# **CHUYÊN ĐỀ 9. KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ**

# **PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ**

## **NHẮC LẠI LÝ THUYẾT TOÁN 11**

**1.** Ở lớp 10, chúng ta đã biết cách tính các số đặc trưng của mẫu số liệu không ghép nhóm (còn gọi là mẫu số liệu gốc) . Tuy nhiên, trong nhiều trường hợp ta không có mẫu số liệu gốc mà chỉ có mẫu số liệu ghép nhóm dạng

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm |  |  |  |  |  |
| Tần só |  |  |  |  |  |

Khi đó, các số đặc trưng của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho các số đặc trưng của mẫu số liệu gốc. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm gồm số trung bình, trung vị, tứ phân vị và mốt.

**2.** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 

trong đó,  là tổng số quan sát (còn gọi là cỡ mẫu) và  gọi là giá trị đại diện của nhóm . Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho số trung bình của mẫu số liệu gốc, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng để đại diện cho mẫu số liệu.

**3.** Để tính trung vị  của mẫu số liệu ghép nhóm ta làm như sau:

Bước 1. Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ .

Bước 2. Trung vị là 

trong đó  là cỡ mẫu. Với  ta quy ước . Trung vị chính là tứ phân vị thứ hai . Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho trung vị của mẫu số liệu gốc, nó chia mẫu số liệu thành hai phần, mỗi phần chứa  giá trị.

**4.** Để tính tứ phân vị thứ nhất  của mẫu số liệu ghép nhóm trước hết ta xác định nhóm chứa , giả sử đó là nhóm thứ . Khi đó, 

trong đó  là cỡ mẫu, với  ta quy ước .

Để tính tứ phân vị thứ ba  của mẫu số liệu ghép nhóm trước hết ta xác định nhóm chứa . Giả sư đó là nhóm thứ . Khi đó, 

trong đó  là cỡ mẫu, với  ta quy ước .

Để xác định nhóm chứa tứ phân vị thứ  ta có thể dựa vào tính chất có khoảng  số giá trị nhỏ hơn tứ phân vị đó.

Các tứ phân vị  của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho các tứ phân vị của mẫu số liệu gốc, chúng chia mẫu số liệu thành 4 phần, mỗi phần chứa  giá trị.

**5.** Để tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm mốt), giả sử là nhóm .

Bước 2. Mốt được xác định là 

trong đó  là độ rộng của nhóm và ta quy ước .

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho mốt của mẫu số liệu gốc, nó được dùng để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.

Lưu ý. Người ta chỉ định nghĩa mốt cho mẫu ghép nhóm có độ dài các nhóm bằng nhau. Một mẫu có thể không có mốt hoặc có nhiều hơn 1 mốt. Khi tần số của các nhóm bằng nhau thì mẫu số liệu ghép nhóm không có mốt.

**6.** Đối với dữ liệu rời rạc, người ta thường cho các nhóm dưới dạng  trong đó . Nhóm  được hiểu là nhóm gồm các giá trị . Khi đó, ta cần hiệu chỉnh mẫu dữ liệu ghép nhóm trước khi thực hiện tính toán các số đặc trưng bằng cách hiệu chỉnh nhóm  thành nhóm .

## **1. KHOẢNG BIẾN THIÊN**

Cho mẫu số liệu ghép nhóm:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm |  |  |  |  |  |
| Tần số |  |  |  |  |  |

trong đó các tần số  và  là cỡ mẫu.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là .

**Ý nghĩa.** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc. Khoảng biến thiên được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng biến thiên càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

1. Thống kê thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1, Tổ 2 lớp 12A, được kết quả như bảng sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian sử dụng (phút) |  |  |  |  |
| Số học sinh Tổ 1 | 2 | 4 | 3 | 1 |
| Số học sinh Tổ 2 | 5 | 1 | 3 | 0 |

Tìm khoảng biến thiên cho thời gian sử dụng mạng xã hội của học sinh mỗi tổ và giải thích ý nghĩa.

**Giải**

Gọi  tương ứng là khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1 và Tổ 2.

Ta có:  và .

Do  nên ta có thể kết luận rằng thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1 phân tán hơn thời gian sử dụng mạng xã hội của các bạn Tổ 2.

## **2. KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ**

Cho mẫu số liệu ghép nhóm:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm |  |  |  |  |  |
| Tần số |  |  |  |  |  |

Tứ phân vị thứ  là , trong đó  là nhóm chứa tứ phân vị thứ  với .

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu là , là hiệu số giữa tứ phân vị thứ ba  và tứ phân vị thứ nhất  của mẫu số liệu đó, tức là .

**Ý nghĩa.** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc. Khoảng tứ phân vị cũng được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng tứ phân vị càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

**Nhận xét.** Do khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm chỉ phụ thuộc vào nửa giữa của mẫu số liệu, nên không bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường và có thể dùng đại lượng này để loại giá trị bất thường.

1. Thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám  được cho trong bảng sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian (phút) |  |  |  |  |
| Số bệnh nhân | 3 | 12 | 15 | 8 |

a) Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

**b)** Từ một mẫu số liệu về thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám  người ta tính được khoảng tứ phân vị bằng 9,23. Hỏi thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám nào phân tán hơn?

**Giải**

**a)** Cỡ mẫu là . Gọi  là thời gian chờ khám bệnh của 38 bệnh nhân này và giả sử rằng dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm  và ta có:



Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm  và ta có:



Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: .

**b)** Do  nên thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám  phân tán hơn thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám .