: $\frac{100}{x}$ giờ.

Xe đi 1 giờ được x km, quãng đường còn lại là $(100 - x)$ km. Thời gian đi hết quãng đường còn lại là:

$\frac{100-x}{x+20}$ giờ. Vì xe đến B đúng dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{x} = 1 + \frac{30}{60} + \frac{100-x}{x+20} \Leftrightarrow x^2 + 60x - 4000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(tm) \\ x = -100(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của ô tô là 40km/h.



Bài 23. Một xe đạp đi từ A đến B gồm hai đoạn đường xấu và tốt với vận tốc lần lượt là 12km/h và 18km/h thì hết 5h. Tính quãng đường AB biết đoạn đường tốt gấp rưỡi đường xấu.

Hướng dẫn

Gọi quãng đường xấu là x km ($x > 0$). Quãng đường tốt là $1,5x$ km.

Thời gian đi quãng đường tốt là: $\frac{1,5x}{18}$ giờ.

Thời gian đi quãng đường xấu là: $\frac{x}{12}$

Vì thời gian đi hết quãng đường AB là 5 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{1,5x}{18} + \frac{x}{12} = 5 \Rightarrow x = 30(\text{tmdk})$$

Vậy quãng đường AB là: $30 + 1,5 \cdot 30 = 75$ km.

Bài 24. Hàng ngày Tuấn đi xe đạp đến trường với vận tốc 12 km/h. Sáng nay do dậy muộn, Tuấn xuất phát chậm 2 phút. Tuấn nhằm tính, để đến trường đúng giờ như hôm trước thì Tuấn phải đi với vận tốc 15 km/h. Tính quãng đường từ nhà Tuấn đến trường.

Hướng dẫn

Gọi quãng đường từ nhà tới trường là x km ($x > 0$).

Thời gian hàng ngày Tuấn đi là: $\frac{x}{12}$ giờ.

Thời gian hôm nay Tuấn đi là: $\frac{2}{60} + \frac{x}{15}$ giờ.

Ta có phương trình: $\frac{x}{12} = \frac{2}{60} + \frac{x}{15} \Leftrightarrow x = 2$ km(tmdk)

Vậy.....

Bài 25. Một người đi xe máy từ thành phố Thanh Hoá và thành phố Vinh. Nếu chạy với vận tốc 25 km/h thì sẽ muộn so với dự định là 2 giờ. Nếu chạy với vận tốc 30 km/h và giữa đường nghỉ 1 giờ thì cũng muộn mất 2 giờ. Hỏi để đến nơi đúng giờ mà dọc đường không nghỉ thì xe phải chạy mỗi giờ bao nhiêu kilômet?

Hướng dẫn

Gọi thời gian dự định là x giờ ($x > 0$).

Thời gian đi lần 1 là $(x + 2)$ giờ. Quãng đường đi được là $25(x + 2)$ km.



Lần thứ 2 đi hết $(x+1)$ giờ (vì nghỉ 1 giờ) và quãng đường đi được là: $30(x+1)$ km.

Vì quãng đường không đổi nên $25(x+2) = 30(x+1) \Leftrightarrow x = 4$ (tmdk)

Quãng đường là 150km , vận tốc dự định là $150:2 = 37,5$ km.

Bài 26. Quãng đường AD dài 9 km, gồm đoạn AB lên dốc, đoạn BC nằm ngang, đoạn CD xuống dốc. Một người đi bộ từ A đến D rồi quay trở về A hết tất cả 3 giờ 41 phút. Tính quãng đường BC, biết vận tốc lúc lên dốc của người đó là 4 km/h, lúc xuống dốc là 6 km/h và lúc đi trên đường nằm ngang là 5 km/h.

Hướng dẫn

Gọi 3 quãng đường là x, y, z ($x, y, z > 0$) . Ta có: $x + y + z = 9$ km. (1)

Thời gian lượt đi là: $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{z}{6}$ (giờ). Thời gian lượt về là: $\frac{x}{6} + \frac{y}{5} + \frac{z}{4}$ (giờ).

Tổng thời gian đi là 3h41 phút = $\frac{221}{60}$ (giờ) nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{z}{6} + \frac{x}{6} + \frac{y}{5} + \frac{z}{4} = \frac{221}{60} \text{ hay } 25x + 24y + 25z = 221 \text{ (2).}$$

Nhân 2 vế của (1) với 25 ta được: $25x + 25y + 25z = 225$ (3).

Lấy (3) – (2) theo vế ta được $y = 4$ km

Bài 27. Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4km và đoạn xuống dốc dài 5km. Một người đạp xe từ A đến B hết 40 phút và từ B về A hết 41 phút. Tính vận tốc lúc lên dốc và xuống dốc

Hướng dẫn

Gọi vận tốc lên dốc và vận tốc xuống dốc lần lượt là x và y km/h. ($x, y > 0$)

$$\text{Thời gian đi từ A đến B là: } \frac{4}{x} + \frac{5}{y} = \frac{40}{60} \text{ (1)}$$

$$\text{Thời gian đi từ B về A là: } \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{41}{60} \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1)(2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{5}{y} = \frac{40}{60} \\ \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{41}{60} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 15 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$



Vận tốc lên dốc là 12km/h, vận tốc xuống dốc là 15km/h.

Bài 28. Một xe máy đi từ A lúc 7h sáng và đến B với vận tốc 30km/k. Đến B xe nghỉ 1h rồi quay về A với vận tốc tăng thêm 10km/h so với lúc đi và đến A lúc 15h chiều cùng ngày. Tính AB

Hướng dẫn

Gọi quãng đường $AB = x \text{ km}$, $x > 0$

Thời gian xe máy đi là đi: $\frac{x}{30}$ giờ.

Thời gian xe máy về là: $\frac{x}{40}$ giờ.

Tổng thời gian xe máy đi (cả thời gian nghỉ) là: 15 giờ - 7 giờ = 8 giờ.

Ta có phương trình: $\frac{x}{30} + \frac{x}{40} + 1 = 8h \Rightarrow x = 120 \text{ (tmđk)}$

Vậy quãng đường $AB = 120\text{km}$.

Bài 29. Một xe máy đi quãng đường $AB = 60\text{km}$ trong một thời gian nhất định, Xe đi nửa quãng đường đầu với vận tốc lớn hơn vận tốc dự định 10km/h, nửa quãng đường sau với vận tốc kém hơn vận tốc dự định 6km/h và xe vẫn đến đúng thời gian dự định. Tìm vận tốc dự định ?

Hướng dẫn

Gọi vận tốc dự định của xe máy là $x \text{ km/h}$ ($x > 6$)

Thời gian dự định đi hết AB là: $\frac{60}{x}$ giờ.

Thực tế đi: Thời gian đi hết nửa quãng đường đầu là: $\frac{30}{x+10}$ giờ.

Thời gian đi hết nửa quãng đường sau là: $\frac{30}{x-6}$ giờ. Vì xe đến đúng thời gian dự định nên ta có

phương trình: $\frac{60}{x} = \frac{30}{x+10} + \frac{30}{x-6} \Leftrightarrow \frac{2}{x} = \frac{1}{x+10} + \frac{1}{x-6} \Leftrightarrow 2(x-6)(x+10) = x(x-6) + x(x+10)$

$\Leftrightarrow x = 30 \text{ (tmđk)}$.

Vậy vận tốc dự định xe máy là 30 km/h.

Bài 30. Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 40km/h. Lúc đầu đi với vận tốc đó, sau khi

còn 60km nữa thì được nửa quãng đường AB thì người lái xe tăng vận tốc thêm 10km/h trên đoạn còn lại nên đến sớm hơn dự định 1h. Tính AB.

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km ($x > 60$)

Thời gian dự định đi hết AB là: $\frac{x}{40}$ giờ.

Thời gian thực tế đi hết AB là: $\frac{\frac{x}{2} - 60}{40} + \frac{\frac{x}{2} + 60}{50}$ giờ.

Vì xe đến sớm hơn dự định 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{40} - \left(\frac{\frac{x}{2} - 60}{40} + \frac{\frac{x}{2} + 60}{50} \right) = 1 \Rightarrow x = 280 \text{ (tmdk)}. \text{ Vậy quãng đường AB là } 280 \text{ km.}$$

Bài 31. Một người đi từ A đến B với $v = 9$ km/h, đi về đi đường dài hơn đường cũ 6km và đi với vận tốc là 12km/h nên đi về ít hơn 20 phút. Tính AB

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km ($x > 0$).

Thời gian lượt đi là: $\frac{x}{9}$ giờ.

Thời gian lượt về là: $\frac{x+6}{12}$ giờ.

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi 20 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{9} - \frac{x+6}{12} = \frac{20}{60} \Rightarrow x = 30 \text{ (tmdk)}$$

Vậy quãng đường AB là: 30km

Bài 32. Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 25km/h. Lúc về người đó đi với vận tốc 30km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính quãng đường AB?

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km ($x > 0$)

Thời gian người đi xe máy đi từ A đến B là: $\frac{x}{25}$ giờ.



Thời gian xe máy từ B về A là $\frac{x}{30}$ giờ.

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 20 phút nên ta có phương trình: $\frac{x}{25} - \frac{x}{30} = \frac{20}{60} \Leftrightarrow x = 50$ (tmdk)

Vậy quãng đường AB là 50 km.

Bài 33. Một xe ô-tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 48km/h. Sau khi đi được 1 giờ thì xe bị hỏng phải dừng lại sửa 15 phút. Do đó để đến B đúng giờ dự định ô-tô phải tăng vận tốc thêm 6km/h. Tính quãng đường AB ?

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km ($x > 0$)

Thời gian dự định đi từ A đến B là: $\frac{x}{48}$ giờ.

Đi 1 giờ xe đi được 48km, quãng đường còn lại là $x - 48$ km.

Thời gian đi trên quãng đường còn lại là: $\frac{x-48}{54}$ giờ.

Vì xe đến đúng giờ nên ta có phương trình: $\frac{x}{48} = 1 + \frac{x-48}{54} + \frac{15}{60} \Rightarrow x = 156$

Vậy quãng đường AB là 156km.

Bài 34. Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 45km/h. Sau khi đi được nửa quãng đường theo dự định người đó nghỉ 12 phút để sửa xe. Do đó để đến B đúng giờ người đó phải tăng vận tốc 50km/h. Tính AB.

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km ($x > 0$)

Thời gian dự định đi là: $\frac{x}{45}$ giờ.

Thực tế: Xe đi nửa quãng đường đầu hết $\frac{x}{2} : 45 = \frac{x}{90}$ giờ.

Xe nghỉ 12 phút = $\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$ giờ.

Xe đi nửa quãng đường còn lại hết $\frac{x}{2} : 50 = \frac{x}{100}$ giờ. Vì xe đến đúng giờ nên ta có phương trình:



$$\frac{x}{90} + \frac{1}{5} + \frac{x}{100} = \frac{x}{45} \Rightarrow x = 180(\text{tmdk})$$

Vậy quãng đường AB là 180 km.

Bài 35. Một ô tô đi từ tỉnh A đến tỉnh B với một vận tốc xác định. Nếu vận tốc tăng thêm 20 km/h thì thời gian sẽ giảm đi 1 giờ, nếu vận tốc giảm bớt 10 km/h thì thời gian đi tăng thêm 1 giờ. Tính vận tốc và thời gian đi của ô tô.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc ô tô là x km/h; thời gian ô tô đi là t giờ ($x > 10$; $y > 1$)

Quãng đường AB là xt km.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+20)(t-1) = xt \\ (x-10)(t+1) = xt \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xt - x + 20t - 20 = xt \\ xt + x - 10t - 10 = xt \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + 20t = 20 \\ x - 10t = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ t = 3 \end{cases}$$

Vậy

Bài 36. Một ô tô đi từ tỉnh A đến tỉnh B trong một thời gian định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10km thì đến B sớm hơn 1 giờ. Nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ 10km thì đến B chậm 5 giờ. Tính vận tốc và thời gian dự định?

Hướng dẫn

Tương tự bài trên: Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x+10)(t-1) = xt \\ (x-10)(t+5) = xt \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xt - x + 10t - 10 = xt \\ xt + 5x - 10t - 50 = xt \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 10t = 10 \\ 5x - 10t = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ t = 2,5 \end{cases} \cdot \text{Vậy: } \dots\dots\dots$$

Bài 37. Một ô tô đi từ A vào tới bên B lúc 12 giờ trưa , nếu xe chạy với vận tốc 35km/h thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với dự định nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì sẽ đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định .Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm xuất phát của ô tô tại A ?

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km và vận tốc chuyển động là y km / h . Nếu xe chạy với vận tốc 35km/h

thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với dự định: $\frac{x}{35} = y + 2$



nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì sẽ đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định: $\frac{x}{50} = y - 1$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{x}{35} = y + 2 \\ \frac{x}{50} = y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{350} = 3 \\ \frac{x}{35} = y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 350 \\ y = 8 \end{cases}$$

Vậy quãng đường AB là 350 km và thời gian xuất phát tại A là 4h sáng

Bài 38. Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc 50km/h, rồi đi tiếp BC với vận tốc 45km/h biết tổng chiều dài quãng đường AB và BC là 165 km và thời gian ô tô đi quãng đường AB ít hơn thời gian quãng đường BC là 30 phút. Tính thời gian ô tô đi trên quãng đường AB và BC.

Hướng dẫn

Gọi thời gian ô tô đi quãng đường AB là x (h) và thời gian đi trên quãng đường BC là y (h)

Tổng chiều dài quãng đường AB và BC là 165 km: $50x + 45y = 165$ và thời gian ô tô đi quãng đường

AB ít hơn thời gian quãng đường BC là 30 phút nên ta có $x = y - \frac{1}{2}$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 50x + 45y = 165 \\ x = y - \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 50x + 45y = 165 \\ 50x - 50y = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - \frac{1}{2} \\ 95y = 190 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy thời gian ô tô đi trên quãng đường AB và BC lần lượt là 1,5(h) và 2(h)

Bài 39. Hai xe khởi hành cùng một lúc từ hai địa điểm A và B cách nhau 130km và gặp nhau 2 giờ Tính vận tốc của mỗi xe biết xe đi từ B có vận tốc nhanh hơn xe đi từ A là 5 km/h.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc xe đi từ A là x km/h và vận tốc xe đi từ B là y km/h

Theo bài ra quãng đường AB là cách nhau 130 km và sau 2h thì gặp nhau nên ta có: $x + y = \frac{130}{2} = 65$

Và vận tốc xe đi từ B nhanh hơn xe đi từ A là 5 km/h nên ta có: $y - x = 5$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} y - x = 5 \\ y + x = 65 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 70 \\ y + x = 65 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 35 \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe đi từ A đến B là 30 km/h và vận tốc xe đi từ B đến A là 35 km/h

Bài 40. Một ô tô đi từ A đến B dài 120km trong một thời gian dự định. Sau khi đi được nửa quãng đường xe tăng vận tốc thêm 10km/h nên đến B sớm hơn dự định 12 phút. Tính vận tốc dự định.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc dự định là x km/h ($x > 0$). Thời gian dự định là: $\frac{120}{x}$ giờ.

Thực tế: Thời gian xe đi nửa quãng đường đầu là: $\frac{60}{x}$ giờ.

Nửa quãng đường sau xe đi với vận tốc $(x + 10)$ km/h nên thời gian xe đi nửa quãng đường sau là:

$\frac{60}{x+10}$ giờ. Vì xe đến sớm hơn dự định 12 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} - \left(\frac{60}{x} + \frac{60}{x+10} \right) = \frac{12}{60} \Leftrightarrow \frac{60}{x} - \frac{60}{x+10} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 (tm) \\ x = -60 (L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc dự định là 50 km/h.

Bài 41. Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến B chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc đầu.

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km và thời gian dự định đi lúc đầu là y giờ ($x, y > 0$)

Xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến B chậm mất 2 giờ nên ta có phương trình: $35(y + 2) = x$ (1)

Xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ nên ta có phương trình: $50(y - 1) = x$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 35(y + 2) = x \\ 50(y - 1) = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 350 \\ y = 8 \end{cases} (tmđk)$

Vậy quãng đường AB là 350 km và thời gian dự định đi hết là 8 giờ.

Bài 42. Một ô tô dự định đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến B chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ. Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm xuất phát của ô tô tại A.

Hướng dẫn

Tương tự bài trên, ta tìm được $AB = 350$ km và thời gian xe dự định đi hết AB là 8 giờ.

Vậy thời điểm xuất phát của ô tô tại A là 4 giờ sáng.

Bài 43. Một ô tô đi quãng đường AC dài 195 km gồm hai đoạn đường: đoạn đường nhựa AB và đoạn đường đá BC. Biết thời gian ô tô đi trên đường nhựa là 2 giờ 15 phút, thời gian ô tô đi

trên đường đá là 1 giờ 30 phút và vận tốc ô tô đi trên đường nhựa lớn hơn đi trên đường đá là 20 km/h. Tính vận tốc ô tô đi trên mỗi đoạn đường.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc ô tô trên đoạn đường nhựa AB là x km/h.

Vận tốc ô tô trên đoạn đường đá là y km/h ($x, y > 0$). Đòi $2h15 = \frac{9}{4}h; 1h30 = \frac{3}{2}h$

Quãng đường nhựa AB là: $\frac{9}{4}x$ km.

Quãng đường đá BC là: $\frac{3}{2}y$ km.

Vì quãng đường AC dài 195 km nên ta có phương trình: $\frac{9}{4}x + \frac{3}{2}y = 195$ (1)

Vì vận tốc ô tô trên đoạn đường nhựa lớn hơn vận tốc ô tô trên đoạn đường đá là 20 km/h nên ta có phương trình: $x - y = 20$ (2). Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{9}{4}x + \frac{3}{2}y = 195 \\ x - y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 40 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy vận tốc ô tô trên đoạn đường nhựa AB là 69km/h, vận tốc trên đoạn đường đá là 40km/h.

Bài 44. Một người đi xe đạp từ A và dự định đến B vào một giờ đã định. Khi còn cách B 30 km, người đó thấy rằng sẽ đến B muộn nửa giờ nếu giữ nguyên vận tốc đang đi; Do đó, người đó tăng vận tốc thêm 5 km/h và đến B sớm hơn nửa giờ so với dự định. Tính vận tốc lúc đầu của người đi xe đạp.

Hướng dẫn

Cách 1:

Gọi vận tốc lúc đầu của người đi xe đạp là x km/h. ($x > 0$). Thời gian từ A đến lúc bắt đầu tăng tốc là y giờ.

Thời gian đi hết 30km là: $\frac{30}{x}$ giờ nên thời gian đi hết AB là: $y + \frac{30}{x}$ giờ

Vì người đó đến B muộn mất nửa giờ nên thời gian dự định đi hết AB là: $y + \frac{30}{x} - \frac{1}{2}$ giờ (1)

Nếu người đó tăng tốc 5km/h ở 30km còn lại thì thời gian đi hết quãng đường AB là:

$y + \frac{30}{x+5}$ giờ. Vì người đó đến B sớm hơn dự định nửa giờ nên thời gian dự định là: $y + \frac{30}{x+5} + \frac{1}{2}$ giờ

(2). Vì thời gian dự định không thay đổi nên từ (1)(2) ta có phương trình:



$$y + \frac{30}{x} - \frac{1}{2} = y + \frac{30}{x+5} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{30}{x} = \frac{30}{x+5} + 1 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 150 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(tm) \\ x = -15(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc lúc đầu của người đi xe đạp là 10 km/h.

Cách 2:

Gọi vận tốc lúc đầu của người đi xe đạp là x km. thời gian đi hết quãng đường 39km là y giờ ($x, y > 0$) . Ta có: $xy = 30$ km (1)

Trên 30km đó, nếu người đó giữ nguyên vận tốc thì đến muộn 30 phút, nếu tăng vận tốc 5km/h thì đến sớm hơn 30 phút. Tức là nếu tăng vận tốc 5km/h thì đến sớm hơn 1 giờ . Mà vận tốc và thời gian

là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có phương trình: $\frac{x}{x+5} = \frac{y-1}{y} \Leftrightarrow xy = (x+5)(y-1)$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} xy = 30 \\ xy = (x+5)(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 30 \\ -x + y - 5 = 0 \end{cases}$$

Dùng phương pháp thế giải được: $x = 10$ (chú ý loại nghiệm)

Vậy vận tốc lúc đầu của người đi xe đạp là 10 km/h.

Bài 45. Một ô tô đi quãng đường dài 150 km với vận tốc dự định. Nhưng khi đi được 2/3 quãng đường xe bị hỏng máy phải dừng lại 15 phút. Để đến đúng giờ dự định xe phải tăng vận tốc thêm 10km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc ô tô dự định đi.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc ô tô dự định là x km/h ($x > 0$)

Thời gian dự định là: $\frac{150}{x}$ giờ.

Thời gian đi hết 2/3 quãng đường là: $\frac{2}{3} \cdot \frac{150}{x} = \frac{100}{x}$ giờ.

Thời gian đi hết 1/3 quãng đường còn lại là: $\frac{50}{x+10}$ giờ. Vì xe đến đúng giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{150}{x} = \frac{100}{x} + \frac{15}{60} + \frac{50}{x+10} \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x - 500 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(tm) \\ x = -50(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc ô tô dự định là 40km/h.

Bài 46. Chu vi bánh xe lớn của một đầu máy xe lửa là 5,6 m và của bánh xe nhỏ là 2,4 m. Khi xe chạy từ ga A đến ga B thì bánh nhỏ đã lăn nhiều hơn bánh lớn là 4000 vòng. Tính quãng đường AB.

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x mét ($x > 0$).

Số vòng lăn của bánh xe lớn là: $\frac{x}{5,6}$ vòng

Số vòng lăn của bánh xe nhỏ là: $\frac{x}{2,4}$ vòng

Khi xe chạy từ ga A đến ga B thì bánh nhỏ đã lăn nhiều hơn bánh lớn là 4000 vòng nên ta có phương

$$\text{trình: } \frac{x}{2,4} - \frac{x}{5,6} = 4000 \Rightarrow x = 16800m$$

2. BÀI TOÁN HAI CHUYỂN ĐỘNG CÙNG CHIỀU:

Bài 47. Hai người đi từ A đến B, vận tốc người thứ nhất là 40km/h, vận tốc người thứ 2 là 25km/h. Để đi hết quãng đường AB, người thứ nhất cần ít hơn người thứ 2 là 1h 30 phút. Tính quãng đường AB?

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km ($x > 0$) Các em lập luận được phương trình:

$$\frac{x}{25} - \frac{x}{40} = 1,5 \Rightarrow x = 100(\text{tmđk})$$

Vậy quãng đường AB là 100km.

Bài 48. Lúc 7 giờ một người đi xe máy khởi hành từ A với vận tốc 30km/giờ. Sau đó một giờ, người thứ hai cũng đi xe máy từ A đuổi theo với vận tốc 45km/giờ. Hỏi đến mấy giờ người thứ hai mới đuổi kịp người thứ nhất? Nơi gặp nhau cách A bao nhiêu km.?

Hướng dẫn

Gọi thời gian người thứ hai bắt đầu đi đến lúc đuổi kịp người thứ nhất là x giờ ($x > 0$)

Quãng đường người thứ hai đi được là: $45x$ km.

Quãng đường người thứ nhất đi được là: $30(1+x)$ km.

Hai xe gặp nhau thì quãng đường đi được bằng nhau nên ta có phương trình:

$$45x = 30(1+x) \Leftrightarrow x = 2 (\text{tmđk})$$

Vậy hai xe gặp nhau lúc 10 giờ.

Nơi gặp nhau cách A là: $45.2 = 90$ km.



Bài 49. Lúc 7 giờ, một người đi xe máy khởi hành từ A với vận tốc 40km/h. Sau đó lúc 8 giờ 30 phút, một người khác cũng đi xe máy từ A đuổi theo với vận tốc 60km/h. Hỏi hai người gặp nhau lúc mấy giờ?

Hướng dẫn

Gọi thời gian từ lúc 8h30 đến lúc hai người gặp nhau là x giờ ($x > 0$)

Quãng đường đi được của người thứ nhất đến lúc gặp nhau là: $40(1,5 + x)$ km.

Quãng đường người thứ hai đi được là: $60x$ km.

Hai người đi cùng chiều, cùng xuất phát từ A khi gặp nhau thì quãng đường đi được bằng nhau nên ta có phương trình: $40(1,5 + x) = 60x \Leftrightarrow x = 3$ (tmdk)

Vậy hai người gặp nhau lúc $8h30 + 3h = 11h30$.

Bài 50. Một xe máy đi từ A đến B với vận tốc 40km/h. Sau đó 1h30' có một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 60km/h. Hỏi sau bao lâu kể từ khi xe máy xuất phát thì hai xe gặp nhau và điểm gặp nhau cách A bao xa?

Hướng dẫn

Gọi thời gian từ lúc ô tô đi đến khi hai xe gặp nhau là x giờ ($x > 0$).

Quãng đường xe máy đi được là: $40(1,5 + x)$ km.

Quãng đường xe ô tô đi được là: $60x$ km.

Hai xe gặp nhau thì quãng đường đi được bằng nhau nên ta có phương trình:

$60x = 40(1,5+x) \Rightarrow x = 3$ (tmdk). Vậy sau 4,5 giờ kể từ khi xe máy xuất phát thì hai xe gặp nhau, điểm gặp nhau cách A là: $40(1,5 + 3) = 180$ km.

Bài 51. Ga xe lửa Sài Gòn cách ga Dầu giây 65 km xe khách ở Sài Gòn , xe tải ở Dầu giây đi ngược chiều nhau và xe khách khởi hành sau xe tải 36 phút , sau khi xe khách khởi hành 24 phút thì gặp xe tải . Nếu hai xe khởi hành đồng thời và cùng đi Hà Nội (cùng chiều) thì sau 13 giờ hai xe gặp nhau . Tính vận tốc của mỗi xe biết rằng ng xe khách đi nhanh hơn xe tải

Hướng dẫn

Gọi vận tốc xe khách là x km/h và vận tốc tải là y km/h với $x > y > 0$

Quãng đường xe khách đi sau 24 phút là $\frac{2}{5}x$ và quãng đường xe tải đi sau 60 phút là y km



Khi đó $\frac{2}{5}x + y = 65$ và nếu hai xe khởi hành đồng thời và cùng đi Hà Nội (cùng chiều) thì sau 13 giờ

hai xe gặp nhau: $x - y = 5$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y = 5 \\ \frac{2}{5}x + y = 65 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7}{5}x = 70 \\ x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 45 \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe khách là 50(km/h) và vận tốc 45(km/h)

Bài 52. Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A để đi đến B. Biết vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc xe khách là 20km/h. Do đó xe du lịch đến B trước xe khách 50 phút. Tính vận tốc mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100km?

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của xe khách là x, vận tốc xe du lịch là y (km/h); $x, y > 0$

Vì vận tốc xe du lịch lớn hơn vận tốc xe khách là 20km/h nên ta có phương trình: $y - x = 20$ (1)

Thời gian xe khách đi từ A đến B là: $\frac{100}{x}$ giờ.

Thời gian xe du lịch đi từ A đến B là: $\frac{100}{y}$ giờ.

Vì xe du lịch đến B trước xe khách 50 phút nên ta có phương trình: $\frac{100}{x} - \frac{100}{y} = \frac{50}{60}$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} y - x = 20 \\ \frac{100}{x} - \frac{100}{y} = \frac{5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 20 \\ \frac{100}{x} - \frac{100}{x + 20} = \frac{5}{6} \end{cases} (*)$$

Giải (*) $\Leftrightarrow 100.6(x + 20) - 100.6x = 5x(x + 20) \Leftrightarrow 5x^2 + 100x - 12000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(m) \\ x = -60(L) \end{cases}$

Vậy vận tốc xe khách là 40 km/h, vận tốc xe du lịch là 60km/h.

Bài 53. Hai người đi xe đạp cùng xuất phát một lúc từ A đến B. Người thứ nhất mỗi giờ đi được nhiều hơn người thứ hai 3km nên đến B sớm hơn người thứ hai 30 phút. Tính vận tốc của mỗi người, biết rằng quãng đường từ A đến B dài 30km.

Hướng dẫn



Gọi vận tốc người thứ nhất là x km/h, vận tốc người thứ hai là y km/h ($x > y > 3$)

Vì người thứ nhất mỗi giờ đi được nhiều hơn người thứ hai 3km nên $x - y = 3$ (1)

Thời gian người thứ nhất đi hết quãng đường AB là: $\frac{30}{x}$ giờ.

Thời gian người thứ hai đi hết quãng đường AB là: $\frac{30}{y}$ giờ.

Vì người thứ nhất đến B sớm hơn người thứ hai 30 phút nên ta có phương trình: $\frac{30}{y} - \frac{30}{x} = \frac{1}{2}$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ \frac{30}{y} - \frac{30}{x} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ \frac{30}{y} - \frac{30}{y+3} = \frac{1}{2} \end{cases} (*)$$

$(*) \Leftrightarrow 30.2(y+3) - 30.2y = y(y+3) \Leftrightarrow y^2 + 3y - 180 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12(tm) \\ y = -15(L) \end{cases}$

Vậy vận tốc người thứ hai là 12 km/h, vận tốc người thứ nhất là 15 km/h.

Bài 54. Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 50km. Sau đó 1 giờ 30 phút, một người đi xe máy cũng đi từ A và đến B sớm hơn 1 giờ. Tính vận tốc mỗi xe, biết rằng vận tốc xe máy gấp 1,5 lần vận tốc xe đạp.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc xe đạp là x km/h ($x > 0$). Vận tốc xe máy là $1,5x$ km/h.

Xe máy đi sau xe đạp 1h30 mà lại đến trước một giờ, nên nếu hai xe cùng xuất phát thì xe máy đến sớm hơn 2h30 phút.

Thời gian xe đạp đi hết quãng đường AB là: $\frac{50}{x}$ giờ

Thời gian xe máy đi hết quãng đường AB là: $\frac{50}{1,5x}$ giờ.

Ta có phương trình: $\frac{50}{x} - \frac{50}{1,5x} = 2,5 \Leftrightarrow x = \frac{20}{3}$ (tmdk)

Vậy vận tốc người đi xe đạp là $\frac{20}{3}$ km/h, vận tốc người đi xe máy là 10km/h.

Bài 55. Hai ô tô cùng khởi hành 1 lúc từ 2 tỉnh A và B cách nhau 400 km đi ngược chiều và gặp nhau sau 5h. nếu vận tốc của mỗi xe vẫn không thay đổi nhưng xe đi chậm xuất phát trước xe kia 40 phút thì 2xe gặp nhau sau 5h 22phút kể từ lúc xe chậm khởi hành Tính vận tốc của mỗi xe

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của xe nhanh là x km/h

gọi vận tốc của xe chậm là y km/h, ($x, y > 0$)

Hai xe cùng khởi hành 1 lúc và đi ngược chiều sau 5h gặp nhau nên ta có phương trình

$$5(x + y) = 400 \quad (1)$$

Thời gian xe đi chậm hết 5h22 phút = $161/30$

Thời gian xe đi nhanh hết

$$161/30 - 2/3 = 141/30 \text{ giờ}$$

Vì xe đi chậm xuất phát trước $40' = 40/60 = 2/3$ h

Quãng đường xe đi chậm là $\frac{161}{30y}$

Quãng đường xe đi nhanh là $\frac{141}{30x}$

$$\text{Cả 2 xe đi được } \frac{161}{30y} + \frac{141}{30x} = 400 \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 5(x + y) = 400 \\ \frac{141x}{30} + \frac{161y}{30} = 400 \end{cases}$$

$$\text{Từ (2)} \quad 141x + 161y = 1200 \quad (3)$$

$$\text{Từ (1)} \quad x + y = 80 \quad (4)$$

Giải hệ được $x = 44; y = 36$

Vậy vận tốc của xe nhanh là 44km/h xe chậm là 36km/h

Bài 56. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc trên quãng đường AB dài 120km. Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai là 10km nên đến B trước ô tô thứ hai là $\frac{2}{5}$ giờ. Tính vận tốc của mỗi ô tô?

Hướng dẫn

Cách 1: Gọi vận tốc ô tô thứ nhất là x km/h ($x > 0$). Vận tốc ô tô thứ hai là $x + 10$ km/h.

Thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường AB là: $\frac{120}{x}$ giờ

Thời gian ô tô thứ hai đi hết quãng đường AB là: $\frac{120}{x+10}$ giờ.



Vì ô tô thứ hai đến B sớm hơn $\frac{2}{5}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+10} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 (tm) \\ x = -60 (L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc ô tô thứ nhất là 50 km/h, vận tốc ô tô thứ hai là 60km/h.

Cách 2: Lập hệ phương trình:
$$\begin{cases} y - x = 10 \\ \frac{120}{x} - \frac{120}{y} = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 60 \end{cases}$$

Bài 57. Một ô tô và một xe máy cùng xuất phát từ A đi đến B với vận tốc lần lượt là 60km/h và 40km/h. Ô tô đi đến B nghỉ 15 phút rồi quay lại A thì gặp xe máy tại điểm cách B 18km. Tính quãng đường AB?

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km ($x > 0$)

Tổng thời gian ô tô đi là: $\frac{x}{60} + \frac{15}{60} + \frac{18}{60}$ giờ.

Quãng đường xe máy đi là $(x - 18)$ km nên thời gian xe máy đi là $\frac{x-18}{40}$ giờ.

Hai xe cùng xuất phát gặp nhau thì thời gian đi được bằng nhau nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{60} + \frac{15}{60} + \frac{18}{60} = \frac{x-18}{40} \Rightarrow x = 120 (tmđk)$$

Vậy quãng đường AB là 120 km.

Bài 58. lúc 6h một xe máy khởi hành từ A đến B , sau 2h ô tô cũng xuất phát từ A đến B với vận tốc lớn hơn xe máy 30km/h. Hai xe cùng đến B vào 10h30 . Tính vận tốc xe máy và quãng đường AB.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc xe máy là x km/h ($x > 0$). Vận tốc ô tô là $(x + 30)$ km/h.

Thời gian xe máy đi là: $(10h30 - 6h) = 4,5$ giờ

Thời gian ô tô đi là: $4,5$ giờ - 2 giờ = $2,5$ giờ.

Hai xe cùng đến B nên quãng đường đi được bằng nhau, ta có phương trình:

$$4,5x = 2,5(x + 30) \Leftrightarrow x = 37,5 (tmđk)$$

Vận tốc của xe máy là: 37,5 km/h.

Quãng đường AB là: $27,5 \cdot 4,5 = 168,75$ km.

Bài 59. Một xe đạp khởi hành từ điểm A, chạy với vận tốc 20 km/h. Sau đó 3 giờ, một xe hơi đuổi theo với vận tốc 50 km/h. Hỏi xe hơi chạy trong bao lâu thì đuổi kịp xe đạp?

Hướng dẫn

Gọi thời gian xe hơi đuổi kịp xe đạp là x giờ ($x > 0$).

Quãng đường xe đạp đi được là: $20(3 + x)$ km.

Quãng đường xe hơi đi được là: $50x$ km. Hai xe gặp nhau thì quãng đường đi được bằng nhau nên ta có phương trình: $20(x + 3) = 50x \Leftrightarrow x = 2$ (tmđk)

Vậy xe hơi chạy trong 2 giờ thì đuổi kịp xe đạp

Bài 60. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc để đi từ Huế và Đà Nẵng. Vận tốc xe thứ nhất là 40 km/h, vận tốc xe thứ hai là 60 km/h. Xe thứ hai đến Đà Nẵng nghỉ nửa giờ rồi quay lại Huế thì gặp xe thứ nhất ở cách Đà Nẵng 10 km. Tính quãng đường Huế - Đà Nẵng.

Hướng dẫn

Gọi quãng đường là x km ($x > 0$).

Thời gian xe thứ 2 đi là: $\frac{x}{60} + \frac{1}{2} + \frac{10}{60}$ giờ

Khi hai người gặp nhau, người thứ nhất đi được $(x - 10)$ km nên thời gian người thứ nhất đi được là:

$\frac{x - 10}{40}$ giờ.

Hai người khởi hành cùng lúc, khi gặp nhau thì thời gian đi như nhau nên ta có phương trình:

$\frac{x}{60} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{x - 10}{40}$ suy ra $x = 110$ km. (tmđk)

Vậy quãng đường Huế - Đà Nẵng là 110 km.

Bài 61. Một ô tô đi từ A đến B. Cùng một lúc, một ô tô khác đi từ B đến A với vận tốc bằng $\frac{2}{3}$ vận tốc ô tô thứ nhất. Sau 5 giờ chúng gặp nhau. Hỏi mỗi ô tô đi cả quãng đường AB mất bao lâu?

Hướng dẫn

Gọi thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường AB là x giờ ($x > 5$).



Vận tốc xe ô tô thứ nhất là $\frac{AB}{x}$ (km/h)

Vận tốc xe ô tô thứ hai là $\frac{2}{3} \cdot \frac{AB}{x}$ (km/h)

Sau 5 giờ hai xe gặp nhau, nghĩa là tổng quãng đường hai xe đi được bằng quãng đường AB, ta có

$$\text{phương trình: } 5 \cdot \frac{AB}{x} + 5 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{AB}{x} = AB$$

$$\Leftrightarrow 5 \cdot \frac{1}{x} + \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow \frac{25}{3} \cdot \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3} \text{ (thỏa mãn điều kiện } x > 5)$$

Thời gian ô tô thứ hai đi hết quãng đường AB là: $\frac{2AB}{3x} = \frac{3x}{2} = \frac{3 \cdot \frac{25}{3}}{2} = 12\frac{1}{2}$.

Vậy thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường AB là $8\frac{1}{3}$ giờ, thời gian xe thứ hai đi hết quãng đường AB là 12 giờ 30 phút.

Bài 62. Một ô tô tải đi từ A đến B với vận tốc 45km/h. sau 1 giờ 30 phút thì một xe con cũng xuất phát đi từ A đến B với vận tốc 60km/h và đến B cùng lúc với xe tải. Tính quãng đường AB.

Hướng dẫn

Gọi độ dài quãng đường AB là x (đơn vị km, $x > 0$)

Thời gian ô tô tải đi từ A đến B là $\frac{x}{45}$ (giờ)

Thời gian xe con đi từ A đến B là $\frac{x}{60}$ (giờ)

Vì xe con xuất phát sau xe tải 1 giờ 30 phút = $\frac{3}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{45} - \frac{x}{60} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{180} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = 270 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy độ dài quãng đường AB là 270km.

Bài 63. Hai người đi xe đạp xuất phát cùng một lúc đi từ A đến B. vận tốc của họ hơn kém nhau 3km/h nên đến B sớm muộn hơn nhau 30 phút. Tính vận tốc của mỗi người, biết quãng đường AB dài 30km/h.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của người đi chậm là x (km/h), $x > 0$. Vận tốc của người đi nhanh là $x+3$ (giờ). Vì

người đi chậm đến muộn hơn 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình: $\frac{30}{x} - \frac{30}{x+3} = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow 60(x+3) - 60x = x^2 + 3x \Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot (-180) = 729 = 27^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 27$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-3-27}{2} = -15 \\ x = \frac{-3+27}{2} = 12 \end{cases}$$

So sánh với điều kiện suy ra chỉ có nghiệm $x=12$ thỏa mãn.

Vậy vận tốc của người đi chậm là 12km/h, vận tốc của người đi nhanh là 15km/h.

Bài 64. Hai tỉnh A,B cách nhau 180km/h. Cùng một lúc, ô tô đi từ A đến B và một xe máy đi từ B về A. Hai xe gặp nhau ở thị trấn C. Từ C đến B ô tô đi hết 2 giờ, còn từ C về A xe máy đi hết 4 giờ 30 phút. Tính vận tốc của ô tô và xe máy biết rằng trên đường AB hai xe đều chạy với vận tốc không đổi.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của ô tô là x (km/h), của xe máy là y (km/h) với $x, y > 0$.

Sau một thời gian, hai xe gặp nhau tại C, xe ô tô phải chạy tiếp hai giờ nữa thì tới B nên quãng đường CB dài $2x$ km, còn xe máy phải đi tiếp 4 giờ 30 phút hay 4,5 giờ mới tới A nên quãng đường CA dài $4,5y$ km. Do đó ta có phương trình: $2x + 4,5y = 180$

Ô tô chạy với vận tốc x km/h nên thời gian đi quãng đường AC là $\frac{4,5y}{x}$ giờ, xe máy đi với vận tốc y

km/h thì thời gian đi quãng đường CB là $\frac{2x}{y}$

Vì hai xe khởi hành cùng một lúc và gặp nhau tại C nên tại lúc gặp nhau hai xe đã đi được một

khoảng thời gian như nhau và ta có phương trình: $\frac{4,5y}{x} = \frac{2x}{y}$



$$\text{Vậy ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 2x + 4,5y = 180 \\ \frac{4,5y}{x} = \frac{2x}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4,5y = 180 \\ 9y^2 = 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4,5 = 180 \\ 3y = 2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y + 4,5y = 180 \\ 3y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{15y}{2} = 180 \\ x = \frac{3y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 24 \\ x = 36 \end{cases}$$

So sánh với điều kiện ta thấy các giá trị $x = 36, y = 24$ đều thỏa mãn.

Vậy vận tốc của ô tô là 36km/h, vận tốc của xe máy là 24km/h.

Bài 65. Trong một cuộc đua, ba tay đua mô tô đã khởi hành cùng một lúc. Mỗi giờ người thứ hai chạy chậm hơn người thứ nhất 15km và nhanh hơn người thứ ba 3 km. người thứ ba đến đích chậm hơn người thứ nhất 12 phút và sớm hơn người thứ ba 3 phút. Tính thời gian chạy hết quãng đường đua của các tay đua.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của người thứ hai là x (km/h), $x > 3$ thì vận tốc của người thứ nhất là $x + 15$ (km/h), vận tốc của người thứ ba là $x - 3$ (km/h)

Gọi chiều dài quãng đường là y (km, $y > 0$)

Thời gian người thứ hai đi hết đường đua là $\frac{y}{x}$ (giờ)

Thời gian người thứ nhất đi hết đường đua là $\frac{y}{x+15}$ (giờ)

Thời gian người thứ ba đi hết đường đua là $\frac{y}{x-3}$ (giờ)

Người thứ hai đi đến đích chậm hơn người thứ nhất là 12 phút $= \frac{1}{5}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{y}{x} - \frac{y}{x+15} = \frac{1}{5}$$

Vì $y > 0$ nên phương trình này tương đương với $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+15} = \frac{1}{5y}$ (1). Người thứ hai đến đích sớm

hơn người thứ ba là 3 phút $= \frac{1}{20}$ giờ nên ta có phương trình: $\frac{y}{x-3} - \frac{y}{x} = \frac{1}{20}$

Vì $y > 0$ nên phương trình này tương đương với $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x} = \frac{1}{20y}$ (2).

Từ (1) và (2) ta

$$\text{có: } \frac{1}{x} - \frac{1}{x+15} = 4 \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{x(x+15)} = \frac{12}{x(x-3)} \Leftrightarrow 15(x-3) = 12(x+15) \Leftrightarrow 5(x-3) = 4(x+15) \Leftrightarrow x = 75$$

Nghiệm $x = 75$ thỏa mãn điều kiện, từ (1) ta có $y = 90$.

Vậy vận tốc của người thứ hai là 75km/h, vận tốc của người thứ nhất là 90km/h, vận tốc của người thứ ba là 72km/h.

Bài 66. Một xe tải đi từ A đến B với vận tốc 45 km/h. Sau đó một thời gian, một xe con cũng xuất phát từ A với vận tốc 60 km/h và nếu không có gì thay đổi thì đuổi kịp xe tải tại B. Nhưng sau khi đi được nửa quãng đường AB thì xe con tăng vận tốc lên 75 km/h, nên sau đó 1 giờ thì đuổi kịp xe tải. Tính quãng đường AB.

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x (km) ($x > 0$).

Thời gian xe tải đi từ A đến B là: $\frac{x}{45}$ giờ.

Thời gian xe con đi từ A đến B là: $\frac{x}{60}$ giờ.

Thời gian xe tải xuất phát trước xe con là: $\frac{x}{45} - \frac{x}{60} = \frac{x}{180}$ giờ.

Thực tế:

Xe con đi được: $\frac{x}{2} + 75$ (km) với thời gian là: $\left(\frac{x}{120} + 1 \right)$ giờ.

Quãng đường xe tải đi được là: $45 \left(\frac{x}{180} + \frac{x}{120} + 1 \right)$

Hai xe gặp nhau thì quãng đường đi được bằng nhau nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{2} + 75 = 45 \left(\frac{x}{180} + \frac{x}{120} + 1 \right) \Leftrightarrow x = 240 \text{ km (tmđk)}$$

Vậy quãng đường AB là 240 km.

Bài 67. Một ô tô tải đi từ A đến B với vận tốc 30km/h. Sau đó một thời gian, một xe con cũng xuất phát từ A với vận tốc 40km/h và nếu không có gì thay đổi thì đuổi kịp ô tô tải tại B. Nhưng sau khi đi được nửa quãng đường AB thì xe con tăng vận tốc thành 45km/h, nên sau đó một giờ thì đuổi kịp ô tô tải. Tính quãng đường AB?

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km ($x > 0$)

Thời gian ô tô tải đi từ A đến B là: $\frac{x}{30}$ giờ

Thời gian ô tô con đi từ A đến B là: $\frac{x}{40}$ giờ

Nên xe tải đi trước ô tô con $\frac{x}{30} - \frac{x}{40} = \frac{x}{120}$ giờ.

Thực tế xe con đi được: $\frac{x}{2} + 45$ km với thời gian là: $\frac{x}{80} + 1$ giờ

nên thời gian xe tải đi là: $\frac{x}{120} + \frac{x}{80} + 1 \Rightarrow$ quãng đường xe tải đi là $30\left(\frac{x}{120} + \frac{x}{80} + 1\right)$ km

Hai xe gặp nhau thì quãng đường đi được bằng nhau nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{2} + 45 = 30\left(\frac{x}{120} + \frac{x}{80} + 1\right) \Rightarrow x = 120 \text{ km (tmdk)}$$

Vậy quãng đường AB là 120 km.

Bài 68. Quãng đường AB dài 18 km. Một ô tô đi từ A đến B. Khi ô tô đi được 6 km thì một người đi xe đạp từ B về A, vận tốc ít hơn vận tốc ô tô là 38 km/h. Ô tô đến B thì quay lại ngay và về đến A trước người đi xe đạp 54 phút. Tính vận tốc của ô tô và của người đi xe đạp.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của ô tô là x km/h, vận tốc của xe đạp là y km/h ($x > y > 0$)

Vì vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe đạp 38km/h nên $x - y = 38$ (1)

Thời gian ô tô từ A đến B rồi lại từ B về A là: $2 \cdot \frac{18}{x} = \frac{36}{x}$ giờ.

Thời gian xe đạp đi từ B về A là: $\frac{18}{y}$ giờ.



ô tô đi trước $\frac{6}{x}$ giờ, nhưng lại về sớm hơn $54p = \frac{9}{10}$ giờ nên nếu hai xe xuất phát cùng nhau thì ô tô

về trước xe đạp $\frac{9}{10} - \frac{6}{x}$ giờ. Ta có phương trình:

$$\frac{18}{y} - \frac{36}{x} = \frac{9}{10} - \frac{6}{x} \Leftrightarrow \frac{18}{y} - \frac{30}{x} = \frac{9}{10} \quad (2). \text{ Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:}$$

$$\begin{cases} x - y = 38 \\ \frac{18}{y} - \frac{30}{x} = \frac{9}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 12 \end{cases} \quad (\text{các em dùng phương pháp thế để giải, chú lú loại ẩn âm})$$

Vậy vận tốc của ô tô là 50 km/h, vận tốc của xe đạp là 12 km/h

Bài 69. Quãng đường AB dài 100km. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ A đến B. Vận tốc xe thứ nhất lớn hơn vận tốc của xe thứ hai là 10km/h nên xe thứ nhất đến B sớm hơn xe thứ hai là 30 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của người thứ nhất và thứ 2 lần lượt là x và y km/h ($x > y > 0$).

Vì vận tốc người thứ nhất lớn hơn vận tốc người thứ hai 10km/h nên ta có phương trình:

$$x - y = 10 \quad (1).$$

Thời gian người thứ nhất đi hết quãng đường AB là: $\frac{100}{x}$ giờ.

Thời gian người thứ hai đi hết quãng đường AB là: $\frac{100}{y}$ giờ.

Vì người thứ nhất đến B sớm hơn người thứ hai là 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{y} - \frac{100}{x} = \frac{1}{2} \quad (2). \text{ Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:}$$

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ \frac{100}{y} - \frac{100}{x} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 40 \end{cases}.$$

Vậy vận tốc người thứ nhất là 50km/h. Vận tốc người thứ hai là 40km/h.

3. HAI CHUYỂN ĐỘNG NGƯỢC CHIỀU:



Bài 70. Cho $AB=145\text{km}$. Ô tô đi từ A đến B với vận tốc 40km/h , xe máy đi từ B đến A với vận tốc 35km/h . Biết xe máy khởi hành trước 2h. Tính thời gian hai xe gặp nhau kể từ lúc xe máy khởi hành.

Hướng dẫn

Gọi thời gian từ lúc ô tô đi tới khi gặp nhau là x giờ ($x > 0$)

Thời gian xe máy đi là: $x + 2$ giờ.

Quãng đường xe máy đi là: $25(x + 2)$ km.

Quãng đường ô tô đi là: $40x$ km.

Hai xe đi ngược chiều, gặp nhau nên ta có phương trình:

$$35(x + 2) + 40x = 145 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (tmđk)}$$

Vậy sau 3h kể từ lúc xe máy khởi hành thì hai xe gặp nhau.

Bài 71. Một tàu chở hàng từ Vinh về HN, sau 1,5h có một xe khách đi từ HN đến Vinh với vận tốc lớn hơn tàu 7km/h . Sau 4h(kể từ khi xe khách đi) hai xe cách nhau 25km . Tính vận tốc mỗi xe biết hai ga cách nhau 319km .

Hướng dẫn

Cách 1: Gọi vận tốc tàu là $x \text{ km/h}$ ($x > 0$). Vận tốc xe khách là $x + 7 \text{ km/h}$.

Quãng đường tàu đi được là: $(1,5 + 4).x = 5,5.x \text{ km}$.

Quãng đường xe khách đi được là: $4(x + 7) \text{ km}$.

Sau 4 giờ hai xe cách nhau 25km nên ta có phương trình: $5,5x + 4(x + 7) + 25 = 319$.

$$\Leftrightarrow 9,5x = 266 \Rightarrow x = 28 \text{ km/h. (tmđk)}$$

Vậy vận tốc tàu là 28 km/h . Vận tốc xe khách là $28 + 7 = 35 \text{ km/h}$.

Cách 2: Gọi Vận tốc xe khách và tàu là x và $y \text{ km/h}$ ($x > y > 0$)

Vì xe khách chạy nhanh hơn tàu 7km/h nên $x - y = 7$ (1)

Quãng đường tàu đi được là: $5,5y \text{ km}$

Quãng đường xe khách đi được là: $4y \text{ km}$.

Sau 4h hai xe cách nhau 25km nên $4x + 5,5y + 25 = 319$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:



$$\begin{cases} x - y = 7 \\ 4x + 5,5y + 25 = 319 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 35 \\ y = 28 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vận tốc tàu là 28 km/h. Vận tốc xe khách là $28+7=35$ km/h.

Bài 72. Hai bạn Hà và Tuấn đi xe máy khởi hành cùng một lúc từ hai địa điểm cách nhau 150 km, đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của mỗi bạn biết rằng nếu Hà tăng vận tốc thêm 5 km/h và Tuấn giảm vận tốc 5km/h thì vận tốc của Hà gấp đôi vận tốc của Tuấn.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của Hà và Tuấn là x và y km/h ($x, y > 0$)

Quãng đường Hai bạn đi được sau 2h là: $2x + 2y = 150$ (1)

Hà tăng vận tốc thêm 5 km/h và Tuấn giảm vận tốc 5km/h thì vận tốc của Hà gấp đôi vận tốc của Tuấn nên ta có: $x + 5 = 2(y - 5)$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + 2y = 150 \\ x + 5 = 2(y - 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 30 \end{cases} \text{ (tmđk)}$

Vậy vận tốc Hà là 45km/h, vận tốc Tuấn là 30km/h.

Bài 73. Hai vật chuyển động trên một đường tròn có đường kính 20 m, xuất phát từ cùng một lúc, từ cùng một điểm. Nếu chúng chuyển động cùng chiều thì cứ sau 20 giây lại gặp nhau. Nếu chúng chuyển động ngược chiều thì cứ sau 4 giây lại gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi vật.

Hướng dẫn

Khi hai vật chuyển động trên một đường tròn. Nếu chuyển động ngược chiều, gặp nhau thì quãng đường hai vật chính là 1 chu vi

Chuyển động cùng chiều gặp nhau thì vật nhanh hơn chạy hơn vật chậm hơn 1 chu vi.

Chu vi hình tròn là: $2\pi R = 62,8\text{m}$

Gọi vận tốc của hai vật lần lượt là x và y m/s ($x > y > 0$)

Quãng đường vật thứ nhất đi được sau 20s là: $20x$ (m)

Quãng đường vật thứ hai đi được sau 20s là: $20y$ (m)

Hai vật chuyển động cùng chiều gặp nhau thì : $20x - 20y = 62,8$ m

Tương tự: Hai vật chuyển động ngược chiều thì: $4x + 4y = 62,8$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 20x - 20y = 62,8 \\ 4x + 4y = 62,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9,42 \\ y = 6,25 \end{cases} \text{ (tmđk)}$



Vận tốc hai vật là 9,42km/h và 6,25km/h.

Bài 74. Hai người ở hai địa điểm A và B cách nhau 3,6 km, khởi hành cùng một lúc, đi ngược chiều nhau và gặp nhau ở một điểm cách A là 2 km. Nếu cả hai cùng giữ nguyên vận tốc như trường hợp trên, nhưng người đi chậm hơn xuất phát trước người kia 6 phút thì họ sẽ gặp nhau ở chính giữa quãng đường. Tính vận tốc của mỗi người.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của người đi nhanh hơn là x km/h, người đi chậm hơn là y km/h ($x > y > 0$)

Hai người cùng xuất phát, đi ngược chiều, khi gặp nhau thì thời gian đi được như nhau nên ta có

$$\text{phương trình: } \frac{2}{x} = \frac{1,6}{y} \quad (1)$$

Khi gặp nhau ở chính giữa quãng đường, thời gian người thứ nhất đi được là: $\frac{1,8}{x}$ giờ.

Thời gian người thứ hai đi được là: $\frac{1,8}{y}$ giờ

Vì người đi chậm hơn đi trước 6 phút nên ta có phương trình: $\frac{1,8}{y} - \frac{1,8}{x} = \frac{6}{60}$ (2)

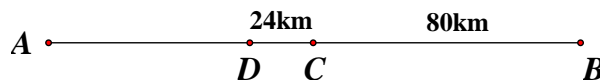
$$\text{Từ (1)(2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{2}{x} = \frac{1,6}{y} \\ \frac{1,8}{y} - \frac{1,8}{x} = \frac{1}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4,5 \\ y = 3,6 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy vận tốc của hai người là 4,5km/h và 3,6 km/h.

Bài 75. Đoạn đường AB dài 200 km. Cùng lúc một ô tô đi từ A và một xe máy đi từ B, xe máy và ô tô gặp nhau tại C cách A 120 km. Nếu ô tô khởi hành sau xe máy 1 giờ thì gặp nhau tại D cách C 24 km. Tính vận tốc của ô tô và xe máy.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc ô tô và xe máy lần lượt là x và y km/h ($y > x > 0$).



Hai xe đi ngược chiều, khi gặp nhau thời gian đi được bằng nhau nên ta có phương trình :

$\frac{120}{x} = \frac{80}{y}$ (1). Nếu ô tô khởi hành sau xe máy 1 giờ thì gặp nhau tại D cách C 24 km nên ta có

phương trình : $\frac{104}{y} - \frac{96}{x} = 1$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{120}{x} = \frac{80}{y} \\ \frac{104}{y} - \frac{96}{x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 40 \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe máy là 40km/h. Vận tốc ô tô là 60km/h.

Bài 76. Một ô tô tải khởi hành từ A đến B đường dài 200 km. Sau đó 30 phút một ô tô tắc-xi khởi hành từ B về A và hai ô tô gặp nhau tại địa điểm C là chính giữa quãng đường AB. Tính vận tốc của mỗi ô tô biết rằng mỗi giờ ô tô taxi chạy nhanh hơn ô tô tải là 10 km.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc ô tô taxi và ô tô tải lần lượt là x và y km/h. ($x > y > 0$)

Vì ô tô taxi chạy nhanh hơn ô tô tải mỗi giờ là 10km nên ta có: $x - y = 10$ (1). Khi đến giữa quãng đường thì:

Thời gian ô tô taxi đi là: $\frac{100}{x}$ giờ.

Thời gian ô tô tải đi là: $\frac{100}{y}$ giờ. Vì ô tô tải khởi hành trước 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương

trình: $\frac{100}{y} - \frac{100}{x} = \frac{1}{2}$ (2). Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ \frac{100}{y} - \frac{100}{x} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 40 \end{cases} \text{ (chú ý loại } x = -40 \text{)}$$

KL:

Bài 77. Hai người chuyển động ngược chiều về phía nhau. M đi từ A lúc 6 giờ sáng về phía B. N đi từ B lúc 7 giờ sáng về phía A. Họ gặp nhau lúc 8 giờ sáng. Tính thời gian mỗi người đi hết quãng đường AB. Biết M đến B trước khi N đến A là 1 giờ 20 phút.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc người đi từ M là x km/h, vận tốc người đi từ N là y km/h.

Quãng đường người đi từ M đi được từ 6 giờ đến 8 giờ là: $2x$ km.

Quãng đường người đi từ N đi được là: y km.



Suy ra quãng đường AB là: $2x + y$ km.

Thời gian M đi từ A đến B là: $\frac{2x+y}{x} = 2 + \frac{y}{x}$ giờ.

Thời gian N đi từ B đến A là: $\frac{2x+y}{y} = \frac{2x}{y} + 1$ giờ.

Vì thời gian M đến B trước khi N đến A là 1 giờ 20 phút nên ta có phương trình:

$2 + \frac{y}{x} = \frac{2x}{y} + 1 - \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{2x}{y} - \frac{y}{x} - \frac{7}{3} = 0$. Đặt $\frac{x}{y} = t > 0$ phương trình có dạng:

$$2t - \frac{1}{t} - \frac{7}{3} = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - \frac{7}{3}t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{2} (tm) \\ t = -\frac{1}{3} (L) \end{cases}$$

Với $t = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{2} \Rightarrow$ Thời gian M đi hết quãng đường AB là: $2 + \frac{y}{x} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ giờ

Thời gian N đi hết quãng đường AB là: $\frac{2x}{y} + 1 = 4$ giờ.

Bài 78. Một người đi xe máy từ A đến B. Cùng lúc một người khác cũng đi xe máy từ B tới A với vận tốc bằng $\frac{4}{5}$ vận tốc của người thứ nhất. Sau 2 giờ hai người gặp nhau. Hỏi mỗi người đi quãng đường AB hết bao lâu?

Hướng dẫn

Gọi vận tốc người thứ nhất là x km/h; vận tốc người thứ hai là y km/h ($x, y > 0$)

Sau 2 giờ hai người gặp nhau nên quãng đường AB là: $2(x + y)$ km.

Thời gian người thứ nhất đi hết quãng đường AB là: $\frac{2(x+y)}{x} = 2 + \frac{2y}{x}$ giờ (1)

Thời gian người thứ hai đi hết quãng đường AB là: $\frac{2(x+y)}{y} = 2 + \frac{2x}{y}$ giờ (2)

Vì vận tốc người thứ hai bằng $\frac{4}{5}$ vận tốc người thứ nhất nên $\frac{y}{x} = \frac{4}{5}$. Thay vào (1) và (2) ta được:

Thời gian người thứ nhất đi hết quãng đường AB là: $2 + \frac{2y}{x} = \frac{18}{5}$ giờ

Thời gian người thứ hai đi hết quãng đường AB là: $2 + \frac{2x}{y} = \frac{9}{2}$ giờ

Bài 79. Hai địa điểm A và B cách nhau 56km. Lúc 6 giờ 45 phút, một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc 10km/h. Sau đó 2 giờ, một người đi xe đạp từ B đến A với vận tốc 14km/h. Hỏi đến mấy giờ họ gặp nhau và chỗ gặp nhau cách A bao nhiêu km?

Hướng dẫn

Gọi thời gian (sau 2 giờ) kể từ lúc người đi từ B đi đến khi gặp người đi từ A là x giờ ($x > 0$)

Quãng đường người thứ nhất đi được là: $10(2 + x)$ km.

Quãng đường người thứ hai đi được là: $14x$ km.

Hai xe đi ngược chiều gặp nhau nên ta có phương trình: $10(2 + x) + 14x = 56 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ giờ.

Vậy hai người gặp nhau lúc 6 giờ 45 phút + 2 giờ + 1,5 giờ = 10 giờ 15 phút.

Chỗ gặp cách điểm A là $10(2 + 1,5) = 35$ km.

Bài 80. Hai xe khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh A và B cách nhau 90km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 1,2 giờ (xe thứ nhất khởi hành từ A, xe thứ hai khởi hành từ B). Tìm vận tốc của mỗi xe biết rằng thời gian để xe thứ nhất đi hết quãng đường AB ít hơn thời gian để xe thứ hai đi hết quãng đường AB là 1 giờ.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của hai xe lần lượt là x và y km/h ($0 < x, y < 75$)

(Chú ý vận tốc hai xe luôn nhỏ hơn $\frac{90}{1,2} = 75$)

Hai xe đi ngược chiều và gặp nhau sau 1,2 giờ nên ta có phương trình: $1,2(x + y) = 90$ (1)

Thời gian xe thứ nhất đi hết quãng đường AB là: $\frac{90}{x}$ giờ.

Thời gian xe thứ hai đi hết quãng đường AB là: $\frac{90}{y}$ giờ.

Vì thời gian để xe thứ nhất đi hết quãng đường AB ít hơn thời gian để xe thứ hai đi hết quãng đường

AB là 1 giờ nên ta có phương trình: $\frac{90}{y} - \frac{90}{x} = 1$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 1,2(x + y) = 90 \\ \frac{90}{y} - \frac{90}{x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 75 \\ \frac{90}{y} - \frac{90}{x} = 1 \end{cases}$$



Từ $x+y = 75$ suy ra $x = 75-y$. Thay vào $\frac{90}{y} - \frac{90}{x} = 1$ ta được:

$$\frac{90}{y} - \frac{90}{75-y} = 1 \Leftrightarrow 90(75-y) - 90y = y(75-y) \Leftrightarrow y^2 - 255y + 6750 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30(tm) \\ y = 225(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của xe thứ nhất là 45 km/h và vận tốc của xe thứ hai là 30 km/h.

Bài 81. Một xe lửa đi từ ga Hà Nội vào ga Trị Bình (Quảng Ngãi). Sau đó 1 giờ, một xe lửa khác đi từ ga Trị Bình ra ga Hà Nội với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe thứ nhất là 5km/h. Hai xe gặp nhau tại một ga ở chính giữa quãng đường. Tìm vận tốc của mỗi xe lửa biết quãng đường sắt Hà Nội – Trị Bình dài 900km?

Hướng dẫn

Gọi vận tốc xe từ HN vào Trị Bình là x km/h ($x > 0$), Vận tốc xe từ Trị Bình ra HN là $x + 5$ km/h

Để đi được nửa quãng đường từ HN vào Trị bình xe thứ nhất đi hết $\frac{450}{x}$ giờ.

Để đi hết nửa quãng đường từ Trị Bình ra HN xe thứ hai đi hết $\frac{450}{x+5}$ giờ.

Vì xe thứ nhất xuất phát trước 1 giờ nên ta có phương trình: $\frac{450}{x} - \frac{450}{x+5} = 1$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 2250 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45(tm) \\ x = -50(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe lửa từ HN đi Trị Bình là 45 km/h, vận tốc xe từ Trị Bình đi HN là 50 km/h

Các em có thể lập hệ:
$$\begin{cases} y - x = 5 \\ \frac{450}{x} - \frac{450}{y} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 50 \end{cases}$$

Bài 82. Hai ô tô khởi hành từ A và B đi ngược chiều nhau. Nếu hai ô tô đó khởi hành cùng lúc thì sau 10 giờ chúng gặp nhau. Nếu ô tô đi từ B khởi hành trước ô tô đi từ A 4 giờ 20 phút thì hai xe gặp nhau sau khi xe đi từ A khởi hành được 8 giờ. Tính vận tốc mỗi xe biết quãng đường AB dài 650km.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc ô tô đi từ A là x km/h, vận tốc ô tô đi từ B là y km/h ($x, y > 0$)

Hai ô tô đó khởi hành cùng lúc, đi ngược chiều thì sau 10 giờ chúng gặp nhau nên ta có phương trình:

$$10(x + y) = 650 \quad (1)$$



Khi xe đi từ A khởi hành 8 giờ thì xe đi từ B khởi hành được 12 giờ 20 phút = $\frac{37}{3}$ giờ.

Ta có phương trình: $8x + \frac{37}{3}y = 650$ (2). Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 65 \\ 8x + \frac{37}{3}y = 650 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 35 \\ y = 30 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy vận tốc xe đi từ A là 35 km/h, vận tốc xe đi từ B là 30 km/h.

Bài 83. Trên đoạn đường AB dài 250km có hai ô tô đi ngược chiều. Xe đi từ A đi trước 1h15' thì xe đi từ B xuất phát. Hai xe gặp nhau tại điểm cách A 130km. Tính vận tốc mỗi xe, biết mỗi giờ xe B đi nhiều hơn xe A 20km.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc xe đi từ A là x km/h, vận tốc xe đi từ B là y km/h ($x, y > 0$)

Vì mỗi giờ xe đi từ B đi nhiều hơn xe đi từ A 20km nên $y - x = 20$ (1)

Thời gian xe đi từ A đến lúc gặp nhau là: $\frac{130}{x}$ giờ.

Thời gian xe đi từ B đi đến lúc gặp nhau là: $\frac{120}{y}$ giờ

Vì xe đi từ A xuất phát trước 1h15' = $\frac{5}{4}$ giờ nên ta có phương trình: $\frac{130}{x} - \frac{120}{y} = \frac{5}{4}$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} y - x = 20 \\ \frac{130}{x} - \frac{120}{y} = \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 20 + x \\ \frac{130}{x} - \frac{120}{x+20} = \frac{5}{4} \end{cases} (*)$

$$(*) \Leftrightarrow 130.4(x+20) - 120.4x = 5x(x+20) \Leftrightarrow 5x^2 + 60x - 10400 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \text{ (tm)} \\ x = -52 \text{ (L)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe đi từ A là 40 km/h, vận tốc xe đi từ B là 60 km/h.

Bài 84. Trên đoạn đường AB dài 250km có hai ô tô đi ngược chiều. Nếu cùng xuất phát thì hai xe gặp nhau tại điểm cách A 100km. Nếu xe A xuất phát trước 1h15' thì hai xe gặp nhau tại điểm cách A 130km. Tính vận tốc mỗi xe.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc xe đi từ A là x km/h, vận tốc xe đi từ B là y km/h ($x, y > 0$).



Hai xe cùng xuất phát gặp nhau tại điểm cách A 100km nên thời gian hai xe đi được bằng nhau, ta có

$$\text{phương trình: } \frac{100}{x} = \frac{150}{y} \quad (1)$$

Nếu xe A xuất phát trước $1\text{h}15' = \frac{5}{4}$ giờ thì hai xe gặp nhau tại điểm cách A 130km nên ta có

$$\text{phương trình: } \frac{130}{x} - \frac{120}{y} = \frac{5}{4} \quad (2). \text{ Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:}$$

$$\begin{cases} \frac{100}{x} = \frac{150}{y} \\ \frac{130}{x} - \frac{120}{y} = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy vận tốc xe đi từ A là 40 km/h, vận tốc xe đi từ B là 60 km/h

Bài 85. Trên đoạn đường AB dài 300km có hai ô tô đi ngược chiều. Nếu cùng xuất phát thì hai xe gặp sau 3h. Nếu xe đi từ B đi trước 50 phút thì hai xe gặp nhau sau khi xe đi từ A đi được 2h30'. Tính vận tốc mỗi xe.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc xe đi từ A là x km/h, vận tốc xe đi từ B là y km/h ($x, y > 0$).

Hai xe gặp nhau sau 3 giờ nên ta có phương trình: $3(x + y) = 300$ (1)

Nếu xe đi từ B đi trước 50 phút thì hai xe gặp nhau sau khi xe đi từ A đi được 2h30', như vậy xe đi từ

B sẽ đi được 3h20'. Ta có phương trình: $\frac{5}{2}x + \frac{10}{3}y = 300$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 100 \\ \frac{5}{2}x + \frac{10}{3}y = 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases} \text{ (tmdk)}$

Vậy vận tốc xe đi từ A là 40 km/h, vận tốc xe đi từ B là 60 km/h

Bài 86. Lúc 7h một ô tô đi từ A đến B. Lúc 7h30 một xe máy đi từ B đến A với vận tốc kém ô tô 24km/h. Ô tô đến B được 1h20' thì xe máy mới đến A. Tính vận tốc mỗi xe biết AB dài 120km.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc ô tô là x km/h, vận tốc xe máy là y km/h ($x > y > 0$)

Vì vận tốc xe máy kém ô tô 24km/h nên $x - y = 24$ (1)



Ô tô đi trước 30 phút và đến sớm hơn 1h20 phút, như vậy nếu hai xe đi cùng nhau thì ô tô đến B sớm hơn 50 phút. Ta có phương trình: $\frac{120}{y} - \frac{120}{x} = \frac{50}{60}$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y = 24 \\ \frac{120}{y} - \frac{120}{x} = \frac{5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 24 \\ \frac{120}{y} - \frac{120}{y+24} = \frac{5}{6} \end{cases} (*)$$

$(*) \Leftrightarrow 120.6(y+24) - 120.6y = 5y(y+24) \Leftrightarrow 5y^2 + 120y - 17280 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 48(tm) \\ y = -72(L) \end{cases}$

Vậy vận tốc ô tô là: 72 km/h, vận tốc xe máy là 48 km/h.

Bài 87. Hai ô tô khởi hành cùng lúc từ A và B đi ngược chiều nhau. Tính quãng đường AB và vận tốc mỗi xe biết sau 2h hai xe gặp nhau tại một điểm cách điểm chính giữa quãng đường AB là 10km. Nếu xe đi chậm hơn tăng vận tốc gấp đôi thì hai xe gặp nhau sau $1\frac{2}{5}$ giờ

Hướng dẫn

Bài 88. Trên quãng đường AB dài 210 m, tại cùng một thời điểm một xe máy khởi hành từ A đến B và một ô tô khởi hành từ B đi về A. Sau khi gặp nhau xe máy đi tiếp 4 giờ nữa thì đến B và ô tô đi tiếp 2 giờ 15 phút nữa thì đến A. Biết rằng vận tốc ô tô và xe máy không thay đổi trong suốt chặng đường. Tính vận tốc của xe máy và ô tô. (Trích đề thi vào lớp 10 trường THPT chuyên ĐHSPT Hà Nội năm 2013).

Hướng dẫn

Gọi vận tốc xe máy là x (km/h) Điều kiện $x > 0$.

Gọi vận tốc ô tô là y (k/h). Điều kiện $y > 0$.

Thời gian xe máy dự định đi từ A đến B là: $\frac{210}{x}$ giờ. Thời gian ô tô dự định đi từ B đến A là: $\frac{210}{y}$

giờ.

Quãng đường xe máy đi được kể từ khi gặp ô tô cho đến khi đến B là : $4x$ (km).

Quãng đường ô tô đi được kể từ khi gặp xe máy cho đến khi đến A là : $\frac{9}{4}y$ (km). Theo giả thiết ta

$$\text{có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{210}{x} - \frac{210}{y} = 4 - \frac{9}{4} \\ \frac{9}{4}x + 2y = 210 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{210}{x} - \frac{210}{y} = \frac{7}{4} \\ 4x + \frac{9}{4}y = 210 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4x + \frac{9}{4}y}{x} - \frac{4x + \frac{9}{4}y}{y} = \frac{7}{4} \\ 4x + \frac{9}{4}y = 210 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

phương trình (1) ta suy ra $\frac{4x + \frac{9}{4}y}{x} - \frac{4x + \frac{9}{4}y}{y} = \frac{7}{4} \Leftrightarrow \frac{9y}{4x} - \frac{4x}{y} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}y$. Thay vào phương trình

(2) ta thu được: $\frac{12}{4}y + \frac{9}{4}y = 210 \Leftrightarrow y = 40, x = 30$.

Vậy vận tốc xe máy là 30 km/h. Vận tốc ô tô là 40 km/h.

4. CHUYÊN ĐỘNG DÒNG NƯỚC:

Bài 89. Một ca nô xuôi với vận tốc 30km/h. sau đó lại ngược từ B về A , biết thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược là 40 phút. Tính AB biết vận tốc dòng nước là 3 và vận tốc ca nô không đổi.

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km ($x > 0$).

Vận tốc thực của ca nô là: $30 - 3 = 27$ km/h.

Thời gian ca nô xuôi là: $\frac{x}{30}$ giờ.

Vận tốc ca nô ngược là: $27 - 3 = 24$ km/h.

Thời gian ca nô ngược là: $\frac{x}{24}$ giờ. Vì thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược là 40 phút nên ta có

phương trình: $\frac{x}{24} - \frac{x}{30} = \frac{40}{60} \Rightarrow x = 80$ (tmdk)

Vậy quãng đường AB là 80km.

Bài 90. Một ca-no xuôi dòng từ A đến B hết 1h 20 phút và ngược dòng hết 2h .Biết vận tốc dòng nước là 3km/h . Tính vận tốc riêng của ca-no?

Hướng dẫn

Gọi vận tốc ca nô là x km/h ($x > 3$).

Vận tốc ca nô xuôi là: $x + 3$ km/h.

Vận tốc ca nô ngược là: $x - 3$ km/h.

Vì vận tốc và thời gian là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có phương trình:

$$\frac{x+3}{x-3} = \frac{2}{\frac{4}{3}} \Leftrightarrow x = 15 \text{ (tmđk)}$$

Vậy vận tốc ca nô là 15km/h.

Bài 91. Một đò máy xuôi dòng từ bến A đến bến B mất 4 giờ và ngược dòng từ B về A mất 5 giờ. Vận tốc của dòng nước là 2 km/h. Tìm chiều dài quãng đường từ A đến B.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc đò máy là x km/h ($x > 0$).

Vận tốc đò máy xuôi là: $x + 2$ km/h; Vận tốc đò máy ngược là $x - 2$ km/h.

Vì vận tốc tỉ lệ nghịch với thời gian nên ta có: $\frac{x-2}{x+2} = \frac{4}{5}$

suy ra $x = 18$ km/h, suy ra $AB = (18 + 2).4 = 80$ km.

Bài 92. Một ca nô xuôi dòng từ A đến B mất 5 giờ và ngược dòng từ B đến A mất 6 giờ. Tính khoảng cách AB, biết vận tốc dòng nước là 2 km/h.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài AB là x km ($x > 0$), vận tốc riêng của ca nô là y km/h ($y > 0$)

Vận tốc ca nô xuôi dòng là $y + 2$ km/h.

Vận tốc ca nô ngược dòng là: $y - 2$ km/h.

Vì ca nô xuôi dòng từ A đến B mất 5 giờ và ngược dòng từ B đến A mất 6 giờ nên ta có hệ phương

$$\text{trình: } \begin{cases} \frac{x}{y+2} = 5 \\ \frac{x}{y-2} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5y + 10 \\ x = 6y - 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 22 \\ x = 120 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy khoảng cách AB là 120 km.

Bài 93. Hai bến sông A và B cách nhau 40 km. Cùng một lúc với ca nô xuôi dòng từ bến A, có

một chiếc bè trôi từ bến A với vận tốc 3 km/h. Sau khi đến B, ca nô trở về bến A ngay và gặp bè khi bè đã trôi được 8 km. Tính vận tốc của ca nô.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc ca nô là x km/h ($x > 3$). Vì vận tốc chiếc bè là 3km/h nên vận tốc dòng nước là 3km/h.

Thời gian ca nô xuôi là: $\frac{40}{x+3}$ giờ. Quãng đường ca nô ngược là $(40-8) = 32$ km nên thời gian ca nô

ngược là: $\frac{32}{x-3}$ giờ.

Thời gian ca nô đi bằng thời gian chiếc bè trôi nên ta có phương trình:

$$\frac{40}{x+3} + \frac{32}{x-3} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow 120(x-3) + 32.3(x+3) = 8(x-3)(x+3)$$

$\Leftrightarrow x(x-27) = 0 \Rightarrow x = 27$ (vì $x > 0$). Vậy vận tốc ca nô là 27 km/h.

Bài 94. Một chiếc thuyền đi từ bến A đến bến B hết 5 giờ, từ bến B đến bến A hết 7 giờ. Hỏi một đám bèo trôi theo dòng sông từ A đến B hết bao lâu?

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x km ($x > 0$).

Vận tốc ca nô xuôi dòng là: $\frac{x}{5}$ km/h.

Vận tốc ca nô ngược dòng là: $\frac{x}{7}$ km/h.

Vận tốc ca nô xuôi – vận tốc ca nô ngược = 2 vận tốc dòng nước nên vận tốc của bèo là:

$$\left(\frac{x}{5} - \frac{x}{7}\right) : 2 = \frac{x}{35} \text{ km/h}$$

Thời gian bèo trôi từ A đến B là: $x : \frac{x}{35} = 35$ giờ.

Bài 95. Một ca nô chạy trên sông trong 7 giờ, xuôi dòng 108 km và ngược dòng 63 km. Một lần khác, ca nô cũng chạy trong 7 giờ xuôi dòng 81 km và ngược dòng 84 km. Tính vận tốc của dòng nước chảy và vận tốc thật của ca nô (vận tốc thật của ca nô không đổi).

Hướng dẫn

Gọi vận tốc thật ca nô và vận tốc dòng nước là x và y km/h ($x > y > 0$)

Vận tốc ca nô xuôi dòng là: $x + y$ km/h

Vận tốc ca nô ngược là $x - y$ km/h.

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{108}{x+y} + \frac{63}{x-y} = 7 \\ \frac{81}{x+y} + \frac{84}{x-y} = 7 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} \frac{1}{x+y} = a > 0 \\ \frac{1}{x-y} = b > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 108a + 63b = 7 \\ 81a + 84b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{27} \\ b = \frac{1}{21} \end{cases} \text{ (tmđk)} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 27 \\ x-y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy vận tốc thật của ca nô là 24km/h. Vận tốc dòng nước là 3km/h.

Bài 96. Một ca nô xuôi từ bến A đến B cách nhau 40km, sau đó lại ngược trở về A. Hãy tính vận tốc riêng của ca nô biết rằng thời gian ca nô đi xuôi ít hơn thời gian ca nô đi ngược là 20 phút, vận tốc dòng nước là 3km/h và vận tốc riêng của ca nô không đổi.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc riêng của ca nô là x km/h. Khi đó vận tốc cano xuôi dòng là $x+3$ (km/h) và vận tốc ngược dòng là $x-3$ (km/h). Biết rằng thời gian ca nô đi xuôi ít hơn thời gian ca nô đi ngược là 20 phút

$$\text{Ta có phương trình: } \frac{40}{x-3} - \frac{40}{x+3} = \frac{20}{60} \Leftrightarrow \frac{2}{x-3} - \frac{2}{x+3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{2(x+3) - 2(x-3)}{x^2-9} = \frac{1}{60}$$

$$\Leftrightarrow \frac{12}{x^2-9} = \frac{1}{60} \Leftrightarrow x^2 = 729 \Leftrightarrow x = 27$$

Vậy vận tốc riêng của cano là 27(km/h)

Bài 97. Một ca nô chạy xuôi khúc sông dài 120km. Sau đó ngược khúc sông 96km. Tính vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 4km/h và thời gian ngược dòng nhiều hơn thời gian xuôi dòng là 1 giờ

Hướng dẫn

Gọi vận tốc riêng của ca nô là x km/h. Khi đó vận tốc cano xuôi dòng là $x+4$ (km/h) và vận tốc ngược dòng là $x-4$ (km/h). Biết rằng thời gian ngược dòng nhiều hơn thời gian xuôi dòng là 1 giờ

$$\text{Ta có phương trình: } \frac{96}{x-4} - \frac{120}{x+4} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{x-4} - \frac{5}{x+4} = \frac{1}{24} \Leftrightarrow \frac{4(x+4) - 5(x-4)}{x^2-16} = \frac{1}{24} \Leftrightarrow \frac{-x+36}{x^2-16} = \frac{1}{24}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 24x - 880 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \text{ (tm)} \\ x = -44 \text{ (L)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 20 km/h.



Bài 98. Một ca nô xuôi dòng 70km và ngược dòng 50km hết 4h. Tính vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc của dòng nước là 5km/h.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc riêng của ca nô là x km/h. Khi đó vận tốc cano xuôi dòng là $x+5$ (km/h) và vận tốc ngược dòng là $x-5$ (km/h). Biết rằng ca nô xuôi dòng 70km và ngược dòng 50km hết 4h

Ta có phương trình: $\frac{70}{x+5} + \frac{50}{x-5} = 4 \Rightarrow \frac{70(x-5) - 50(x+5)}{x^2 - 25} = 4 \Rightarrow \frac{20x - 600}{x^2 - 25} = 4$

$\Rightarrow 4x^2 - 120x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 30(tm) \\ x = 0(L) \end{cases}$

Bài 99. Một ca nô xuôi dòng 50km và ngược dòng 30km hết 4h. Nếu ca nô xuôi dòng 75km và ngược dòng 60km hết 7h. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc riêng của ca nô là x km/h. Khi đó vận tốc cano xuôi dòng là $x+y$ (km/h) và vận tốc ngược dòng là $x-y$ (km/h). Biết rằng ca nô xuôi dòng 50km và ngược dòng 30km hết 4h

\Rightarrow Ta có phương trình: $\frac{50}{x+y} + \frac{30}{x-y} = 4$ (1)

Lại có: Nếu ca nô xuôi dòng 75km và ngược dòng 60km hết 7h

\Rightarrow Ta có phương trình: $\frac{75}{x+y} + \frac{60}{x-y} = 7$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{50}{x+y} + \frac{30}{x-y} = 4 \\ \frac{75}{x+y} + \frac{60}{x-y} = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 50a + 30b = 4 \\ 75a + 60b = 7 \end{cases}$ Với $a = \frac{1}{x+y}; b = \frac{1}{x-y}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 50a + 30b = 4 \\ 75a + 60b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 100a + 60b = 8 \\ 75a + 60b = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{25} = \frac{1}{x+y} \\ b = \frac{1}{15} = \frac{1}{x-y} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 25 \\ x-y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 5 \end{cases}$

Vậy vận tốc ca nô là 20 km/h, vận tốc dòng nước là 5 km/h.

Bài 100. Một ca nô xuôi dòng từ A đến B dài 30km rồi ngược dòng trở lại A thì hết 4h30'. Tính vận



tốc riêng của ca nô và dòng nước biết vận tốc riêng của ca nô lớn hơn vận tốc dòng nước là 10km/h.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc riêng ca nô là x km/h, vận tốc dòng nước là y km/h ($x > y > 0$). Khi đó vận tốc cano xuôi dòng là $x + y$ (km/h) và vận tốc ngược dòng là $x - y$ (km/h).

Biết rằng vận tốc riêng của ca nô lớn hơn vận tốc dòng nước là 10km/h: $x - y = 10$

ca nô xuôi dòng từ A đến B dài 30km rồi ngược dòng trở lại A thì hết 4h30': $\frac{30}{x+y} + \frac{30}{x-y} = 4,5$

Ta có hệ pt:
$$\begin{cases} x - y = 10 \\ \frac{30}{x+y} + \frac{30}{x-y} = 4,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 10 \\ \frac{30}{x+y} + 3 = 4,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 10 \\ x + y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 5 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy vận tốc ca nô là 15 km/h, vận tốc dòng nước là 5 km/h.

Bài 101. Hai ca nô cùng khởi hành từ A đến B cách nhau 85 km và đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc thật của mỗi ca nô, biết rằng vận tốc của ca nô đi xuôi lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược 9 km/h và vận tốc của dòng nước là 3 km/h (vận tốc thật của ca nô không đổi).

Hướng dẫn

Gọi vận tốc thật của ca nô xuôi là x km/h, vận tốc thật của ca nô ngược là y km/h ($x, y > 0$)

Vận tốc ca nô xuôi là $x + 3$ km/h. Vận tốc ca nô ngược là $y - 3$ km/h.

Vì vận tốc ca nô xuôi lớn hơn vận tốc ca nô ngược là 9km/h nên ta có phương trình:

$$(x + 3) - (y - 3) = 9 \Rightarrow x - y = 3 \quad (1)$$

Quãng đường ca nô xuôi đi được trong 1 giờ 40 phút là: $\frac{5}{3}(x + 3)$ km

Quãng đường ca nô ngược đi được trong 1 giờ 40 phút là: $\frac{5}{3}(y - 3)$ km

Hai ca nô gặp nhau sau 1 giờ 40 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{5}{3}(x + 3) + \frac{5}{3}(y - 3) = 85 \quad (2)$$

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ \frac{5}{3}(x + 3) + \frac{5}{3}(y - 3) = 85 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 27 \\ y = 24 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy vận tốc ca nô xuôi là 27km/h. Vận tốc ca nô ngược là 24 km/h.



Bài 102. Một bè nửa trôi tự do (trôi theo vận tốc dòng nước) và một ca nô đồng thời rời bến A để xuôi dòng sông. Ca nô xuôi dòng sông được 96 km thì quay ngay trở lại A. Cả đi lẫn về hết 14 giờ. Trên đường quay về A khi còn cách A 24 km thì ca nô gặp chiếc bè nửa nói trên. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước lần lượt là x và y km/h ($x > y > 0$)

Ta có: $\frac{96}{x+y} + \frac{96}{x-y} = 14$ giờ. (1)

Thời gian bè đi là: $\frac{24}{y}$ giờ.

Thời gian ca nô đi được khi gặp bè là: $\frac{96}{x+y} + \frac{72}{x-y}$ giờ.

Ta có: $\frac{24}{y} = \frac{96}{x+y} + \frac{72}{x-y}$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{96}{x+y} + \frac{96}{x-y} = 14 \\ \frac{24}{y} = \frac{96}{x+y} + \frac{72}{x-y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{96}{x+y} = 14 - \frac{96}{x-y} \quad (*) \\ \frac{24}{y} = \left(14 - \frac{96}{x-y}\right) + \frac{72}{x-y} \quad (**) \end{cases}$$

Từ (*) suy ra $96(x-y) = 14(x-y)(x+y) - 96(x+y)$

\Leftrightarrow

Từ (**) suy ra $\frac{24}{y} = 14 - \frac{24}{x-y} \Leftrightarrow 24(x-y) - 14y(x-y) - 24y \Leftrightarrow x = \frac{24y+7y^2}{7y-12}$

Bài 103. Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 24 km, cùng lúc đó từ A về B một bè nửa trôi với vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè nửa tại điểm C cách A là 3 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc thực của ca nô là x km/h ($x > 4$)

Vận tốc dòng nước là 4km/h nên vận tốc ca nô xuôi là $x + 4$ km/h.

Vận tốc ca nô ngược là: $x - 4$ km/h.

Thời gian ca nô xuôi là: $\frac{24}{x+4}$ giờ



Thời gian ca nô ngược là $\frac{21}{x-4}$ giờ.

Thời gian bè trôi là: $\frac{3}{4}$. Vì thời gian ca nô chạy bằng thời gian bè trôi nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{x+4} + \frac{21}{x-4} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x^2 - 60x = 0 \Leftrightarrow x = 60 (x > 4)$$

Vậy vận tốc thực của ca nô là 60 km/h.

Bài 104. Một chiếc thuyền khởi hành từ bến sông A. Sau đó 5 giờ 20 phút, một chiếc ca nô chạy từ bến A đuổi theo và gặp chiếc thuyền tại một điểm cách bến A 20km. Hỏi vận tốc của thuyền biết rằng ca nô chạy nhanh hơn thuyền 12km/h.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc thuyền là x km/h, vận tốc ca nô là y km/h ($y > x > 0$)

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} y - x = 12 \\ \frac{20}{x} - \frac{20}{y} = \frac{16}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 15 \end{cases}$$

Vậy vận tốc thuyền là 3 km/h

Bài 105. Một ca nô chạy trên sông trong 8 giờ, xuôi dòng 81km và ngược dòng 105km. Một lần khác cũng trên dòng sông đó, ca nô chạy trong 4 giờ, xuôi dòng 54km và ngược dòng 42km. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và vận tốc khi ngược dòng của ca nô, biết vận tốc dòng nước và vận tốc riêng của ca nô không đổi.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc riêng của ca nô là x km/h, vận tốc dòng nước là y km/h ($x > y > 0$)

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{81}{x+y} + \frac{105}{x-y} = 8 \\ \frac{54}{x+y} + \frac{42}{x-y} = 4 \end{cases} \cdot \text{Đặt} \begin{cases} \frac{1}{x+y} = a \\ \frac{1}{x-y} = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{27} \\ b = \frac{1}{21} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 24 km/h, vận tốc dòng nước là 3 km/h

Bài 106. Một chiếc ca nô khởi hành từ A đến B dài 120km rồi từ B quay về A mất tổng cộng 11 giờ.

Tính vận tốc của ca nô. Biết vận tốc của dòng nước là 2km/h và vận tốc thật không đổi.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc thật của ca nô là x km/h ($x > 2$). Ta có phương trình:

$$\frac{120}{x+2} + \frac{120}{x-2} = 11 \Rightarrow 11x^2 - 240x - 44 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{11}(L) \\ x = 22(tm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc ca nô là 22 km/h.

Bài 107. Một ca nô xuôi từ A đến B với vận tốc trung bình 30km/h, sau đó ngược từ B trở về A. Thời gian đi xuôi ít hơn thời gian đi ngược là 40 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B biết rằng vận tốc dòng nước là 3km/h và vận tốc riêng của ca nô không đổi.

Hướng dẫn

Vận tốc ca nô xuôi là 30 km/h mà vận tốc dòng nước là 3km/h nên vận tốc thật của ca nô là 27 km/h.

Gọi khoảng cách AB là x km ($x > 0$)

Thời gian ca nô xuôi là: $\frac{x}{30}$ giờ.

Thời gian ca nô ngược là: $\frac{x}{24}$ giờ. Vì thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược là 40 phút nên ta có

phương trình: $\frac{x}{24} - \frac{x}{30} = \frac{40}{60} \Rightarrow x = 80(tmđk)$

Vậy khoảng cách AB là 80 km.

Bài 108. Một ca nô ngược dòng từ bến A đến bến B với vận tốc 20km/h, sau đó lại xuôi dòng từ bến B trở về A. Thời gian ca nô ngược dòng từ A đến B nhiều hơn thời gian ca nô xuôi dòng từ B trở về A là 2 giờ 40 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B. Biết vận tốc dòng nước là 5km/h, vận tốc riêng của ca nô lúc xuôi dòng và ngược dòng bằng nhau.

Hướng dẫn

Gọi khoảng cách AB là x km ($x > 0$).

Vận tốc ca nô ngược dòng là 20 km/h mà vận tốc dòng nước là 5km/h nên vận tốc thật của ca nô là 25 km/h. Suy ra vận tốc ca nô xuôi dòng là 30 km/h.

Thời gian ca nô xuôi dòng là: $\frac{x}{30}$ giờ. Thời gian ca nô ngược dòng là: $\frac{x}{20}$ giờ. Vì thời gian ca nô

ngược dòng nhiều hơn thời gian ca nô xuôi dòng là 2 giờ 40 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{20} - \frac{x}{30} = \frac{8}{3} \Rightarrow x = 160(\text{tmdk})$$

Vậy khoảng cách AB là 160 km.

Bài 109. Một ca nô xuôi dòng 72km và ngược dòng 28km hết tất cả 6 giờ. Một lần khác cũng trên dòng sông đó, ca nô xuôi dòng 54km và ngược dòng 42km cũng hết 6 giờ. Hãy tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước (vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước trong cả hai lần đều không đổi)

Hướng dẫn

Gọi vận tốc riêng của ca nô là x km/h, vận tốc dòng nước là y km/h ($x > y > 0$)

$$\text{Lập hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{72}{x+y} + \frac{28}{x-y} = 6 \\ \frac{54}{x+y} + \frac{42}{x-y} = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 2 \end{cases} . \text{ Vậy: } \dots\dots\dots$$

Bài 110. Hai ca nô khởi hành cùng một lúc và chạy từ bến A đến bến B. Ca nô thứ nhất chạy với vận tốc 20km/h. Ca nô thứ hai chạy với vận tốc 24km/h. Trên đường đi ca nô thứ hai dừng lại 40 phút, sau đó tiếp tục chạy. Tính chiều dài quãng đường sông AB, biết rằng hai ca nô đến B cùng một lúc

Hướng dẫn

Gọi chiều dài quãng đường AB là x km ($x > 0$)

Thời gian ca nô thứ nhất đi là: $\frac{x}{20}$ giờ

Thời gian ca nô thứ hai đi là: $\frac{x}{24} + \frac{40}{60}$. Vì hai ca nô cùng đến B nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{20} = \frac{x}{24} + \frac{40}{60} \Rightarrow x = 80(\text{tmdk})$$

Vậy quãng đường AB là 80 km/h.

Bài 111. Một tàu thủy chạy trên khúc sông dài 80km, cả đi lẫn về mất 8 giờ 20 phút. Tính vận tốc của tàu khi nước yên lặng biết rằng vận tốc dòng nước là 4km/h.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc tàu khi nước yên lặng là x km/h ($x > 4$)

Ta có phương trình: $\frac{80}{x+4} + \frac{80}{x-4} = \frac{25}{3} \Leftrightarrow 80.3(x-4) + 80.3(x+4) = 25(x^2 - 16)$

$$\Leftrightarrow 25x^2 - 480x - 400 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20(tm) \\ x = -\frac{4}{5}(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của tàu khi nước yên lặng là 20 km/h.

Bài 112. Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B rồi lại ngược từ B trở về A mất tất cả 4 giờ. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng, biết rằng quãng sông AB dài 30km và vận tốc dòng nước là 4km/h.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc ca nô khi nước yên lặng là x km/h ($x > 4$)

ta có phương trình: $\frac{30}{x+4} + \frac{30}{x-4} = 4 \Leftrightarrow 4x^2 - 60x - 64 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16(tm) \\ x = -1(L) \end{cases}$

Vậy vận tốc ca nô khi nước yên lặng là 16 km/h

Bài 113. Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B cách nhau 24km, cùng lúc đó, cũng từ A về B một bè nửa trôi với vận tốc dòng nước là 4km/h. Khi đến B ca nô quay lại và gặp bè nửa tại điểm C cách A 8km. Tính vận tốc thực của ca nô

Hướng dẫn

Gọi vận tốc thực của ca nô là x km/h ($x > 4$)

Thời gian ca nô xuôi dòng là: $\frac{24}{x+4}$ giờ.

Thời gian ca nô ngược dòng là: $\frac{16}{x-4}$ giờ.

Thời gian chiếc bè trôi là: $\frac{8}{4} = 2$ giờ.

Khi ca nô quay về gặp bè thì thời gian đi được của ca nô và bè bằng nhau nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{x+4} + \frac{16}{x-4} = 2 \Leftrightarrow 24(x-4) + 16(x+4) = 2(x^2 - 16) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(L) \\ x = 20(tm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc thực của ca nô là 20 km/h.

Bài 114. Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B với vận tốc 30km/h, sau đó lại ngược dòng từ bến

B trở về A. Thời gian ca nô xuôi dòng từ A đến B ít hơn thời gian ca nô ngược dòng là 1 giờ 20 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B. Biết vận tốc dòng nước là 5km/h.

Hướng dẫn

Vận tốc thực của ca nô là: $30-5 = 25$ km/h,

Vận tốc ca nô ngược dòng là: $25-5 = 20$ km/h.

Gọi quãng đường AB là x km, ($x > 0$)

Thời gian ca nô xuôi là: $\frac{x}{30}$ giờ, thời gian ca nô ngược là: $\frac{x}{20}$ giờ. Vì thời gian ca nô xuôi ít hơn

thời gian ca nô ngược là 1 giờ 20 phút nên ta có phương trình: $\frac{x}{20} - \frac{x}{30} = \frac{4}{3} \Rightarrow x = 80(tm)$

Vậy khoảng cách AB là 80 km.

Bài 115. Một xuồng máy xuôi dòng sông 30km và ngược dòng 28km hết một thời gian bằng thời gian mà xuồng máy đi 59,5km trên mặt hồ yên lặng. Tính vận tốc của xuồng khi đi trên hồ biết rằng vận tốc của nước chảy trên sông là 3km/h.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của xuồng khi hồ yên lặng là x km/h ($x > 3$)

Thời gian xuồng xuôi 30 km là: $\frac{30}{x+3}$ giờ, thời gian xuồng ngược 28km là: $\frac{28}{x-3}$ giờ.

Thời gian xuồng máy đi 59,5km khi nước yên lặng là: $\frac{59,5}{x}$ giờ.

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{30}{x+3} + \frac{28}{x-3} = \frac{59,5}{x} \Leftrightarrow 30.x(x-3) + 28.x(x+3) = 59,5(x^2-9)$

$$\Leftrightarrow 1,5x^2 + 6x - 535,5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 17(tm) \\ x = -21(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc xuồng khi nước yên lặng là 17 km/h.

Bài 116. Một tàu thủy chạy trên khúc sông dài 120km, cả đi và về mất 6 giờ 45 phút. Tính vận tốc của tàu thủy khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 4km/h.

Hướng dẫn

$$\frac{120}{x+4} + \frac{120}{x-4} = \frac{27}{4} \Rightarrow 27x^2 - 960x - 432 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 36(tm) \\ x = -\frac{4}{9}(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc tàu thủy là 36 km/h.

Bài 117. Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60km, sau đó chạy xuôi dòng 48km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc tàu là x km/h ($x > 2$)

Thời gian tàu chạy ngược dòng là: $\frac{60}{x-2}$ giờ

Thời gian tàu chạy xuôi dòng là: $\frac{48}{x+2}$ giờ. Vì thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược là 1 giờ nên ta có

$$\text{phương trình: } \frac{60}{x-2} - \frac{48}{x+2} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 12x - 220 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 22(tm) \\ x = -10(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc tàu là 22 km/h.

Bài 118. Một ca nô chuyển động xuôi dòng từ bến A đến bến B sau đó chuyển động ngược dòng từ B về A hết tổng thời gian là 5 giờ. Biết quãng đường sông từ A đến B dài 60km và vận tốc dòng nước là 5km/h. Tính vận tốc thực của ca nô.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc thực của ca nô là x km/h ($x > 0$).

$$\text{Lập phương trình: } \frac{60}{x+5} + \frac{60}{x-5} = 5 \Rightarrow x^2 - 24x - 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25(tm) \\ x = -1(L) \end{cases}$$

Vậy vận tốc ca nô là 25 km/h.

Bài 119. Một ca nô xuôi dòng một quãng sông dài 12km rồi ngược dòng sông đó mất 2 giờ 30 phút. Nếu cũng trên quãng sông ấy, ca nô xuôi dòng 4km rồi ngược dòng 8km thì hết 1 giờ 20 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc ca nô là x km/h, vận tốc dòng nước là y km/h ($x > y > 0$)

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{12}{x+y} + \frac{12}{x-y} = 2,5 \\ \frac{4}{x+y} + \frac{8}{x-y} = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases} (tm\grave{a}k)$$

Vậy vận tốc ca nô là 10 km/h, vận tốc dòng nước là 2 km/h.



Bài 120. Một ca nô xuôi dòng 78km và ngược dòng 44 km mất 5 giờ với vận tốc dự định. nếu ca nô xuôi 13 km và ngược dòng 11 km với cùng vận tốc dự định đó thì mất 1 giờ. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (km/h, $x > 0$)

Và vận tốc của dòng nước là y (km/h, $y > 0$)

Ca nô xuôi dòng đi với vận tốc $x + y$ (km/h). Đi đoạn đường 78 km nên thời gian đi là $\frac{78}{x + y}$ (giờ).

Ca nô đi ngược dòng với vận tốc $x - y$ (km/h). Đi đoạn đường 44 km nên thời gian đi là $\frac{44}{x - y}$ (giờ).

Tổng thời gian xuôi dòng là 78 km và ngược dòng là 44 km mất 5 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{78}{x + y} + \frac{44}{x - y} = 5 \quad (1).$$

Ca nô xuôi dòng 13 km và ngược dòng 11 km nên ta có phương trình:

$$\frac{13}{x + y} + \frac{11}{x - y} = 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{78}{x + y} + \frac{44}{x - y} = 5 \\ \frac{13}{x + y} + \frac{11}{x - y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 26 \\ x - y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Đối chiếu với điều kiện ta thấy thỏa mãn.

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 24 km/h và vận tốc của dòng nước là 2 km/h.

Bài 121. Hai bến sông A và B cách nhau 40km. cùng một lúc với ca nô xuôi từ bến A có một chiếc bè trôi từ bến A với vận tốc 3km/h. Sau khi đến bến B, ca nô quay trở về bến A ngay và gặp bè, khi đó bè đã trôi được 8km. tính vận tốc riêng của ca nô.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc ca nô là x (km/h), $x > 3$. Vận tốc ca nô xuôi dòng là $x + 3$ (km/h)

Thời gian ca nô xuôi dòng từ A đến B là $\frac{40}{x + 3}$ (giờ)

Vận tốc ca nô ngược dòng là $x - 3$ (km/h)

Quãng đường ca nô ngược dòng từ B đến địa điểm gặp bè là : $40 - 8 = 32$ km

Thời gian ca nô ngược dòng từ B đến địa điểm gặp bè là: $\frac{32}{x - 3}$ (giờ)



Ta có phương trình: $\frac{40}{x+3} + \frac{32}{x-3} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{x+3} + \frac{4}{x-3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 15(x-3) + 12(x+3) = x^2 - 9$

$$\Leftrightarrow x^2 = 27x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27 \\ x = 0 \end{cases}$$

So sánh với điều kiện thì chỉ có nghiệm $x = 27$ thỏa mãn, suy ra vận tốc của ca nô là 27km/h.



CHUYÊN ĐỀ GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH

DÙNG CHO HỌC SINH LỚP 8 – LỚP 9 LUYỆN THI VÀO 10

TOÁN CÓ NỘI DUNG HÌNH HỌC

Phương pháp chung:

Bước 1: Lập phương trình – Hệ phương trình.

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết khác theo ẩn và các đại lượng đã biết.
- Lập phương trình – Hệ phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình – Hệ phương trình.

Bước 3: Kết luận.

Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, hệ phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

Công thức cần nhớ:

- Hình chữ nhật có hai kích thước a, b . Diện tích: $S = a.b$; Chu vi: $P = 2(a + b)$
- Diện tích tam giác = đáy x chiều cao : 2
- Tam giác vuông có hai cạnh góc vuông a, b . Diện tích: $S = \frac{a.b}{2}$
- Thể tích hình lập phương: a^3 Thể tích hình hộp: $a.b.c$

BÀI TẬP:

Bài 1. Chu vi một khu vườn hình chữ nhật bằng $60m$, hiệu độ dài của chiều dài và chiều rộng là $20m$. Tìm độ dài các cạnh của hình chữ nhật.

Hướng dẫn

Cách 1: Giải hệ phương trình

Gọi chiều dài và chiều rộng là x và y mét ($x, y > 0$).

Nửa chu vi của HCN là 30 nên $x + y = 30$ (1).

Chiều dài hơn chiều rộng là $29m$ nên ta có $x - y = 20$ (2)



Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ x - y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 5 \end{cases} \text{ (tmdk)}. \text{ Vậy chiều dài HCN là 25m, chiều rộng là 5m}$$

Cách 2: Giải phương trình

Gọi chiều dài HCN là x (m), $x > 0$. Suy ra chiều rộng HCN là $30 - x$ (m).

Vì hiệu độ dài của chiều dài và chiều rộng là 20m nên ta có pt:

$$x - (30 - x) = 20 \Leftrightarrow x = 25$$

Vậy chiều dài HCN là 25m, chiều rộng là 5m.

Bài 2. Một thửa đất hình chữ nhật có chu vi là 56m. Nếu giảm chiều rộng 2m và tăng chiều dài 4m thì diện tích tăng thêm $8m^2$. Tìm chiều rộng và chiều dài thửa đất.

Hướng dẫn

Cách 1: Gọi chiều dài và chiều rộng là x và y mét ($x, y > 0$). Suy ra $x + y = 28$ m (1)

Giảm chiều rộng 2m thì chiều rộng mới là: $y - 2$ mét. Tăng chiều dài 4m thì chiều dài mới là $x + 4$ mét. Ta có: $(y - 2)(x + 4) - xy = 8 \Leftrightarrow 4y - 2x - 8 = 8 \Leftrightarrow 4y - 2x = 16$ (2).

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 28 \\ 4y - 2x = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy chiều dài HCN là 16m, chiều rộng HCN là 12m.

Cách 2: Gọi chiều dài là x (m), ($x > 0$). Suy ra chiều rộng là $28 - x$ (m).

Giảm chiều rộng 2m thì chiều rộng mới là: $28 - x - 2 = 26 - x$ (m). Chiều dài mới là: $x + 4$.

Vì diện tích tăng $8m^2$ nên ta có pt:

$$(26 - x)(x + 4) - x(28 - x) = 8 \Leftrightarrow 26x + 104 - x^2 - 4x - 28x + x^2 = 8 \Leftrightarrow x = 16$$

Vậy chiều dài HCN là 16m, chiều rộng là 12m.

Bài 3. Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài bằng 3 lần chiều rộng. Nếu tăng mỗi cạnh thêm 5m thì diện tích khu vườn tăng thêm $385m^2$. Tính độ dài các cạnh của khu vườn.

Hướng dẫn

Cách 1: Gọi chiều rộng HCN là x mét ($x > 0$) thì chiều dài là $3x$ mét.

Ta có: $(x + 5)(3x + 5) - x.3x = 385 \Leftrightarrow 3x^2 + 5x + 15x + 25 - 3x^2 = 385 \Leftrightarrow x = 18$



Vậy chiều rộng là 18m, chiều dài là 54m.

Cách 2: Lập hệ:
$$\begin{cases} x = 3y \\ (x+5)(y+5) - xy = 385 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 54 \\ y = 18 \end{cases}$$

Bài 4. Hiệu số đo chu vi của hai hình vuông là $32m$ và hiệu số đo diện tích của chúng là $464m^2$.
Tìm số đo các cạnh của mỗi hình vuông.

Hướng dẫn

Gọi cạnh hai hình vuông là a và b mét ($a > b > 0$).

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4a - 4b = 32 \\ a^2 - b^2 = 464 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 8 \\ (a-b)(a+b) = 464 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 8 \\ a + b = 58 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 33 \\ b = 25 \end{cases}$$

Vậy chiều dài cạnh của hai hình vuông là 33m và 25m

Bài 5. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là $450m$. Nếu giảm chiều dài đi $\frac{1}{5}$ chiều dài cũ và tăng chiều rộng thêm $\frac{1}{4}$ chiều rộng cũ thì chu vi hình chữ nhật không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng khu vườn.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài và chiều rộng là a và b ($a > b > 0$). Suy ra $a + b = 225$ m.(1)

Giảm chiều dài đi $\frac{1}{5}$ chiều dài cũ thì chiều dài mới là: $\frac{4}{5}a$. Tương tự chiều rộng mới là: $\frac{5}{4}b$

Vì chu vi không đổi nên $\frac{4}{5}a + \frac{5}{4}b = 225$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} a + b = 225 \\ \frac{4}{5}a + \frac{5}{4}b = 225 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 125 \\ b = 100 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy chiều dài HCN là 125m, chiều rộng là 100m

Bài 6. Một khu đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng là 10m. Nếu chiều dài tăng thêm 6m, chiều rộng giảm đi 3m thì diện tích mới tăng hơn diện tích cũ là $12m^2$. Tính các kích thước của khu đất.

Hướng dẫn



Gọi chiều dài và chiều rộng là a và b ($a, b > 0$).

Vì chiều dài hơn chiều rộng 10m nên $a - b = 10$ (1).

Tăng chiều dài lên 6m, giảm chiều rộng 3m thì diện tích tăng $12 m^2$ nên ta có phương trình:

$(a + 6)(b - 3) - ab = 12$ (2). Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a - b = 10 \\ (a + 6)(b - 3) - ab = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 10 \\ ab - 3a + 6b - 18 - ab = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 30 \\ b = 20 \end{cases} \text{(tmđk)}$$

Vậy chiều dài khu đất là 30m, chiều rộng là 20m.

Bài 7. Hai khu đất hình chữ nhật, khu đất thứ nhất có chiều rộng bằng $\frac{3}{4}$ chiều dài; khu đất thứ hai có chiều rộng lớn hơn chiều rộng của khu đất thứ nhất là 2m, chiều dài nhỏ hơn chiều dài của khu đất thứ nhất là 4m và có diện tích bằng $\frac{24}{25}$ diện tích của khu đất thứ nhất. Tính diện tích của từng khu

Hướng dẫn

Gọi chiều dài khu đất thứ nhất là x mét ($x > 0$). Chiều rộng khu đất thứ nhất là $\frac{3}{4}x$ mét

Chiều rộng khu đất thứ hai là: $\frac{3x}{4} + 2$ mét. Chiều dài khu đất thứ hai là $(x - 4)$ mét.

Vì diện tích khu đất thứ hai bằng $\frac{24}{25}$ diện tích của khu đất thứ nhất nên ta có phương trình:

$$\frac{x \cdot \frac{3x}{4}}{\left(\frac{3x}{4} + 2\right)(x - 4)} = \frac{24}{25} \Leftrightarrow 75x^2 = 24(3x + 8)(x - 4)$$

Bài 8. Một thửa ruộng hình chữ nhật có chu vi 250m. Tính diện tích của thửa ruộng biết rằng nếu chiều dài giảm 3 lần và chiều rộng tăng 2 lần thì chu vi của thửa ruộng vẫn không thay đổi.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài và chiều rộng của thửa ruộng là a và b mét ($a > b > 0$).

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b = 125 \\ \frac{a}{3} + 2b = 125 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 75 \\ b = 50 \end{cases} \text{(tmđk)}$$

Vậy diện tích thửa ruộng là: $75.50 = 3750m^2$

Bài 9. Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{2}{5}$ cạnh đáy. Nếu giảm chiều cao đi 2 dm và cạnh đáy tăng thêm 3 dm thì diện tích của nó giảm đi $14 dm^2$. Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác.

Hướng dẫn

Gọi chiều cao và cạnh đáy của tam giác lần lượt là a và b dm ($a, b > 0$).

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a = \frac{2}{5}b \\ \frac{ab}{2} - \frac{(a-2) \cdot (b+3)}{2} = 14 \end{cases}$$

Bài 10. Chu vi của một hình chữ nhật bằng 140 m, hiệu giữa số đo chiều dài và chiều rộng là 10 m. Tìm số đo các cạnh của hình chữ nhật.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật là a và b mét ($a > b > 0$). Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b = 70 \\ a - b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 40 \\ b = 30 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy chiều dài HCN là 40m, chiều rộng là 30m.

Bài 11. Một hình chữ nhật có chu vi 132m. Nếu tăng chiều dài 24m, tăng chiều rộng 15m thì diện tích tăng $1620 m^2$. Tính mỗi chiều.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật là a và b mét ($a > b > 0$)

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2(a+b) = 132 \\ (a+24)(b+15) - ab = 1620 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 36 \\ b = 30 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy chiều dài HCN là 36m, chiều rộng là 30m.

Bài 12. Tính độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông, biết rằng nếu tăng mỗi cạnh lên 3 cm thì diện tích tam giác đó sẽ tăng thêm $36cm^2$, và nếu một cạnh giảm đi 2 cm, cạnh kia giảm đi 4 cm thì diện tích của tam giác giảm đi $26 cm^2$



Hướng dẫn

Gọi hai cạnh góc vuông của tam giác vuông là a và b cm ($a, b > 0$)

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{(a+3)(b+3)}{2} - \frac{ab}{2} = 36 \\ \frac{(a-2)(b-4)}{2} = \frac{ab}{2} - 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 12 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy hai cạnh của tam giác vuông là 9cm và 12 cm.

Bài 13. Cho một tam giác vuông. Nếu tăng các cạnh góc vuông lên 2 cm và 3cm thì diện tích tam giác sẽ tăng lên thêm 50 cm^2 . Nếu giảm cả hai cạnh đi 2 cm thì diện tích sẽ giảm đi 32 cm^2 . Tính hai cạnh góc vuông của tam giác.

Hướng dẫn

$$\text{Tương tự bài trên: } \begin{cases} \frac{(a+2)(b+3)}{2} - \frac{ab}{2} = 50 \\ \frac{(a-2)(b-2)}{2} = \frac{ab}{2} - 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 26 \\ b = 8 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Bài 14. Tỉ số giữa cạnh huyền và một cạnh góc vuông của một tam giác vuông là $13/12$. Cạnh còn lại bằng 15. Tính cạnh huyền.

Hướng dẫn

Gọi cạnh huyền và cạnh góc vuông của tam giác vuông là x và y ($x > y > 0$)

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{13}{12} \\ x^2 - y^2 = 15^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 36 \\ x = 39 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy cạnh huyền của tam giác vuông là 39.

Bài 15. Tính chiều dài và chiều rộng của một hình chữ nhật biết chu vi bằng 34 m, đường chéo bằng 13 m.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài và chiều rộng của HCN là a và b mét ($a > b > 0$)

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2(a+b) = 34 \\ a^2 + b^2 = 13^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 17 \\ (17-b)^2 + b^2 = 169 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 17-b \\ b = 12 \\ b = 5 \end{cases}$$

Vì $a > b > 0$ nên $\begin{cases} b = 5 \\ a = 12 \end{cases}$. Vậy chiều dài HCN là 12m, chiều rộng là 5m.

Bài 16. Tính độ dài ba cạnh của một tam giác vuông biết rằng chúng là ba số tự nhiên liên tiếp.

Hướng dẫn

Gọi một cạnh của tam giác vuông là $a, a > 0$

Cạnh góc vuông còn lại là $a + 1$

Cạnh huyền là $a + 2$ (vì cạnh huyền lớn nhất)

Áp dụng định lí Pytago cho tam giác vuông ta có: $a^2 + (a + 1)^2 = (a + 2)^2$.

Bài 17. Tính chiều dài và chiều rộng của một hình chữ nhật biết chu vi bằng 110 m và diện tích bằng 700 m².

Hướng dẫn

Cách 1: Giải hệ phương trình

Gọi chiều dài và chiều rộng lần lượt là a, b m ($0 < a, b < 55$)

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2(a+b) = 110 \\ a.b = 700 \end{cases}$$

Cách 2: Giải phương trình:

Gọi chiều dài là a m ($a > 0$), chiều rộng HCN là $(55 - a)$

Vì diện tích HCN là 700 m² nên ta có phương trình: $a(55 - a) = 700$

(Giải tìm được a chú ý kiểm tra lại chiều dài và chiều rộng)

Bài 18. Một thửa ruộng hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng là 1m. Nếu tăng chiều dài 8m, chiều rộng tăng 5m thì diện tích tăng gấp đôi. Tính chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật.

Hướng dẫn

Cách 1: Giải hệ
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ (x + 8)(y + 5) = 2xy \end{cases}$$

Cách 2: Giải phương trình:

Gọi chiều rộng là a m, $a > 0$, chiều dài là $(a + 1)$ m

Diện tích lúc đầu là $a(a + 1)$ m²

Diện tích sau khi tăng là: $(a + 8)(a + 1 + 5)$ m²

Vì diện tích tăng gấp đôi nên ta có phương trình: $(a + 8)(a + 1 + 5) = 2a(a + 1)$

Bài 19. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 280 m. Người ta làm một lối đi xung quanh vườn (thuộc đất của vườn) rộng 2m, diện tích đất còn lại để trồng trọt là 4256 m². Tính diện tích của cả khu vườn.

Hướng dẫn

Cách 1: Giải hệ phương trình

Gọi chiều dài và chiều rộng khu vườn là a, b m ($0 < a, b < 140$)

Chu vi HCN là 280m nên $2(a + b) = 280$

Khi làm lối đi, chiều dài khu đất còn lại là $(a - 4)$ mét, chiều rộng là $(b - 4)$ mét.

Vì diện tích còn lại là 4256 m² nên $(a - 4)(b - 4) = 4256$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2(a + b) = 280 \\ (a - 4)(b - 4) = 4256 \end{cases}$$

Cách 2: Giải phương trình

Gọi chiều rộng a ($0 < a < 140$) thì chiều dài HCN là $140 - a$

Chiều dài miếng đất còn lại sau khi làm lối đi là: $(a - 4)$ mét, chiều rộng là $140 - a - 4 = 136 - a$ mét

Vì diện tích còn lại là 4256 m² nên ta có phương trình: $(a - 4)(136 - a) = 4256$

Bài 20. Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 30 m, chiều rộng 20m. Ở chung quanh về phía trong mảnh đất người ta để một lối đi có chiều rộng không đổi, phần còn lại là một hình chữ nhật được trồng hoa. Biết rằng diện tích trồng hoa bằng 84% diện tích mảnh đất, tính chiều rộng của lối đi.

Hướng dẫn

Gọi chiều rộng của lối đi là x , ($0 < x < 20$)

Diện tích ban đầu là $30.20 = 600$ m²

Chiều dài mới sau khi làm lối đi là: $30 - 2x$ mét, chiều rộng là $20 - 2x$ mét



Vì diện tích trồng hoa bằng 84% diện tích mảnh đất nên ta có phương trình:

$$(30 - 2x)(20 - 2x) = 0,84 \cdot 600 \Leftrightarrow 4x^2 - 100x + 600 = 504 \Leftrightarrow 4x^2 - 100x + 96 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24(L) \\ x = 1(tm) \end{cases}$$

Vậy $x = 1$ hay chiều rộng lối đi là 1m.

Bài 21. Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao tăng thêm 3 dm và cạnh đáy giảm đi 3 dm thì diện tích của nó tăng thêm 12 dm^2 . Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác.

Hướng dẫn

Gọi độ dài cạnh đáy là x ($x > 3$), độ dài chiều cao là y ($y > 0$)

Do chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy nên ta có: $y = \frac{3}{4}x$

Chiều cao tăng thêm 3 dm, cạnh đáy giảm đi 3 dm thì diện tích tăng thêm 12 dm^2 , nên ta có:

$$\frac{(x-3)(y+3)}{2} - \frac{xy}{2} = 12. \text{ Từ đó ta có hệ: } \begin{cases} y = \frac{3}{4}x \\ \frac{(x-3)(y+3)}{2} - \frac{xy}{2} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{4}x \\ 3x - 3y - 9 = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 44 \\ y = 33 \end{cases}$$

Vậy cạnh đáy dài 44 dm, chiều cao dài 33 dm.

Bài 22. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 48 m. Nếu tăng chiều rộng lên bốn lần và chiều dài lên ba lần thì chu vi của khu vườn sẽ là 162 m. Hãy tìm diện tích của khu vườn ban đầu.

Hướng dẫn

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là a ($a > 0$), chiều dài của hình chữ nhật là b ($b > 0$)

Hình chữ nhật có chu vi bằng 48 m, nên: $a + b = 24$

Tăng chiều rộng lên bốn lần và chiều dài lên ba lần thì chu vi của khu vườn sẽ là 162 m, ta có phương trình:

$$4a + 3b = 81. \text{ Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} a + b = 24 \\ 4a + 3b = 81 \end{cases}. \text{ Suy ra } a = 9 \text{ m; } b = 15 \text{ m.}$$

Vậy chiều rộng hình chữ nhật là 9 m, chiều dài hình chữ nhật là 15 m.

Bài 23. Người ta muốn làm một chiếc thùng tôn hình trụ không nắp có bán kính đáy là 25 cm, chiều cao của thùng là 60 cm. Hãy tính diện tích tôn cần dùng (không kể mép nối). Thùng tôn đó

khi chứa đầy nước thì thể tích nước chứa trong thùng là bao nhiêu.

Hướng dẫn

Diện tích xung quanh của thùng tôn là: $S_{xq} = 60.50 = 3000cm^2$.

Diện tích đáy: $S_{đáy} = 3,14.25^2 = 1962,5 cm^2$.

Diện tích tôn cần dùng: $3000 + 1962,5 = 4962,5 cm^2$.

Thể tích nước: $S_{đáy} \cdot \text{Chiều cao} = 1962,5 \cdot 60 = 117750 cm^3 = 117,75 dm^3$

Vậy thùng tôn đó khi chứa đầy nước thì đựng được $117,75 dm^3$

Bài 24. Một thửa ruộng hình chữ nhật có diện tích là $100 m^2$. Tính độ dài các cạnh của thửa ruộng. Biết rằng nếu tăng chiều rộng của thửa ruộng lên 2 m và giảm chiều dài của thửa ruộng đi 5 m thì diện tích của thửa ruộng sẽ tăng thêm $5 m^2$.

Hướng dẫn

Gọi chiều rộng của thửa ruộng là a ($a > 0$), chiều dài của thửa ruộng là b ($b > 5$)

Diện tích của thửa ruộng ban đầu là $100 m^2$ nên ta có: $a.b = 100$

Tăng chiều rộng của thửa ruộng lên 2 m và giảm chiều dài của thửa ruộng đi 5 m thì diện tích của thửa ruộng sẽ tăng thêm $5 m^2$, ta có: $(a+2)(b-5) - ab = 5$

Ta có hệ:
$$\begin{cases} a.b = 100 \\ (a+2)(b-5) - ab = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab = 100 \quad (1) \\ 2a - 5b = 15 \quad (2) \end{cases}$$

Từ (2) suy ra $b = \frac{5a+15}{2}$. Thay vào (1) ta được phương trình: $5a^2 + 15a - 200 = 0 \Rightarrow a = 5; b = 20$

Bài 25. Một khu vườn hình chữ nhật, chiều dài lớn hơn chiều rộng 5 m, diện tích bằng $300 m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài của khu vườn là a ($a > 0$), chiều rộng của khu vườn là b ($b > 0$)

Do chiều dài lớn hơn chiều rộng 5m, nên: $a - b = 5$

Diện tích của hình chữ nhật là $300 m^2$ nên ta có: $a.b = 300$

Từ đó, ta có hệ:
$$\begin{cases} a - b = 5 \\ a.b = 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 + b \\ (5 + b)b = 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 15m \\ a = 20m \end{cases}$$

Vậy chiều rộng của khu vườn là 15m, chiều dài của khu vườn là 20m.

Bài 26. Cho một hình chữ nhật. Nếu tăng độ dài mỗi cạnh của nó lên 1 cm thì diện tích của hình chữ nhật sẽ tăng thêm 13 cm^2 . Nếu giảm chiều dài đi 2 cm, chiều rộng đi 1 cm thì diện tích của hình chữ nhật sẽ giảm 15 cm^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đã cho.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài của hình chữ nhật là a ($a > 2$), chiều rộng của hình chữ nhật là b ($b > 1$)

Nếu tăng độ dài mỗi cạnh của nó lên 1 cm thì diện tích của hình chữ nhật sẽ tăng thêm 13 cm^2 , nên ta có:

$$(a+1)(b+1) - ab = 13$$

Nếu giảm chiều dài đi 2 cm, chiều rộng đi 1 cm thì diện tích của hình chữ nhật sẽ giảm 15 cm^2 , nên ta có:

$$ab - (a-2)(b-1) = 15$$

Từ đó ta có hệ:
$$\begin{cases} (a+1)(b+1) - ab = 13 \\ ab - (a-2)(b-1) = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = 12 \\ a+2b = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \text{ cm} \\ b = 5 \text{ cm} \end{cases}$$

Vậy chiều dài của hình chữ nhật là 7 cm, chiều rộng của hình chữ nhật là 5 cm.

Bài 27. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 80 m. Nếu tăng chiều dài thêm 3 m, chiều rộng thêm 5 m thì diện tích của mảnh đất tăng thêm 195 m^2 . Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh đất.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài mảnh đất là a ($a > 0$), chiều rộng mảnh đất là b ($b > 0$)

Do mảnh đất có chu vi là 80 m, nên: $a + b = 40$

Nếu tăng chiều dài thêm 3 m, chiều rộng thêm 5 m thì diện tích của mảnh đất tăng thêm 195 m^2 nên ta có:

$$(a+3)(b+5) - ab = 195$$

Từ đó, ta được hệ
$$\begin{cases} a+b = 40 \\ (a+3)(b+5) - ab = 195 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = 40 \\ 5a+3b = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 30 \text{ m} \\ b = 10 \text{ m} \end{cases}$$

Vậy chiều dài mảnh đất là 30 m, chiều rộng mảnh đất là 10 m.

Bài 28. Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{2}{5}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao giảm đi 2 dm và cạnh đáy tăng thêm 3 dm thì diện tích của nó giảm đi 14 dm^2 . Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác.



Gọi chiều cao của tam giác là a ($a > 2$), cạnh đáy của tam giác là b ($b > 0$)

Do chiều cao bằng $\frac{2}{5}$ cạnh đáy nên: $a = \frac{2}{5}b$

Nếu chiều cao giảm đi 2 dm và cạnh đáy tăng thêm 3 dm thì diện tích của nó giảm đi 14 dm^2 nên ta có:

$$\frac{ab}{2} - \frac{(a-2)(b+3)}{2} = 14$$

Từ đó ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} a = \frac{2}{5}b \\ \frac{ab}{2} - \frac{(a-2)(b+3)}{2} = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{5}b \\ -3a + 2b + 6 = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 11 \text{ dm} \\ b = 27,5 \text{ dm} \end{cases}$$

Vậy chiều cao của tam giác là 11 dm, cạnh đáy của nó là 27,5 dm.

Bài 29. Một mảnh vườn hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó?

Cách 1: Giải hệ: Gọi chiều dài hình chữ nhật là x ($x > 7$), chiều rộng hình chữ nhật là y ($y > 0$)

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y = 7 \\ x^2 + y^2 = 13^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 7 \\ (y + 7)^2 + y^2 = 169 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy chiều dài hình chữ nhật là 12 m, chiều rộng hình chữ nhật là 5 m.

Cách 2: Giải phương trình

Gọi chiều dài hình chữ nhật là x ($x > 7$), chiều rộng là $x - 7$

Vì đường chéo hình chữ nhật là 13 m^2 nên ta có phương trình:

$$x^2 + (x - 7)^2 = 13^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 14x - 120 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -10 \end{cases}$$

Vậy $x = 12$ hay chiều dài hình chữ nhật là 12 m, chiều rộng hình chữ nhật là 5 m.

Bài 30. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 5m. Nếu giảm chiều rộng đi 4m và chiều dài đi 5m thì diện tích giảm 180 m^2 . Tính chu vi ban đầu của mảnh vườn?

Hướng dẫn

Cách 1: Giải hệ

Gọi chiều dài của vườn là x ($x > 5$), chiều rộng của vườn là y ($y > 5$)

Ta có hệ
$$\begin{cases} x - y = 5 \\ (y - 4)(x - 5) = xy - 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 5 \\ -4x - 5y + 20 = -180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 20 \end{cases}$$



Vậy chiều dài của vườn là 25 m, chiều rộng của vườn là 20 m.

Cách 2: Giải phương trình :

Gọi chiều dài vườn là x ($x > 5$), chiều rộng vườn là $x - 5$ (mét)

Diện tích ban đầu là $x(x - 5)$ m²

Khi giảm chiều dài đi 5m thì chiều dài mới là $(x - 5)$ mét

Giảm chiều rộng 4m thì chiều rộng là $x - 5 - 4 = x - 9$ mét

Vì diện tích giảm 180m^2 nên ta có phương trình: $(x - 5)(x - 9) = x(x - 5) - 180 \Leftrightarrow x = 25$

Vậy chiều dài vườn là 25 m, chiều rộng vườn là 20 m

Bài 31. Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu tăng chiều cao thêm 3m và giảm cạnh đáy đi 2m thì diện tích tăng thêm 9m^2 . Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác đã cho.

Hướng dẫn

Cách 1: Giải hệ phương trình

Gọi chiều cao và cạnh đáy của tam giác lần lượt là x, y ($x, y > 0$) (mét)

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = \frac{3}{4}y \\ \frac{(x+3)(y-2)}{2} = \frac{xy}{2} + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4}y \\ -2x + 3y - 6 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7,5 \\ y = 10 \end{cases}$$

Vậy chiều cao của tam giác là 7,5 m, cạnh đáy của tam giác là 10 m.

Cách 2: Giải phương trình

Gọi cạnh đáy là x ($x > 0$), chiều cao là $\frac{3}{4}x$ (mét)

Diện tích tam giác lúc đầu là $\frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{3}{4}x = \frac{3x^2}{8}$ m²

Chiều cao mới là: $\frac{3}{4}x + 3$ mét

Cạnh đáy mới là: $x - 2$ mét

Diện tích mới tăng thêm 9m^2 nên ta có phương trình:

$$\frac{\left(\frac{3}{4}x + 3\right)(x - 2)}{2} = \frac{3x^2}{8} + 9 \Leftrightarrow \frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(\text{tm}) \\ x = -3,2(\text{L}) \end{cases} \text{ Suy ra } x = 10$$

Vậy chiều cao của tam giác là 7,5 m, cạnh đáy của tam giác là 10 m.



Bài 32. Một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 5m và có diện tích là $300m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng?

Cách 1: Giải phương trình:

Gọi chiều dài hình chữ nhật là x ($x > 5$) mét, chiều rộng hình chữ nhật là $x - 5$ mét

Vì diện tích là $300m^2$ nên ta có phương trình: $x(x - 5) = 300 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = -15 \end{cases}$ Suy ra $x = 20$

Vậy chiều dài là 20 m, chiều rộng là 15 m.

Cách 2: Giải hệ phương trình:

Gọi chiều dài hình chữ nhật là x ($x > 5$) mét, chiều rộng hình chữ nhật là y ($y > 0$) mét

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} x - y = 5 \\ xy = 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 5 \\ y(y + 5) = 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 5 \\ \begin{cases} y = 15 \\ y = -20 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \end{cases}$$

Vậy chiều dài là 20 m, chiều rộng là 15 m.

Bài 33. Một hình chữ nhật có chu vi là 60m và diện tích là $200m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng?

Hướng dẫn

Cách 1: Giải phương trình:

Gọi chiều dài HCN là x ($0 < x < 30$) mét, chiều rộng là: $(30 - x)$ mét.

Vì diện tích HCN là $200m^2$ nên ta có phương trình: $x(30 - x) = 200 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = 20 \end{cases}$

Vậy chiều dài là 20 m, chiều rộng là 10 m.

Cách 2: Giải hệ phương trình:

Gọi chiều dài HCN là x ($0 < x < 30$) mét, chiều rộng là: y ($0 < y < x$) mét.

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} x + y = 30 \\ xy = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 - y \\ (30 - y)y = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 - y \\ \begin{cases} y = 10 \\ y = 20 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 10 \end{cases}$$

Vậy chiều dài là 20 m, chiều rộng là 10 m.

Bài 34. Một mảnh vườn hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 15m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 3m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó?

Hướng dẫn

Cách 1: Giải hệ

Gọi chiều dài vườn là x ($x > 3$), chiều rộng vườn là y ($y > 0$) (mét)

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 + y^2 = 15^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ (y + 3)^2 + y^2 = 225 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ \begin{cases} y = -12 \\ y = 9 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 9 \end{cases}$$

Vậy chiều dài vườn là 12 m, chiều rộng vườn là 9 m.

Cách 2: Giải phương trình

Gọi chiều dài HCN là x ($0 < x < 15$) mét, chiều rộng là $x - 3$ mét

$$\text{Vì đường chéo HCN là 15m nên ta có phương trình: } x^2 + (x - 3)^2 = 15^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 (tm) \\ x = -9 (L) \end{cases}$$

Vậy chiều dài vườn là 12 m, chiều rộng vườn là 9 m.

Bài 35. Một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 20cm. Hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 4cm. Tính diện tích tam giác vuông đó?

Cách 1: Giải hệ phương trình

Gọi hai cạnh góc vuông lần lượt là x, y ($0 < x < y < 20$) cm.

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} y - x = 4 \\ x^2 + y^2 = 20^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 4 \\ (x + 4)^2 + x^2 = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 4 \\ \begin{cases} x = 12 \\ x = -16 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 16 \end{cases}$$

Vậy diện tích tam giác đó là: $S = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 = 96$ (cm²)

Cách 2: Giải phương trình

Gọi cạnh góc vuông bé hơn là x ($0 < x < 20$) cm

Cạnh góc vuông còn lại là $(x + 4)$ cm

$$\text{Vì cạnh huyền là 20cm nên ta có phương trình: } x^2 + (x + 4)^2 = 20^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 (tm) \\ x = -16 (L) \end{cases}$$

Suy ra độ dài hai cạnh góc vuông là: 12 cm và 16 cm

Bài 36. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 40m. Nếu tăng chiều rộng thêm 2m và giảm chiều dài 2m thì diện tích tăng thêm 4m². Tính diện tích mảnh đất ban đầu?

Hướng dẫn



Gọi chiều dài và chiều rộng của HCN là x, y ($0 < y < x$)

Chu vi mảnh đất là 40m nên ta có: $x + y = 20$

Nếu tăng chiều rộng thêm 2m và giảm chiều dài 2m thì diện tích tăng thêm 4 m^2 , ta có:

$$(x - 2)(y + 2) = xy + 4$$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 20 \\ (x - 2)(y + 2) = xy + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ 2x - 2y - 4 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 8 \end{cases}$$

Vậy diện tích mảnh đất là: $S = 12 \cdot 8 = 96 \text{ m}^2$

Bài 37. Một mảnh đất hình chữ nhật, nếu tăng chiều dài và chiều rộng thêm 5m thì diện tích tăng thêm 200 m^2 . Nếu tăng chiều dài 3m và giảm chiều rộng 2m thì diện tích giảm 1 m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó?

Hướng dẫn

Gọi chiều dài mảnh đất là x ($x > 0$), chiều rộng mảnh đất là y ($y > 2$)

Nếu tăng chiều dài và chiều rộng thêm 5m thì diện tích tăng thêm 200 m^2 , ta có:

$$(x + 5)(y + 5) = xy + 200$$

Nếu tăng chiều dài 3m và giảm chiều rộng 2m thì diện tích giảm 1 m^2 , ta có: $(x + 3)(y - 2) = xy - 1$

$$\text{Ta được hệ phương trình: } \begin{cases} (x + 5)(y + 5) = xy + 200 \\ (x + 3)(y - 2) = xy - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 5y + 25 = 200 \\ -2x + 3y - 6 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \end{cases}$$

Vậy chiều dài mảnh đất là 20 m, chiều rộng mảnh đất là 15 m.

Bài 38. Một hình chữ nhật có diện tích 360 m^2 . Nếu tăng chiều rộng 2m và giảm chiều dài 6m thì diện tích không đổi. Tính chu vi hình chữ nhật.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài và chiều rộng của HCN là x, y ($0 < y < x$)

Do diện tích hình chữ nhật là 360 m^2 nên ta có $xy = 360$

Nếu tăng chiều rộng 2m và giảm chiều dài 6m thì diện tích không đổi, nên: $(x - 6)(y + 2) = xy$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} xy = 360 \\ (x - 6)(y + 2) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 360 \\ 2x - 6y - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y + 6 \\ (3y + 6)y = 360 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y + 6 \\ \begin{cases} y = 10 \\ y = -12 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36 \\ y = 10 \end{cases}$$

Vậy chu vi hình chữ nhật là: $2 \cdot (36 + 10) = 92 \text{ m}$



Bài 39. Một thửa ruộng hình chữ nhật, nếu tăng chiều dài thêm 2m và tăng chiều rộng thêm 3m thì diện tích tăng thêm $100m^2$. Nếu cùng giảm chiều dài và chiều rộng 2m thì diện tích giảm đi $68m^2$. Tính diện tích của thửa ruộng đó.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài và chiều rộng của HCN là x, y ($0 < y < x$)

Nếu tăng chiều dài thêm 2m và tăng chiều rộng thêm 3m thì diện tích tăng thêm $100 m^2$, ta có:

$$(x + 2)(y + 3) = xy + 100$$

Nếu cùng giảm chiều dài và chiều rộng 2m thì diện tích giảm đi $68 m^2$, ta có:

$$(x - 2)(y - 2) = xy - 68$$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x + 2)(y + 3) = xy + 100 \\ (x - 2)(y - 2) = xy - 68 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 94 \\ -2x - 2y = -64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy diện tích thửa ruộng là: $S = 30.2 = 60 m^2$

Bài 40. Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng là 7m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

Hướng dẫn

Cách 1: Lập phương trình

Gọi chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật là x ($x > 0$) (m)

Chiều dài mảnh đất hình chữ nhật lớn hơn chiều rộng 7m nên chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật là $x + 7$ (m)

Biết độ dài đường chéo là 13m nên theo định lý Pitago ta có phương trình: $x^2 + (x + 7)^2 = 13^2$

Giải phương trình ta được $x = 5$ hoặc $x = -12$. Đối chiếu với điều kiện ta có chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật là 5m và chiều dài mảnh đất đó là 12m.

Cách 2: Lập hệ phương trình

Gọi chiều dài của mảnh đất đó là x và chiều rộng của mảnh đất đó là y (m, $x > y > 0$)

Khi đó ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} y + 7 = x \\ x^2 + y^2 = 13^2 \end{cases}$$
. Giải hệ ta được
$$\begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}$$
.

Đối chiếu với điều kiện ta thấy thỏa mãn. Vậy chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật là 5m và chiều dài là 12m.



CHUYÊN ĐỀ GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH
DÙNG CHO HỌC SINH LỚP 8 – LỚP 9 LUYỆN THI VÀO 10
TOÁN NĂNG SUẤT – PHẪM TRĂM – LÍ HÓA

Phương pháp chung:

Bước 1: Lập phương trình – Hệ phương trình.

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết khác theo ẩn và các đại lượng đã biết.
- Lập phương trình, hệ phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình – Hệ phương trình.

Bước 3: Kết luận.

Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, hệ phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

Các công thức cần nhớ:

Khối lượng công việc = năng suất lao động x thời gian.

BÀI TẬP

Bài 1. Một xí nghiệp dệt thảm được giao làm một số thảm xuất khẩu trong 20 ngày. Xí nghiệp đã tăng năng suất lên 20% nên sau 18 ngày không những đã làm xong số thảm được giao mà còn làm thêm được 24 chiếc nữa. Tính số thảm mà xí nghiệp đã làm trong 18 ngày?

Hướng dẫn

Gọi số thảm dự định làm trong 1 ngày là x chiếc, ($x \in \mathbb{N}^*$).

Số thảm làm trong 20 ngày là : $20x$ chiếc.

Tăng năng suất 20% thì một ngày làm được : $x + 20\%.x = 1,2x$ chiếc.

Làm 18 ngày được : $18.1,2x = 21,6x$.

Ta có pt : $21,6x - 20x = 24 \Leftrightarrow x = 15$ (tmđk)

Số thảm làm trong 18 ngày : $21,6.15 = 324$ chiếc



Bài 2. Một tổ sản xuất phải làm 600 sản phẩm trong thời gian quy định với năng suất quy định. Khi làm xong 400 sản phẩm tổ sản xuất tăng năng suất lao động. Mỗi ngày tăng thêm 10 sản phẩm so với quy định. Vì vậy công việc được hoàn thành sớm hơn quy định 1 ngày. Tính xem mỗi ngày tổ làm được bao nhiêu sản phẩm.

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm một ngày tổ sản xuất được là x sản phẩm ($x \in \mathbb{N}^*$)

Số ngày dự định là : $\frac{600}{x}$ ngày.

Thực tế :

Thời gian làm hết 400 sản phẩm là : $\frac{400}{x}$ ngày.

Những ngày tiếp theo, mỗi ngày làm được $(x+10)$ sản phẩm nên thời gian làm hết 200 sản phẩm còn lại là : $\frac{200}{x+10}$ ngày.

Vì tổ hoàn thành sớm hơn quy định 1 ngày nên ta có phương trình :

$$\frac{600}{x} - \left(\frac{400}{x} + \frac{200}{x+10} \right) = 1 \Leftrightarrow \frac{200}{x} - \frac{200}{x+10} = 1 \Leftrightarrow 200(x+10) - 200x = x(x+10)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 2000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(tm) \\ x = -50(L) \end{cases}$$

Vậy mỗi ngày tổ sản xuất được 40 sản phẩm.

Bài 3. Trong tháng Giêng hai tổ công nhân may được 800 chiếc áo. Tháng Hai, tổ 1 vượt mức 15%, tổ hai vượt mức 20% do đó cả hai tổ sản xuất được 945 cái áo. Tính xem trong tháng đầu mỗi tổ may được bao nhiêu chiếc áo?

Hướng dẫn

Cách 1 : Giải hệ phương trình

Gọi số áo tổ 1 và tổ 2 may trong tháng đầu lần lượt là x và y chiếc ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 800$).

Trong tháng đầu hai tổ may được 800 chiếc áo nên ta có phương trình : $x + y = 800$ (1)

Tháng 2 tổ 1 vượt mức 15% nên tổ 1 làm được : $x + 15\%x = 1,15x$ chiếc áo.

Tổ 2 vượt mức 20% nên tổ 2 làm được $y + 20\%y = 1,2y$ chiếc áo

Vì tháng 2 cả hai tổ làm được 945 chiếc áo nên $1,15x + 1,2y = 945$ (2)



Từ (1)(2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y = 800 \\ 1,15x + 1,2y = 945 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases}$$

Vậy trong tháng 1 tổ 1 làm được 300 chiếc áo, tổ 2 làm được 500 chiếc áo.

Cách 2 : Giải phương trình

Gọi số áo tổ 1 may trong tháng 1 là x chiếc ($x \in \mathbb{N}^*$; $x < 800$)

Suy ra tổ 2 may được $(800 - x)$ chiếc.

Trong tháng 2 tổ 1 vượt mức 15% nên tổ 1 là được : $x + 15\%x = 1,15x$.

Tổ 2 vượt mức 20% nên tổ 2 làm được : $(800 - x) + 20\%.(800 - x) = 1,2(800 - x)$

Vì tháng 2 cả hai tổ làm được 945 chiếc áo nên ta có pt : $1,15x + 1,2(800 - x) = 945$

Giải phương trình được : $x = 300$ chiếc áo, suy ra tổ 2 làm được 500 chiếc áo.

Bài 4. Một người mua hai loại mặt hàng A và B .Nếu tăng giá mặt hàng A thêm 10% và mặt hàng B thêm 20% thì người đó phải trả 232 nghìn đồng .Nhưng nếu giảm giá cả hai mặt hàng là 10% thì người đó phải trả tất cả 180 nghìn đồng . Tính giá tiền mỗi loại lúc đầu ?

Hướng dẫn

Gọi giá mặt hàng A và B lần lượt là x, y nghìn đồng ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Theo bài ra ta có hệ PT :
$$\begin{cases} 1,1x + 1,2y = 232 \\ 0,9x + 0,9y = 180 \end{cases}$$

Giải hệ PT ta được $x = 80; y = 120$

Bài 5. Một công ty dự định điều động một số xe để chuyên 180 tấn hàng từ cảng Dung Quất vào thành phố Hồ Chí Minh, mỗi xe chở khối lượng hàng như nhau. Nhưng do nhu cầu thực tế cần chuyển thêm 28 tấn hàng nên công ty đó phải điều động thêm một xe cùng loại và mỗi xe bây giờ phải chở thêm 1 tấn hàng mới đáp ứng được nhu cầu đặt ra. Hỏi theo dự định công ty đó cần điều động bao nhiêu xe? Biết rằng mỗi xe không chở quá 15 tấn. (Trích đề tuyển sinh vào lớp 10 Tỉnh Quảng Ngãi 2015)

Hướng dẫn

Gọi x (tấn) là số tấn hàng trong thực tế mà mỗi xe phải chở (ĐK: $1 < x \leq 15, x \in \mathbb{N}$)

$\Rightarrow x-1$ là số tấn hàng mỗi xe phải chở theo dự định.

Số xe thực tế phải điều động là: $\frac{180+28}{x}$ (xe)

Số xe cần điều động theo dự định là: $\frac{180}{x-1}$ (xe)

Vì vậy số xe thực tế nhiều hơn dự định là 1 xe nên ta có phương trình:

$$\frac{208}{x} - \frac{180}{x-1} = 1 \Leftrightarrow 208x - 208 - 180x = x^2 - x \Leftrightarrow x^2 - 29x + 208 = 0$$

$\Rightarrow x_1 = 13$ (tm) hoặc $x_2 = 16$ (loại vì $x \leq 15$)

Vậy theo dự định cần điều động: $\frac{180}{x-1} = \frac{180}{13-1} = 15$ (xe).

Bài 6. Hưởng ứng phong trào “Vì biển đảo Trường Sa” một đội tàu dự định chở 280 tấn hàng ra đảo. Nhưng khi chuẩn bị khởi hành thì số hàng hóa đã tăng thêm 6 tấn so với dự định. vì vậy đội tàu phải bổ sung thêm 1 tàu và mỗi tàu chở ít hơn dự định 2 tấn hàng. Hỏi khi dự định đội tàu có bao nhiêu chiếc tàu, biết các tàu chở số tấn hàng bằng nhau. (Trích đề tuyển sinh vào lớp 10 Tỉnh Bà Rịa Vũng Tàu năm 2015)

Hướng dẫn

Gọi x (chiếc) là số tàu dự định của đội ($x \in \mathbb{N}^*, x < 140$)

Số tàu tham gia vận chuyển là $x+1$ (chiếc)

Số tấn hàng trên mỗi chiếc theo dự định $\frac{280}{x}$ (tấn)

Số tấn hàng trên mỗi chiếc thực tế $\frac{286}{x+1}$ (tấn)

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{280}{x} - \frac{286}{x+1} = 2$

$$\Leftrightarrow 280(x+1) - 286x = 2x(x+1) \Leftrightarrow x^2 + 4x - 140 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -14(l) \end{cases}$$

Vậy đội tàu lúc đầu có 10 chiếc tàu.

Bài 7. Một công nhân theo kế hoạch phải làm 85 sản phẩm trong một khoảng thời gian dự định. Nhưng do yêu cầu đột xuất, người công nhân đó phải làm 96 sản phẩm. Do người công nhân mỗi giờ đã làm tăng thêm 3 sản phẩm nên người đó đã hoàn thành công việc sớm hơn so với

thời gian dự định là 20 phút. Tính xem theo dự định mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm, biết rằng mỗi giờ chỉ làm được không quá 20 sản phẩm.

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm công nhân dự định làm trong một giờ là $x (0 < x \leq 20)$.

Thời gian dự kiến người đó làm xong 85 sản phẩm là $\frac{85}{x}$ (giờ)

Thực tế mỗi giờ làm tăng thêm 3 sản phẩm nên số sản phẩm làm được mỗi giờ là $x+3$.

Do đó 96 sản phẩm được làm trong $\frac{96}{x+3}$ (giờ)

Thời gian hoàn thành công việc thực tế sớm hơn so với dự định là 20 phút $= \frac{1}{3}$ giờ nên ta có phương

$$\text{trình } \frac{85}{x} - \frac{96}{x+3} = \frac{1}{3}$$

Giải phương trình ta được $x=15$ hoặc $x=-51$

Đổi chiếu điều kiện ta loại nghiệm $x=-51$.

Theo dự định mỗi giờ người đó phải làm 15 sản phẩm.

Bài 8. Hai lớp 8A và 8B có tổng cộng 94 học sinh biết rằng 25% số học sinh 8A đạt loại giỏi, 20% số học sinh 8B và tổng số học sinh giỏi của hai lớp là 21. Tính số học sinh của mỗi lớp?

Hướng dẫn

Cách 1: Giải hệ phương trình

Gọi số học sinh của lớp 8A và 8B lần lượt là x và y học sinh ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 94$)

Vì tổng số học sinh của hai lớp là 94 nên ta có phương trình: $x + y = 94$ (1)

Số học sinh giỏi của lớp 8A là: 25% x ; số học sinh giỏi của lớp 8B là 20% y . Vì tổng số học sinh giỏi của hai lớp là 21 học sinh nên ta có phương trình: 25%. x + 20%. y = 21 (2)

Từ (1)(2) ta có hệ pt:

$$\begin{cases} x + y = 94 \\ 0,25x + 0,2y = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 44 \\ y = 50 \end{cases}$$

Vậy :

Cách 2: Giải phương trình

Gọi số học sinh của lớp 8A là $x (x \in \mathbb{N}^*; x < 94)$.



Số học sinh của lớp 8B là $(94 - x)$ học sinh.

Số học sinh giỏi của lớp 8A là: $25\%.x = 0,25x$ học sinh.

số học sinh giỏi lớp 8B là: $20\%.(94 - x) = 0,2(94 - x)$ học sinh.

Ta có pt: $0,25x + 0,2(94 - x) = 21 \Rightarrow x = 44$.

Vậy số học sinh của lớp 8A là 44 học sinh, lớp 8B là 50 học sinh.

Bài 9. Trong một kỳ thi, hai trường A,B có tổng cộng 350 học sinh dự thi. Kết quả là hai trường có tổng cộng 338 học sinh trúng tuyển. Tính ra thì trường A có 97% và trường B có 96% học sinh dự thi trúng tuyển. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu thí sinh dự thi?

Hướng dẫn

Cách 1: Giải hệ phương trình

Gọi số thí sinh tham dự của trường A và trường B lần lượt là $x, y (x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 350)$. Ta có hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} x + y = 350 \\ \frac{97}{100}x + \frac{96}{100}y = 338 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 150 \end{cases}$$

Cách 2: Giải phương trình

Gọi số học sinh trường A là x học sinh, $x \in \mathbb{N}^*, x < 350$

Số học sinh trường B là $(350 - x)$ học sinh

Số học sinh trúng tuyển trường A là $0,97.x$ học sinh

Số học sinh trúng tuyển của trường B là $0,96.(350 - x)$ học sinh

Vì số học sinh trúng tuyển hai trường là 338 học sinh nên ta có phương trình:

$$0,97.x + 0,96.(350 - x) = 338$$

Bài 10. Dân số tỉnh A hiện nay là 612060 người. Hàng năm dân số tỉnh này tăng 1%. Hỏi hai năm trước đây dân số của tỉnh A là bao nhiêu?

Hướng dẫn

Gọi số dân tỉnh A hai năm trước là x người ; $x \in \mathbb{N}^*$

Sau năm thứ 1: dân số là $x + 1\%.x = \frac{101x}{100}$ người.

Năm thứ 2 dân số là: $\frac{101x}{100} + 1\%.\frac{101x}{100}$. Theo bài ra ta có phương trình:



$$\frac{101x}{100} + 1\% \cdot \frac{101x}{100} = 612060 \Leftrightarrow x = 600000 \text{ người.}$$

Vậy 2 năm trước dân số tỉnh A là 600000 người.

Bài 11. Trong một trường học, vào đầu năm học số học sinh nam và nữ bằng nhau. Nhưng trong học kì 1, trường nhận thêm 15 học sinh nữ và 5 học sinh nam nên số học sinh nữ chiếm 51% số học sinh của trường. Hỏi cuối học kì 1, trường có bao nhiêu học sinh nam, học sinh nữ?

Hướng dẫn

Cách 1: Giải hệ phương trình

Gọi số học sinh nam và nữ đầu năm học là x và y học sinh ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Đầu năm số học sinh nam và nữ bằng nhau nên ta có: $x = y$ (1)

Trường nhận thêm 15 học sinh nữ và 5 học sinh nam nên số học sinh nữ là $y + 15$ học sinh, số học sinh nam là $(x + 5)$ học sinh. Vì số học sinh nữ chiếm 51% số học sinh của trường nên ta có:

$$\frac{y+15}{x+5} = \frac{51}{49} \quad (2). \text{ Từ (1)(2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x = y \\ \frac{y+15}{x+5} = \frac{51}{49} \end{cases} \Rightarrow x = y = 240$$

Vậy cuối học kì 1 có 245 nam, 255 nữ.

Cách 2: Giải phương trình

Gọi số học sinh nam lúc đầu là x ; ($x \in \mathbb{N}^*$)

Vì lúc đầu số học sinh nam và nữ bằng nhau nên số học sinh nữ lúc đầu là x học sinh

Trường nhận thêm 15 học sinh nữ và 5 học sinh nam nên có $x + 15$ học sinh nữ, $x + 5$ học sinh nam

Vì số học sinh nữ chiếm 51% học sinh của trường nên ta có phương trình:

$$\frac{x+15}{x+5} = \frac{51}{49} \quad (\text{vì số học sinh nam chiếm } 49\%)$$

Bài 12. Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kĩ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành 720 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

Hướng dẫn

Cách 1: Gọi số sản phẩm tổ 1 và tổ 2 làm theo kế hoạch là x và y sản phẩm ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 600$)

Vì theo kế hoạch hai tổ làm được 600 sản phẩm nên ta có phương trình: $x + y = 600$ (1)

Khi thực hiện:



Tổ I vượt mức 18% nên tổ I làm được $x + 18\%.x = 1,18x$ sản phẩm

Tổ II vượt mức 21% nên tổ II làm được $y + 21\%.y = 1,21y$ sản phẩm.

Vì hai tổ làm được 720 sản phẩm nên ta có phương trình: $1,18x + 1,21y = 720$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 1,18x + 1,21y = 720 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 400 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy theo kế hoạch tổ I làm được 200 sản phẩm, tổ II làm được 400 sản phẩm.

Chú ý: Các em cũng có thể lập hệ:
$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 0,18x + 0,21y = (720 - 600) = 120 \end{cases}$$

Cách 2: Gọi số sản phẩm theo kế hoạch của tổ I là x sản phẩm ($x \in \mathbb{N}^*; x < 600$)

Số sản phẩm theo kế hoạch của tổ II là $(600 - x)$ sản phẩm.

Khi thực hiện tổ I vượt mức 18% nên tổ I làm được $1,18x$ sản phẩm. Tổ II vượt mức 21% nên tổ II làm được $1,21(600 - x)$ sản phẩm. Vì hai tổ làm được 720 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$1,18x + 1,21(600 - x) = 720 \Rightarrow x = 200$$

Vậy theo kế hoạch tổ I làm được 200 sản phẩm, tổ II làm được 400 sản phẩm

Bài 13. Trong tháng đầu hai tổ công nhân sản xuất được 300 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai tổ I sản xuất vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 20% do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 352 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

Hướng dẫn

Cách 1: Giải hệ phương trình

Gọi số chi tiết máy mà tổ I và tổ II làm được trong tháng đầu là x và y ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 300$).

Ta có: $x + y = 300$ (1)

Sang tháng thứ 2, tổ I làm vượt mức 15% nên tổ I làm được $1,15x$ chi tiết máy. Tổ II vượt mức 20% nên tổ II làm được $1,2y$ chi tiết máy. Cả hai tổ làm được 352 chi tiết máy nên ta có phương trình: $1,15x + 1,2y = 352$ (2). Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 300 \\ 1,15x + 1,2y = 352 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 160 \\ y = 140 \end{cases}$$

Vậy trong tháng đầu, tổ I làm 160 chi tiết máy, tổ II làm được 140 chi tiết máy.



Cách 2: Giải phương trình: $1,15x + 1,2(300 - x) = 352$

Bài 14. Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 720 tấn thóc. Năm nay đơn vị thứ nhất làm vượt mức 15%, đơn vị thứ hai làm vượt mức 12% so với năm ngoái. Do đó cả hai đơn vị thu hoạch được 819 tấn thóc. Hỏi mỗi năm mỗi đơn vị thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc ?

Hướng dẫn

Cách 1: Giải hệ phương trình

Gọi số thóc năm ngoái hai đơn vị thu hoạch được là x và y tấn ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 720$)

Ta có: $x + y = 720$ (1)

Năm nay đơn vị thứ nhất làm được $x + 15\%.x = 1,15x$ tấn thóc,

đơn vị thứ hai làm được $y + 12\%.y = 1,12y$ tấn thóc.

Cả hai đơn vị làm được 819 tấn thóc nên $1,15x + 1,12y = 819$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 720 \\ 1,15x + 1,12y = 819 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 420 \\ y = 300 \end{cases}$$

Vậy năm ngoái đơn vị thứ nhất làm được 420 tấn, đơn vị thứ hai làm được 300 tấn.

năm nay đơn vị thứ nhất làm được $1,15.420 = 483$ tấn thóc, đơn vị thứ hai làm 336 tấn thóc.

Cách 2: Giải phương trình: $1,15x + 1,12(720 - x) = 819$

Bài 15. Năm ngoái tổng số dân của hai tỉnh A và B là 4 triệu. Dân số tỉnh A năm nay tăng 1,2%. còn tỉnh B tăng 1,1%. Tổng số dân của hai tỉnh năm nay là 4045000 người. Tính số dân của mỗi tỉnh năm ngoái và năm nay.

Hướng dẫn

Gọi số dân của tỉnh A và tỉnh B năm ngoái lần lượt là x và y triệu người ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 4$ triệu) .

Vì số dân hai tỉnh năm ngoái là 4 triệu nên ta có: $x + y = 4000000$ người (1)

Năm nay dân số tỉnh A tăng 1,2% nên tỉnh A có $x + 1,2\%.x = 1,012x$ người.

Dân số tỉnh B tăng 1,1% nên tỉnh B có: $y + 1,1\%y = 1,011y$ người.

Cả hai tỉnh có 4045000 người nên ta có phương trình:

$$1,012x + 1,011y = 4045000 \text{ người (2)}$$

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 4000000 \\ 1,012x + 1,011y = 4045000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1000000 \\ y = 3000000 \end{cases}$$



Vậy năm ngoái tỉnh A có 1 triệu người, tỉnh B có 3 triệu người.

Năm nay tỉnh A có: $1,012.1000000 = 1012000$ người, tỉnh B có 3033000 người.

Bài 16. Giá của một tivi và một tủ lạnh trước đây tổng cộng là 6,5 triệu đồng. Do cửa hàng giảm giá tivi 10% và giảm giá tủ lạnh 15% nên giá 1 tivi và 1 tủ lạnh còn 5,65 triệu đồng. Tính giá 1 tivi và 1 tủ lạnh khi chưa giảm giá.

Hướng dẫn

Gọi giá của 1 tivi và 1 tủ lạnh trước khi giảm giá lần lượt là x và y triệu đồng ($0 < x, y < 6,5$)

Vì giá của một tivi và tủ lạnh trước khi giảm giá là 6,5 triệu đồng nên ta có: $x + y = 6,5$ (1)

Cửa hàng giảm giá 10% nên giá trị tivi sau giảm giá là $90\%x = 0,9x$ triệu đồng

Tủ lạnh giảm giá 15% nên giá 1 tủ lạnh là $85\%y = 0,85y$ triệu đồng.

Vì giá 1 tủ lạnh và 1 tivi sau khi giảm giá là 5,65 triệu đồng nên ta có: $0,9x + 0,85y = 5,65$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 6,5 \\ 0,9x + 0,85y = 5,65 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2,5 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy giá 1 tivi trước khi giảm giá là 2,5 triệu đồng, giá tủ lạnh trước khi giảm giá là 4 triệu đồng.

Bài 17. Một công nhân phải làm một số sản phẩm trong 18 ngày. Do đã vượt mức mỗi ngày 5 sản phẩm nên sau 16 ngày anh đã làm xong và làm thêm 20 sản phẩm nữa ngoài kế hoạch. Tính xem mỗi ngày anh đã làm được bao nhiêu sản phẩm.

Hướng dẫn

Gọi x là số sản phẩm dự định làm trong 1 ngày ($x \in \mathbb{N}^*$).

Tổng số sản phẩm dự định làm được là: $18x$ sản phẩm.

Tổng số sản phẩm thực tế làm được là: $16(x + 5)$ sản phẩm.

Ta có phương trình: $16(x + 5) - 18x = 20 \Leftrightarrow x = 30$ (tmdk).

Vậy mỗi ngày làm được 35 sản phẩm.

Bài 18. Một tổ sản xuất theo kế hoạch mỗi ngày phải sản xuất 50 sản phẩm. Khi thực hiện tổ đã sản xuất được 57 sản phẩm một ngày. Do đó đã hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày và còn vượt mức 13 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch tổ phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Hướng dẫn



Gọi sp theo kế hoạch là x sản phẩm ($x \in \mathbb{N}^*$). Số ngày dự định là $\frac{x}{50}$ ngày.

Số sp thực tế làm được là $(x + 13)$ sản phẩm.

Vì mỗi ngày làm được 57 sản phẩm nên số ngày thực tế là $\frac{x+13}{57}$

Tổ hoàn thành sớm hơn kế hoạch 1 ngày nên ta có PT :

$$\frac{x}{50} - \frac{x+13}{57} = 1 \Leftrightarrow 57x - 50(x+13) = 50 \cdot 57 \Leftrightarrow x = 500 \text{ (tmđk)}$$

Vậy theo kế hoạch tổ phải làm 500 sản phẩm.

Bài 19. Hai công nhân được giao làm một số sản phẩm, người thứ nhất phải làm ít hơn người thứ hai 10 sản phẩm. Người thứ nhất làm xong trong 3 giờ 20 phút, người thứ hai làm xong trong 2 giờ, biết rằng mỗi giờ người thứ nhất làm ít hơn người thứ hai là 17 sản phẩm. Tính số sản phẩm người thứ nhất làm được trong một giờ?

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm mà người thứ nhất và người thứ hai làm trong một giờ lần lượt là x và y

($x, y \in \mathbb{N}^*; x < y$)

Một giờ người thứ nhất làm ít hơn người thứ hai 17 sản phẩm nên $y - x = 17$ (1)

Người thứ nhất làm trong 3h20 phút được: $\frac{10}{3}x$ sản phẩm.

Người thứ hai làm trong 2 giờ được $2y$ sản phẩm. Vì số sản phẩm người thứ nhất làm ít hơn người thứ hai là 10 sản phẩm nên $2y - \frac{10}{3}x = 10$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} y - x = 17 \\ 2y - \frac{10}{3}x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 35 \end{cases}$$

Vậy một giờ người thứ nhất làm được 18 sản phẩm.

Bài 20. Một lớp học tham gia trồng cây ở một lâm trường trong một thời gian dự định với năng suất 300cây/ngày. Nhưng thực tế đã trồng thêm được 100 cây/ngày. Do đó đã trồng thêm được tất cả là 600 cây và hoàn thành trước kế hoạch 01 ngày. Tính số cây dự định trồng?

Hướng dẫn

Gọi số cây dự định trồng là x cây ($x \in \mathbb{N}^*$)



Số cây thực tế trồng được là : $(x + 600)$ cây.

Số ngày dự định trồng là: $\frac{x}{300}$ ngày.

Số ngày thực tế trồng là: $\frac{x}{300+100} = \frac{x}{400}$ ngày.

Vì lớp hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{300} - \frac{x}{400} = 1 \Leftrightarrow 4x - 3x = 1200 \Leftrightarrow x = 1200 \text{ (tmdk)}$$

Vậy số cây dự định trồng là 1200 cây.

Bài 21. Một công nhân dự định làm 72 sản phẩm trong một thời gian đã định. Nhưng thực tế xí nghiệp lại giao 80 sản phẩm. Mặc dù người đó mỗi giờ đã làm thêm một sản phẩm so với dự kiến, nhưng thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm so với dự định là 12 phút. Tính số sản phẩm dự kiến làm trong 1 giờ của người đó. Biết mỗi giờ người đó làm không quá 20 sản phẩm.

Hướng dẫn

Gọi số sp làm trong 1 giờ là x sản phẩm ($x \in \mathbb{N}^*$).

Thời gian dự định là: $\frac{72}{x}$ giờ.

Thời gian thực tế làm là: $\frac{80}{x+1}$ giờ.

Ta có phương trình: $\frac{80}{x+1} - \frac{72}{x} = \frac{12}{60} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24(L) \\ x = 15(tm) \end{cases}$

Vậy mỗi giờ người đó làm được 15 sản phẩm.

Bài 22. Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong thời gian nhất định. Nhưng do cải tiến kĩ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm được 2 sản phẩm. Vì vậy, chẳng những hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm.

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm công nhân làm được 1 giờ là x sản phẩm ($x \in \mathbb{N}^*$)

Thời gian làm theo kế hoạch là $\frac{60}{x}$ giờ.



Thời gian thực tế làm hết 63 sản phẩm là: $\frac{63}{x+2}$ giờ.

Ta có phương trình: $\frac{60}{x} - \frac{63}{x+2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 12$ (tmđk)

Vậy mỗi giờ công nhân làm được 12 sản phẩm

Bài 23. Một đội công nhân hoàn thành một công việc với mức 420 ngày công thợ (nghĩa là nếu công việc đó chỉ có một người làm thì phải mất 420 ngày). Hãy tính số công nhân của đội biết rằng nếu đội tăng thêm 5 người thì số ngày để đội hoàn thành công việc sẽ giảm đi 7 ngày.

Hướng dẫn

Gọi số công nhân là x công nhân ($x \in \mathbb{N}^*$)

Thời gian dự định hoàn thành là: $\frac{420}{x}$ ngày.

Nếu tăng 5 công nhân thì số ngày hoàn thành là: $\frac{420}{x+5}$ ngày.

Ta có phương trình: $\frac{420}{x} - \frac{420}{x+5} = 7 \Leftrightarrow x = 15$ (tmđk).

Bài 24. Nhà trường tổ chức cho 180 học sinh khối 9 đi tham quan di tích lịch sử. Người ta dự tính nếu dùng loại xe lớn chuyên chở một lượt hết số học sinh thì phải điều ít hơn nếu dùng loại xe nhỏ là 2 chiếc. Biết rằng mỗi xe lớn có nhiều hơn mỗi xe nhỏ là 15 chỗ ngồi. Tính số xe lớn, nếu loại xe đó được huy động.

Hướng dẫn

Gọi số xe lớn là x xe ($x \in \mathbb{N}^*$)

Nếu dùng xe nhỏ thì số xe nhỏ là $x + 2$ chiếc

Số người trên 1 chiếc xe lớn là: $\frac{180}{x}$ người.

Số người trên 1 chiếc xe nhỏ là: $\frac{180}{x+2}$ người.

Vì mỗi xe lớn hơn mỗi xe nhỏ là 15 người nên ta có phương trình:

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+2} = 15 \Leftrightarrow 15x^2 + 30x - 360 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4(tm) \\ x = -6(L) \end{cases}$$

Vậy số xe lớn là 4 xe.

Bài 25. Một xưởng cơ khí phải làm 350 chi tiết máy trong thời gian quy định. Nhờ cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày xưởng làm thêm được 5 chi tiết. Do đó không những xưởng vượt mức 10 chi tiết mà còn hoàn thành sớm hơn quy định 1 ngày. Tính số chi tiết máy xưởng làm được trong một ngày?

Hướng dẫn

Các em lập phương trình: $\frac{350}{x} - \frac{360}{x+5} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 15x - 1750 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 35(tm) \\ x = -50(L) \end{cases}$

Vậy mỗi ngày xưởng làm được 35 sản phẩm.

Bài 26. Theo kế hoạch, một tổ công nhân mỗi ngày phải làm số sản phẩm trong thời gian nhất định. Nếu mỗi ngày họ làm thêm 5 sản phẩm so với dự định thì sẽ hoàn thành công việc trước thời hạn 4 ngày. Nếu mỗi ngày họ làm ít hơn 5 sản phẩm thì họ chậm hơn thời hạn 5 ngày. Tính thời gian và số sản phẩm phải làm theo kế hoạch của tổ.

Hướng dẫn

Gọi thời gian làm theo kế hoạch là x

Số sản phẩm phải làm một giờ theo kế hoạch là y ($x, y \in \mathbb{N}^*; x > 5$)

Thời gian và năng suất là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên:

Nếu mỗi ngày họ làm thêm 5 sản phẩm so với dự định thì sẽ hoàn thành công việc trước thời hạn 4 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{x-4} = \frac{y+5}{y} \Leftrightarrow 5x - 4y = 20(1)$$

Nếu mỗi ngày họ làm ít hơn 5 sản phẩm thì họ chậm hơn thời hạn 5 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{x+5} = \frac{y-5}{y} \Leftrightarrow -x + y = 5(2)$$

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 5x - 4y = 20 \\ -x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 45 \end{cases} (tm)$

Thời gian làm theo kế hoạch là 40 ngày,

năng suất làm 1 ngày là 45 sản phẩm nên tổng số sản phẩm theo kế hoạch là $40 \cdot 45 = 1800$ sản phẩm.

Bài 27. Hai tổ sản xuất cùng làm một loại sản phẩm. Mỗi ngày tổ 1 làm được ít hơn tổ 2 là 5 sản phẩm. Hai tổ cùng làm trong 8 ngày thì tổ 1 nghỉ, tổ hai làm tiếp 2 ngày nữa thì cả hai tổ



làm được 410 sản phẩm. Tính năng suất của mỗi tổ?

Hướng dẫn

Gọi năng suất của tổ 1 và tổ 2 lần lượt là x và y sản phẩm/ngày. ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Vì mỗi ngày tổ 1 làm được ít hơn tổ 2 là 5 sản phẩm nên $y - x = 5$ (1)

Hai tổ làm 8 ngày được $8(x + y)$ sản phẩm. Tổ 2 làm tiếp 2 ngày được $2y$ sản phẩm. Vì cả hai tổ làm được 410 sản phẩm nên ta có: $2(x + y) + 2y = 410$ (2)

$$\text{Từ (1)(2) ta có: } \begin{cases} y - x = 5 \\ 2(x + y) + 2y = 410 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 78 \\ y = 83 \end{cases} (tm)$$

Vậy năng suất tổ 1 là 78 sp/ngày. Năng suất tổ 2 là 83 sp/ngày.

Bài 28. Một tổ sản xuất dự định làm 600 sản phẩm, sau khi làm được $\frac{2}{3}$ số sản phẩm thì mỗi ngày họ làm thêm được 10 sản phẩm nên đã hoàn thành trước dự định 1 ngày. Tính năng suất ban đầu?

Hướng dẫn

Gọi năng suất ban đầu là x sp/ ngày ($x \in \mathbb{N}^*$)

Thời gian dự định là: $\frac{600}{x}$ ngày.

Thời gian làm $\frac{2}{3}$ sản phẩm là: $\frac{2}{3} \cdot \frac{600}{x} = \frac{400}{x}$ ngày.

Thời gian làm nốt $\frac{1}{3}$ sản phẩm còn lại là: $\frac{200}{x+10}$ ngày.

Vì tổ hoàn thành trước dự định 1 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{600}{x} - \left(\frac{400}{x} + \frac{200}{x+10} \right) = 1 \Leftrightarrow \frac{200}{x} - \frac{200}{x+10} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 10x - 2000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 (tm) \\ x = -50 (L) \end{cases}$$

Vậy năng suất ban đầu là 40 sản phẩm / ngày.

Bài 29. Một tổ sản xuất dự định làm 1000 sản phẩm, 8 ngày đầu họ làm đúng dự định nhưng sau đó mỗi ngày họ làm thêm được 10 sản phẩm nên đã hoàn thành trước 2 ngày. Tính thời gian dự định.

Hướng dẫn

Gọi năng suất dự định là x sản phẩm/ ngày. ($x \in \mathbb{N}^*$)



Thời gian dự định là $\frac{1000}{x}$ ngày.

8 ngày đầu làm được $8x$ sản phẩm, số sản phẩm còn lại là $1000 - 8x$ sản phẩm

thời gian làm các sản phẩm còn lại là : $\frac{1000-8x}{x+10}$ ngày.

Vì tổ hoàn thành trước dự định 2 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{1000}{x} - \left(8 + \frac{1000-8x}{x+10} \right) = 2 \Leftrightarrow \frac{1000}{x} - \frac{1080}{x+10} = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 100x - 10000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50(tm) \\ x = -100(L) \end{cases}$$

Vậy thời gian dự định là : $\frac{1000}{50} = 20$ ngày.

Bài 30. Một tổ sản xuất được giao làm một số sản phẩm. Sau khi làm được $\frac{2}{5}$ số sản phẩm thì họ nghỉ 5 ngày vì vậy để hoàn thành đúng dự định thì mỗi ngày họ phải làm thêm 20 sản phẩm. Tính số sản phẩm được giao biết ban đầu mỗi ngày họ làm được 40 sản phẩm.

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm được giao là x sản phẩm ($x \in \mathbb{N}^*$)

Thời gian dự định là: $\frac{x}{40}$ ngày.

Làm $\frac{2}{5}$ sản phẩm sẽ mất khoảng thời gian là: $\frac{2}{5} \cdot \frac{x}{40} = \frac{x}{100}$ ngày.

Số sản phẩm còn lại là $\frac{3}{5}x$. Vì mỗi ngày làm được 60 sản phẩm nên thời gian làm xong số sản phẩm

còn lại là: $\frac{3}{5}x : 60 = \frac{x}{100}$ ngày.

Vì tổ hoàn thành đúng dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{40} = \frac{x}{100} + 5 + \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = 1000(tm)$$

Vậy số sản phẩm được giao là: 1000 sản phẩm

Bài 31. Một đội thủy lợi theo kế hoạch phải sửa chữa một đoạn đê trong một thời gian quy định. Biết rằng nếu bớt đi 3 người thì đội phải kéo dài thêm 6 ngày, còn nếu thêm 2 người thì đội hoàn thành trước thời gian quy định 2 ngày. Hỏi đội có bao nhiêu người và kế hoạch dự định

là bao nhiêu ngày, nếu năng suất của mọi người như nhau?

Hướng dẫn

Gọi số người của đội là x và số ngày dự định là y ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

u coi 1 người làm 1 ngày = 1 công thì tổng số ngày công là: xy .

Nếu bớt đi 3 người thì kéo dài 6 ngày nên $(x-3)(y+6) = xy$ (1)

Nếu thêm 2 người thì hoàn thành trước 2 ngày nên $(x+2)(y-2) = xy$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-3)(y+6) = xy \\ (x+2)(y-2) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-3y=18 \\ -2x+2y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ y=10 \end{cases} \text{ (tmđk)}.$$

Vậy số người của đội là 8 người, số ngày dự định là 10 ngày.

Bài 32. Tháng trước hai tổ làm được 1000 sản phẩm. Tháng này tổ 1 giảm 15%, tổ 2 tăng 15% nên hai tổ làm được 1030 sản phẩm. Hỏi tháng này mỗi tổ làm được bao nhiêu sản phẩm?

Hướng dẫn

Các em lập luận đưa về hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y=1000 \\ x-15\%x+y+15\%y=1030 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1000 \\ 0,85x+1,15y=1030 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=400 \\ y=600 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy tháng này tổ 1 làm được $400-15\%.400=340$ sản phẩm

Tổ 2 làm được $600+15\%.600=690$ sản phẩm

Bài 33. Hai trường A và B có 1000 học sinh dự thi. Số học sinh thi đỗ trường A đạt tỉ lệ $\frac{2}{3}$, số học sinh thi đỗ trường B đạt tỉ lệ 75% nên cả hai trường có 700 học sinh thi đỗ. Tính số học sinh dự thi và số học sinh thi đỗ của mỗi trường?

Hướng dẫn

Gọi số học sinh dự thi của trường A và trường B lần lượt là x và y ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 1000$)

Vì số học sinh của hai trường là 1000 nên $x+y=1000$ (1)

Số học sinh thi đỗ của trường A là: $\frac{2}{3}x$ học sinh.

Số học sinh thi đỗ của trường B là: $75\%y = \frac{3}{4}y$ học sinh.

Hai trường có 700 học sinh thi đỗ nên: $\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y = 700$ (2)

Từ (1)(2) ta có:
$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}y = 700 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 600 \\ y = 400 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy trường A có 600 học sinh dự thi và 400 học sinh thi đỗ

Trường B có 400 học sinh dự thi và 300 học sinh thi đỗ.

Bài 34. Hai trường A và B có 1000 học sinh dự thi. Số học sinh thi đỗ của cả hai trường là 86%, trong đó riêng trường A đỗ 80%, trường B đỗ 90%. Hỏi số học sinh thi đỗ của mỗi trường là bao nhiêu?

Hướng dẫn

Gọi số học sinh dự thi của mỗi trường lần lượt là x và y ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 1000$)

Vì hai trường có 1000 học sinh nên $x + y = 1000$ (1)

Tổng số học sinh thi đỗ của cả hai trường là: $86\% \cdot 1000 = 860$ học sinh.

Số học sinh thi đỗ của trường A là: $0,8x$ học sinh

Số học sinh thi đỗ của trường B là: $0,9y$ học sinh

Ta có: $0,8x + 0,9y = 860$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ 0,8x + 0,9y = 860 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 600 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy số học sinh thi đỗ của trường A là: 320 học sinh

Số học sinh thi đỗ của trường B là: 540 học sinh.

Bài 35. Hai trường A và B có 780 học sinh thi đỗ và đạt tỉ lệ 78%. Biết số học sinh thi đỗ của trường A là 75% và của trường B là 80%. Tính số học sinh dự thi và số học sinh thi đỗ của mỗi trường.

Hướng dẫn

Gọi số học sinh của trường A và B lần lượt là $x; y$ (học sinh) ($x \in \mathbb{N}^*$).

Số học sinh của cả hai trường là: $\frac{780 \cdot 100}{78} = 1000$ (học sinh)

$\Rightarrow x + y = 1000$ (1)

Số học sinh thi đỗ của trường A là: $0,75x$ học sinh



Số học sinh thi đỗ của trường B là: $0,8y$ học sinh

Ta có: $0,75x + 0,8y = 780$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ 0,75x + 0,8y = 780 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 600 \end{cases}$$

Số học sinh dự thi của trường A là 400 và có 300 học sinh đỗ

Số học sinh dự thi của trường B là 600 và có 480 học sinh đỗ.

Bài 36. Nhà máy luyện thép hiện có sẵn hai loại thép chứa 10% Cacbon và loại thép chứa 20% Cacbon. Giả sử trong quá trình luyện thép các nguyên liệu không bị hao hụt. Tính khối lượng thép mỗi loại cần dùng để tạo ra 1000 tấn thép chứa 16% Cacbon từ hai loại thép trên.

Hướng dẫn

Gọi khối lượng thép 10% là x tấn; khối lượng thép 20% là y tấn ($0 < x; y < 1000$)

Ta có: $x + y = 1000$ (1)

Khối lượng thép nguyên chất từ thép 10% là: $0,1x$ tấn

Khối lượng thép nguyên chất từ thép 20% là: $0,2y$ tấn

Ta có: $0,1x + 0,2y = 16\% \cdot 1000 = 160$ tấn (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ 0,1x + 0,2y = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 600 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy khối lượng thép 10% là 400 tấn; khối lượng thép 20% là 600 tấn

Bài 37. Có hai loại quặng sắt. quặng loại A chứa 60% sắt, quặng loại B chứa 50% sắt. người ta trộn một lượng quặng loại A với một lượng quặng loại B thì được hỗn hợp chứa $\frac{8}{15}$ sắt. Nếu lấy tăng hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại A và lấy giảm hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại B thì được hỗn hợp quặng chứa $\frac{17}{30}$ sắt. Tính khối lượng quặng mỗi loại đem trộn lúc đầu.

Gọi khối lượng quặng đem trộn lúc đầu quặng loại A là x (tấn), quặng loại B là y (tấn),

$x > 0, y > 10$.

Quặng loại A chứa 60% sắt, quặng loại B chứa 50% sắt. Người ta trộn một lượng quặng loại A

với một lượng quặng loại B thì được hỗn hợp chứa $\frac{8}{15}$ sắt.



Khi đó có phương trình: $\frac{60}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{8}{15}(x + y)$ (1)

Nếu lấy tăng hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại A và lấy giảm hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại B thì được hỗn hợp quặng chứa $\frac{17}{30}$ sắt.

Khi đó có phương trình: $\frac{60}{100}(x+10) + \frac{50}{100}(y-10) = \frac{17}{30}(x+10 + y-10)$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{60}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{8}{15}(x + y) \\ \frac{60}{100}(x+10) + \frac{50}{100}(y-10) = \frac{17}{30}(x+10 + y-10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy khối lượng quặng đem trộn lúc đầu quặng loại A là 10(tấn), quặng loại B là 20 (tấn).

Bài 38. Một tổ sản xuất được giao cho làm một số sản phẩm. Ban đầu mỗi ngày họ định làm 40 sản phẩm, nhưng thực tế mỗi ngày họ làm được 60 sản phẩm nên không những hoàn thành trước 3 ngày mà còn làm thêm được 20 sản phẩm. Tính số sản phẩm được giao?

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm được giao là x (sản phẩm), ($x \in \mathbb{N}^*; x > 60$).

Thời gian dự định hoàn thành sản phẩm là $\frac{x}{40}$ (ngày)

Thực tế mỗi ngày họ làm được 60 sản phẩm nên không những hoàn thành trước 3 ngày mà còn làm thêm được 20 sản phẩm.

Khi đó ta có phương trình: $\frac{x}{40} - \frac{x+20}{60} = 3 \Leftrightarrow x = 400$.

Vậy số sản phẩm được giao là 400 sản phẩm.

Bài 39. Một tổ sản xuất được giao cho làm 1000 sản phẩm. Thực tế mỗi ngày họ làm được nhiều hơn 30 sản phẩm nên không những hoàn thành trước 2 ngày mà còn làm thêm được 40 sản phẩm. Tính năng suất ban đầu?

Hướng dẫn

Gọi năng suất ban đầu là x (sản phẩm/ngày).



Thời gian dự định hoàn thành sản phẩm là $\frac{1000}{x}$ (ngày).

Thực tế mỗi ngày họ làm được nhiều hơn 30 sản phẩm nên không những hoàn thành trước 2 ngày mà còn làm thêm được 40 sản phẩm.

Khi đó ta có phương trình: $\frac{1000}{x} - \frac{1040}{x+30} = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 100x - 30000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100(tm) \\ x = -150(L) \end{cases}$

Vậy năng suất ban đầu là 100 sản phẩm / ngày.

Bài 40. Một tổ sản xuất được giao cho làm một số sản phẩm trong 5 ngày. Thực tế mỗi ngày họ làm thêm được 50 sản phẩm nên không những hoàn thành trước 1 ngày mà còn làm thêm được 100 sản phẩm. Tính số sản phẩm được giao?

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm được giao là x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Số sản phẩm dự định hoàn thành trong 1 ngày là $\frac{x}{5}$ (sản phẩm)

Thực tế mỗi ngày họ làm thêm được 50 sản phẩm nên không những hoàn thành trước 1 ngày mà còn làm thêm được 100 sản phẩm.

Khi đó ta có phương trình: $\frac{x}{5} - \frac{x+100}{6} = 50 \Leftrightarrow x = 2000(tm)$.

Vậy số sản phẩm được giao là 2000 sản phẩm.

Bài 41. Một đội xe vận tải phải vận chuyển 28 tấn hàng đến một địa điểm qui định. Vì trong đội có 2 xe phải điều đi làm việc khác nên mỗi xe phải chở thêm 0,7 tấn hàng nữa. Tính số xe của đội lúc đầu.

Hướng dẫn

Gọi số xe của đội lúc đầu là x (xe) ($x \in \mathbb{N}^*; x > 2$).

Số hàng mỗi xe phải chở lúc đầu là $\frac{28}{x}$ (tấn)

Vì trong đội có 2 xe phải điều đi làm việc khác nên mỗi xe phải chở thêm 0,7 tấn hàng nữa.

Khi đó có phương trình: $\frac{28}{x-2} - \frac{28}{x} = 0,7 \Leftrightarrow x = 10$

Vậy lúc đầu đội có 10 xe.



Bài 42. Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 360 dụng cụ. Thực tế, xí nghiệp I vượt mức kế hoạch 10%, xí nghiệp II vượt mức kế hoạch 15%, do đó cả hai xí nghiệp đã làm được 404 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi xí nghiệp phải làm theo kế hoạch.

Hướng dẫn

Gọi số dụng cụ của xí nghiệp I và II phải làm theo kế hoạch lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

+) Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 360 dụng cụ.

Ta có phương trình: $x + y = 360$ (1)

+) Thực tế, xí nghiệp I vượt mức kế hoạch 10% xí nghiệp II vượt mức kế hoạch 15% do đó cả hai xí nghiệp đã làm được 404 dụng cụ.

Ta có phương trình: $1,1x + 1,15y = 404$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 360 \\ 1,1x + 1,15y = 404 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 160 \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch xí nghiệp I làm được 200 dụng cụ, xí nghiệp II làm được 160 dụng cụ.

Bài 43. Hai số tiền được gửi tiết kiệm. Số tiền thứ nhất được gửi trong 9 tháng với lãi suất 6% một năm (12 tháng). Số tiền thứ hai được gửi trong 7 tháng với lãi suất 5% một năm (12 tháng); sau thời gian gửi tiết kiệm, số tiền lãi phát sinh bằng nhau. Tổng hai số tiền kể cả tiền lãi là 9210500 đồng. Hỏi hai số tiền đó là bao nhiêu?

Hướng dẫn

Lãi suất của người thứ nhất là: $6\% : 12 = \frac{1}{200} = 0,5\% / \text{tháng}$.

Lãi suất của người thứ 2 là: $5\% : 12 = \frac{1}{240}$

Gọi 2 số tiền gửi lần lượt là x và y đồng ($0 < x, y < 9210500$)

Số tiền lãi gửi trong 9 tháng với lãi 6% / năm là: $\frac{9x}{200}$ đồng

Số tiền lãi gửi trong 7 tháng với lãi 5% / năm là: $\frac{7y}{240}$ đồng

Vì số tiền lãi bằng nhau nên : $\frac{9x}{200} = \frac{7y}{240}$ (1)



Tổng số tiền cả gốc và lãi là: $x + y + \frac{9x}{200} + \frac{7y}{240} = 9210500(2)$

Từ (1) và (2) ta có phương trình:
$$\begin{cases} \frac{9x}{200} = \frac{7y}{240} \\ x + y + \frac{9x}{200} + \frac{7y}{240} = 9210500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3498290 \\ y = 5397363 \end{cases}$$

Vậy số tiền gửi ban đầu của người thứ nhất là 3498290 đồng.

Số tiền gửi ban đầu của người thứ hai là 5397363 đồng.

Bài 44. Để sửa một ngôi nhà cần một số thợ làm việc trong một thời gian qui định . Nếu giảm 3 người thì thời gian kéo dài 6 ngày nếu tăng thêm 2 người thì thời gian sớm hơn 2 ngày . Hỏi theo qui định thì cần bao nhiêu thợ làm việc và làm trong bao nhiêu ngày . (biết rằng khả năng lao động của mỗi công nhân đều như nhau) .

Hướng dẫn

Gọi số thợ theo dự kiến là x ($x > 3; x \in \mathbb{N}^*$), số ngày dự kiến hoàn thành là y ($y > 2; y \in \mathbb{N}^*$)

Nếu giảm 3 người thì thời gian kéo dài 6 ngày. Khi đó ta có: $(x-3)(y+6) = xy$ (1)

Nếu tăng thêm 2 người thì thời gian sớm hơn 2 ngày. Khi đó ta có: $(x+2)(y-2) = xy$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-3)(y+6) = xy \\ (x+2)(y-2) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 10 \end{cases}$$

Vậy theo quy định cần 8 thợ và làm trong 10 ngày.

Bài 45. Người ta dự kiến trồng 300 cây trong một thời gian đã định. Do điều kiện thuận lợi nên mỗi ngày trồng được nhiều hơn 5 cây so với dự kiến, vì vậy đã trồng xong 300 cây ấy trước 3 ngày. Hỏi dự kiến ban đầu mỗi ngày trồng bao nhiêu cây? (Giả sử số cây dự kiến trồng mỗi ngày là bằng nhau).

Hướng dẫn

Gọi số cây trồng mỗi ngày theo dự kiến là x (cây), ($x < 300; x \in \mathbb{N}^*$).

Số ngày trồng dự kiến là $\frac{300}{x}$ (ngày)

Do điều kiện thuận lợi nên mỗi ngày trồng được nhiều hơn 5 cây so với dự kiến và trồng xong 300 cây ấy trước 3 ngày.



Ta có phương trình: $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+5} = 3 \Leftrightarrow x = 20$

Vậy dự kiến ban đầu mỗi ngày trồng 20 cây.

Bài 46. Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 350 dụng cụ. Nhờ sắp xếp hợp lí, dây chuyền sản xuất nên xí nghiệp I đã vượt mức 12% kế hoạch, xí nghiệp II đã vượt mức 10% kế hoạch, do đó cả hai xí nghiệp đã làm được 400 dụng cụ. Tìm số dụng cụ mỗi xí nghiệp phải làm theo kế hoạch.

Hướng dẫn

Các em lập luận đưa về hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 350 \\ 1,12x + 1,1y = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 750 \\ y = \end{cases}$$

DẠNG TOÁN CÓ NỘI DUNG LÍ HÓA

Bài 1. Có hai dung dịch muối có nồng độ muối là 10% và 30%. Cần lấy bao nhiêu gam dung dịch mỗi loại để được 200 g hỗn hợp chứa 22% muối.

Gọi số gam cần lấy của hai loại muối lần lượt là x, y gam, ($0 < x, y < 200$)

Khối lượng muối trong dung dịch thứ nhất là: $0,1.x$ gam

Khối lượng muối trong dung dịch thứ hai là: $0,3.y$ gam

Vì khối lượng dung dịch sau khi trộn là 200g nên $x + y = 200$

Sau khi trộn được hỗn hợp 200g có khối lượng muối là $0,1x + 0,3y$ gam

Vì hỗn hợp chứa 22% muối nên $\frac{0,1x + 0,3y}{200} = 0,22$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 200 \\ \frac{0,1x + 0,3y}{200} = 0,22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 80 \\ y = 120 \end{cases}$$

Vậy cần lấy 80 gam dung dịch thứ nhất và 120 gam dung dịch thứ hai.

Bài 2. Một vật có khối lượng 124 g và thể tích 15 cm^3 là hợp kim của đồng và kẽm. Tính xem trong đó có bao nhiêu gam đồng và bao nhiêu gam kẽm, biết rằng cứ 89 g đồng thì có thể tích là 10 cm^3 và 7 g kẽm có thể tích là 1 cm^3 .

Hướng dẫn

Gọi số gam đồng và kẽm lần lượt là x, y gam. ($0 < x, y < 124$)

Vì 1g đồng có thể tích là: $\frac{10}{89} \text{ cm}^3$ nên thể tích của x gam đồng là $\frac{10}{89}x \text{ cm}^3$

1g kẽm có thể tích là: $\frac{1}{7} \text{ cm}^3$ nên y gam kẽm có thể tích là $\frac{1}{7}y \text{ cm}^3$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 124 \\ \frac{10}{89}x + \frac{1}{7}y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 89 \\ y = 35 \end{cases}$$

Vậy trong vật đó có 89 gam đồng và 35 gam kẽm.

Bài 3. Người ta hoà lẫn 7kg chất lỏng I với 5 kg chất lỏng II thì được một hỗn hợp có khối lượng riêng $60 \text{ kg} / \text{m}^3$. Biết khối lượng riêng của chất lỏng I lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng II là $200 \text{ kg} / \text{m}^3$. Tính khối lượng riêng của mỗi chất lỏng.

Hướng dẫn

Khối lượng riêng = khối lượng : thể tích.

Gọi thể tích của chất lỏng I và II là $a, b \text{ m}^3$, $a, b > 0$

Khối lượng hỗn hợp là $7 + 5 = 12 \text{ kg}$ nên thể tích hỗn hợp là $\frac{12}{60} \text{ m}^3$ suy ra $a + b = \frac{12}{60}$ (1)

Khối lượng riêng của chất lỏng I là $\frac{7}{a} \text{ kg} / \text{m}^3$, khối lượng riêng của chất lỏng II là $\frac{5}{b} \text{ kg} / \text{m}^3$

Vì khối lượng riêng của chất lỏng I lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng II là $200 \text{ kg} / \text{m}^3$ nên ta có

phương trình: $\frac{7}{a} - \frac{5}{b} = 200$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ PT:
$$\begin{cases} a + b = \frac{12}{60} \\ \frac{7}{a} - \frac{5}{b} = 200 \end{cases}$$



Bài 4. Có hai dung dịch muối có nồng độ muối là 10% và 30%. Cần lấy bao nhiêu gam dung dịch mỗi loại để được 200 g hỗn hợp chứa 22% muối.

Hướng dẫn

Gọi số gam cần lấy của hai loại muối lần lượt là x, y gam, ($0 < x, y < 200$)

Khối lượng muối trong dung dịch thứ nhất là: $0,1x$ gam

Khối lượng muối trong dung dịch thứ hai là: $0,3y$

Vì khối lượng dung dịch sau khi trộn là 200g nên $x + y = 200$

Sau khi trộn được hỗn hợp 200g có khối lượng muối là $0,1x + 0,3y$ gam

Vì hỗn hợp chứa 22% muối nên $\frac{0,1x + 0,3y}{200} = 0,22$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 200 \\ \frac{0,1x + 0,3y}{200} = 0,22 \end{cases}$$

Bài 5. Một vật có khối lượng 124 g và thể tích 15 cm^3 là hợp kim của đồng và kẽm. Tính xem trong đó có bao nhiêu gam đồng và bao nhiêu gam kẽm, biết rằng cứ 89 g đồng thì có thể tích là 10 cm^3 và 7 g kẽm có thể tích là 1 cm^3 .

Hướng dẫn

Gọi số gam đồng và kẽm lần lượt là x, y gam. ($0 < x, y < 124$)

Vì 1g đồng có thể tích là: $\frac{10}{89} \text{ cm}^3$ nên thể tích của x gam đồng là $\frac{10}{89}x \text{ cm}^3$

1g kẽm có thể tích là: $\frac{1}{7} \text{ cm}^3$ nên y gam kẽm có thể tích là $\frac{1}{7}y \text{ cm}^3$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 124 \\ \frac{10}{89}x + \frac{1}{7}y = 15 \end{cases}$$

Bài 6. Người ta hoà lẫn 7kg chất lỏng I với 5 kg chất lỏng II thì được một hỗn hợp có khối lượng riêng $60 \text{ kg} / \text{m}^3$. Biết khối lượng riêng của chất lỏng I lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng II là $200 \text{ kg} / \text{m}^3$. Tính khối lượng riêng của mỗi chất lỏng.

Hướng dẫn

Khối lượng riêng = khối lượng : thể tích.

Gọi thể tích của chất lỏng I và II là là a, b m^3 , $a, b > 0$

Khối lượng hỗn hợp là $7 + 5 = 12kg$ nên thể tích hỗn hợp là $\frac{12}{60} m^3$ suy ra $a + b = \frac{12}{60}$ (1)

Khối lượng riêng của chất lỏng I là $\frac{7}{a} kg / m^3$, khối lượng riêng của chất lỏng II là $\frac{5}{b} kg / m^3$

Vì khối lượng riêng của chất lỏng I lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng II là $200 kg / m^3$ nên ta có

phương trình: $\frac{7}{a} - \frac{5}{b} = 200$ (2)

Từ (1)(2) ta có hệ PT:
$$\begin{cases} a + b = \frac{12}{60} \\ \frac{7}{a} - \frac{5}{b} = 200 \end{cases}$$

MỤC LỤC

STT	NỘI DUNG	TRANG
1	TOÁN CẤU TẠO SỐ - THÊM BỚT	
2	TOÁN LÀM CHUNG – LÀM RIÊNG – VỜI NƯỚC	
3	TOÁN CHUYỂN ĐỘNG	
4	TOÁN CÓ NỘI DUNG HÌNH HỌC	
5	NĂNG SUẤT – PHẦN TRĂM – LÍ HÓA	