

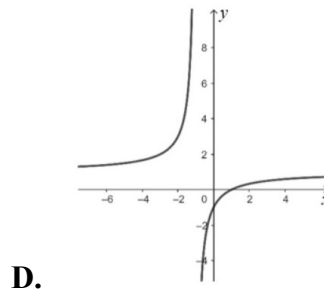
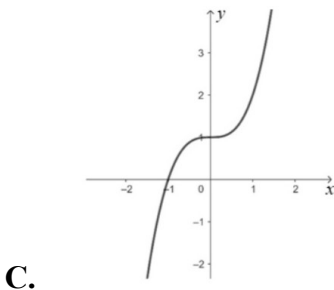
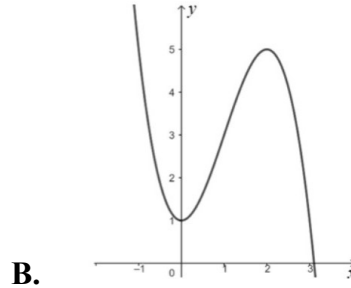
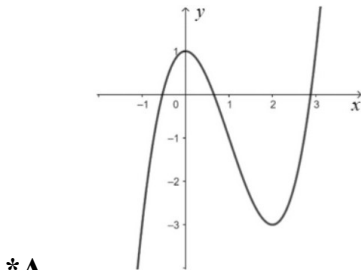
Trắc nghiệm 4 đáp án

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$



Lời giải

$$y = x^3 - 3x^2 + 1; D = \mathbb{R}$$

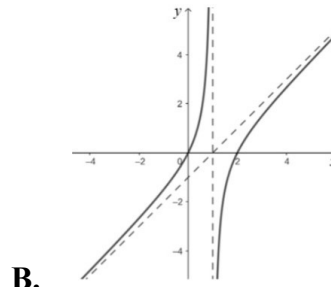
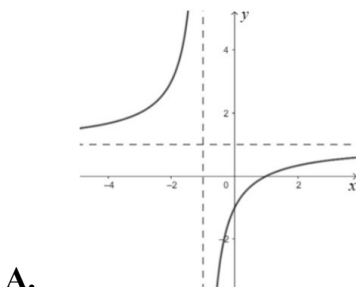
$$y' = 3x^2 - 6x$$

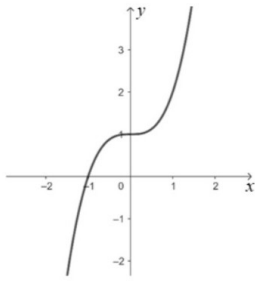
$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			1				$+\infty$
	$-\infty$				-3		

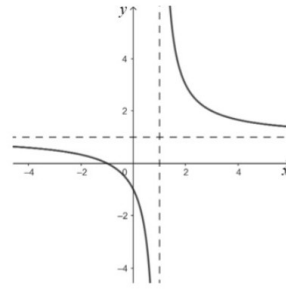
Câu 2. Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$





C.

*D.



Lời giải

$$y = \frac{x+1}{x-1}; D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$$

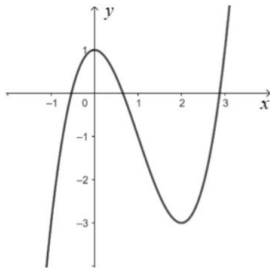
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ nên đồ thị có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

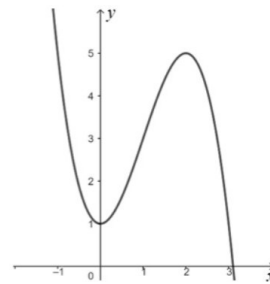
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	-
$f(x)$	1 $\searrow$ $-\infty$	$+\infty \searrow$ 1	

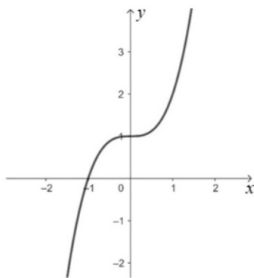
Câu 3. Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^3 + 1$



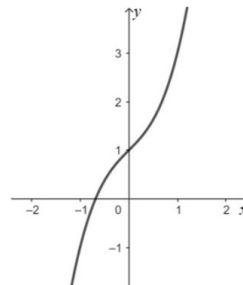
A.



B.



*C.



D.

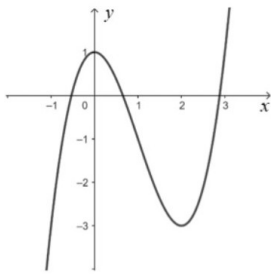
Lời giải

$$y = x^3 + 1$$

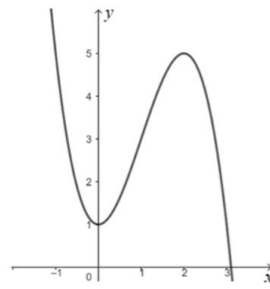
$$y' = 3x^2; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (ngiểm cực)}$$

Nên chọn C (lưu ý cách gọi gọi nhớ “ dạng cái ghế ”)

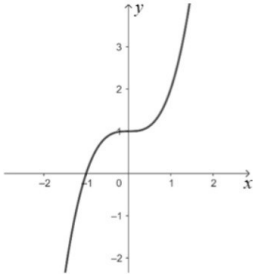
Câu 4. Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^3 + x + 1$



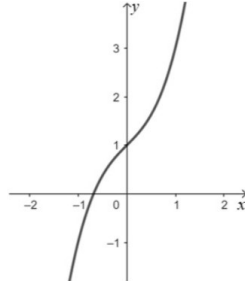
A.



B.



C.



*D.

Lời giải

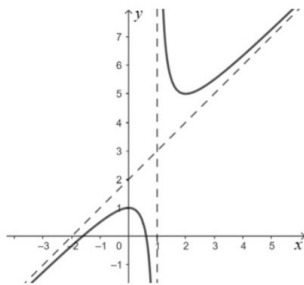
$$y = x^3 + x + 1$$

$$y' = 3x^2 + 1; y' = 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

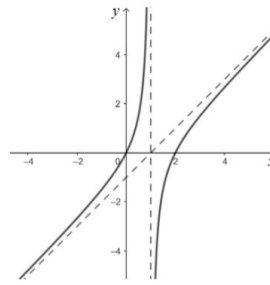
Nên chọn D (lưu ý phân biệt câu 3 và 4)

Câu 5. Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số

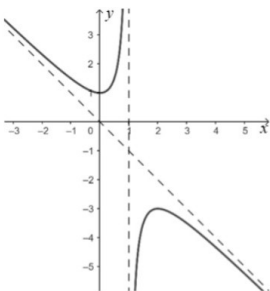
$$y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$$



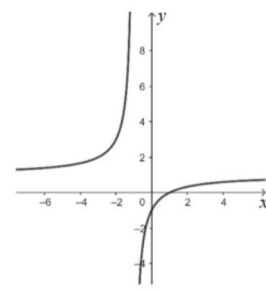
*A.



B.



C.



D.

Lời giải

$$y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1} = x + 2 + \frac{1}{x - 1}; D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

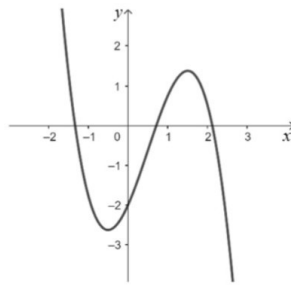
$$y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = 5 \end{cases}$$

Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận xiên $y = x + 2$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$						
$f'(x)$		+	0	-		-	0	+			
$f(x)$		$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$	$-\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$-\infty$

Câu 6. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



*A. $a < 0; b > 0; c > 0; d < 0$

C. $a > 0; b < 0; c < 0; d > 0$

B. $a < 0; b < 0; c > 0; d < 0$

D. $a < 0; b > 0; c < 0; d < 0$

Lời giải

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

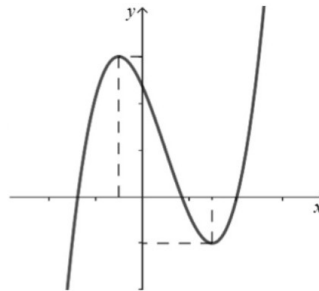
“Nhánh bên phải” hướng xuống $\Rightarrow a < 0$

Đồ thị cắt trục tung tại $y = -2 \Rightarrow d = -2 \Rightarrow d < 0$

$$x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b > 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c > 0$$

Câu 7. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0; b > 0; c > 0; d > 0$

C. $a > 0; b > 0; c < 0; d > 0$

B. $a > 0; b < 0; c > 0; d < 0$

*D. $a > 0; b < 0; c < 0; d > 0$

Lời giải

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

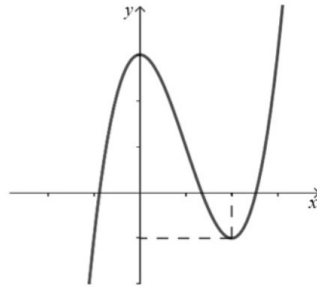
“Nhánh bên phải” hướng lên $\Rightarrow a > 0$

Đồ thị cắt trục tung tại $y_0 > 0 \Rightarrow d > 0$

$$x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b < 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c < 0$$

Câu 8. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0; b > 0; c > 0; d < 0$

C. $a > 0; b > 0; c = 0; d > 0$

*B. $a > 0; b < 0; c = 0; d > 0$

D. $a > 0; b = 0; c < 0; d > 0$

Lời giải

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

“Nhánh bên phải” hướng lên $\Rightarrow a > 0$

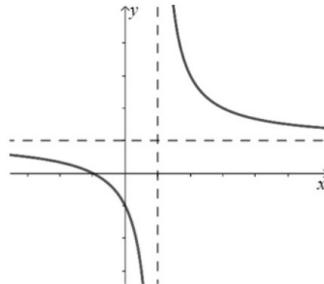
Đồ thị cắt trục tung tại $y_0 > 0 \Rightarrow d > 0$

$$x_1 = 0; x_2 > 0$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b < 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} = 0 \Rightarrow c = 0$$

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ac > 0; bd > 0$

B. $ab < 0; cd < 0$

*C. $bc > 0; ad < 0$

D. $ad > 0; bd < 0$

Lời giải

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}; D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$$

$$y' = \frac{ad - bc}{(cx+d)^2}$$

Tiệm cận đứng $x = \frac{-d}{c} > 0 \Rightarrow cd < 0$

Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0$

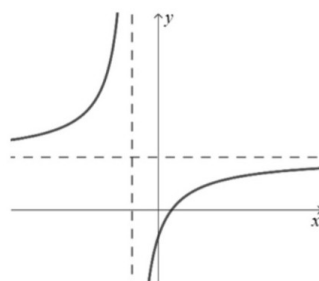
$$\begin{cases} cd < 0 \\ ac > 0 \end{cases} \Rightarrow ad < 0$$

Đồ thị cắt trục hoành tại $x_0 = \frac{-b}{a} < 0 \Rightarrow ab > 0$

Đồ thị cắt trục tung tại $y_0 = \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow bd < 0$

$$\begin{cases} ab > 0 \\ ac > 0 \end{cases} \Rightarrow bc > 0$$

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



A. 1.

*B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}; D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$$

$$y' = \frac{ad - bc}{(cx+d)^2}$$

Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0 \Rightarrow c > 0$

Tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow cd > 0 \Rightarrow d > 0$

Đồ thị cắt trục hoành tại $x_0 = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2-ax}{bx-c} (a, b, c \in \mathbb{R}, b \neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	3 $\nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 3$

Tổng $(a+b+c)^2$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. (1;2)

B. (2;3)

*C. $\left(0; \frac{4}{9}\right)$

D. $\left(\frac{4}{9}; 1\right)$

Lời giải

$$y = \frac{-ax+2}{bx-c}; D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{c}{b} \right\}$$

$$y' = \frac{ac - 2b}{(bx-c)^2}$$

Tiệm cận đứng $x = \frac{c}{b} = 1 \Leftrightarrow b = c$

Tiệm cận ngang $y = \frac{-a}{b} = 3 \Rightarrow a = -3b$

Hàm số đồng biến: $y' > 0 \Leftrightarrow ax - 2b > 0$

$\Leftrightarrow -3b - 2b > 0$

$\Leftrightarrow 3b^2 + 2b < 0$

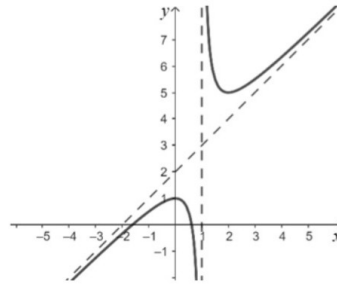
$\Leftrightarrow \frac{-2}{3} < b < 0$

$\Rightarrow a + b + c = -3b + b + b = -b \in \left(0, \frac{2}{3}\right)$

$\Rightarrow (a + b + c)^2 \in \left(0, \frac{4}{9}\right)$

$y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n} \quad (a > 0, m \neq 0)$

Câu 12. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi trong các số b, c, m, n có tất cả bao nhiêu số dương?



A. 4.

B. 1.

*C. 2.

D. 3.

Lời giải

$y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n} \quad (a > 0, m \neq 0); D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-n}{m} \right\}$

Tiệm cận xiên $y = x + 2$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{ax^2 + bx + c}{mx^2 + nx} \right) = \frac{a}{m} = 1 \Leftrightarrow a = m > 0$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{ax^2 + bx + c}{mx + n} - x \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{(b+n)x + c}{mx + n} \right] = \frac{b+n}{m} = 2$

$\Leftrightarrow b + n = 2m$

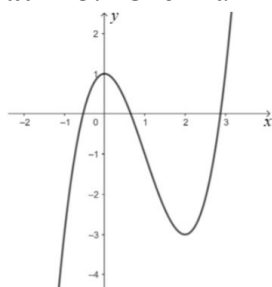
$\Leftrightarrow b - m = 2m$

$\Leftrightarrow b = 3m = 3a > 0$

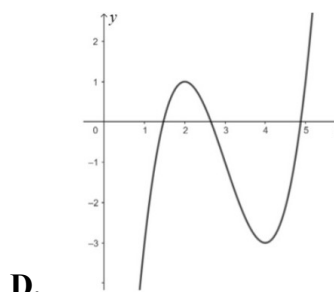
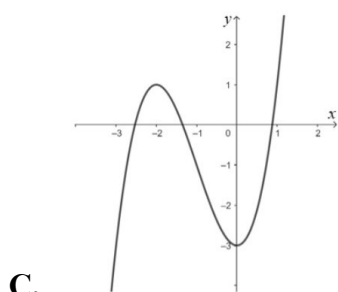
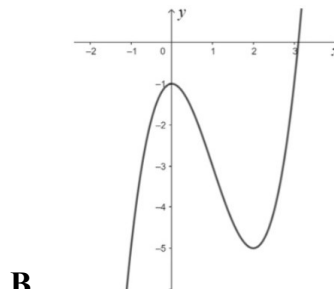
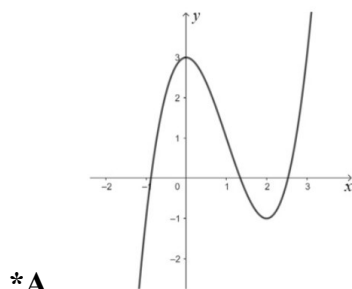
Tiệm cận đứng $x = \frac{-n}{m} = 1 \Leftrightarrow n = -m = -a < 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $y_0 = \frac{c}{n} > 0 \Rightarrow c < 0$

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới



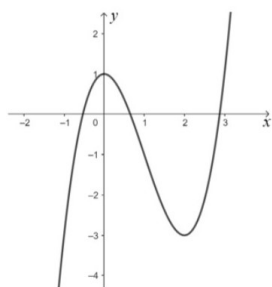
Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(x) + 2$.



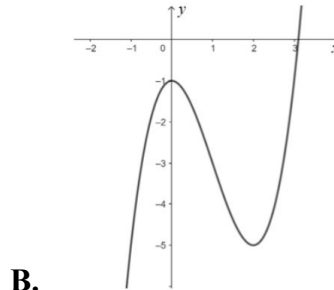
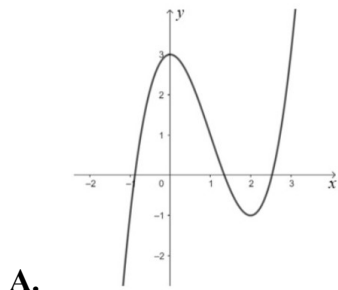
Lời giải

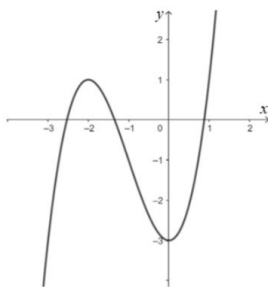
Đồ thị hàm số $y = f(x) + 2$ được suy ra bằng cách tịnh tiến đồ thị $y = f(x)$ lên phía trên (theo phương Oy) 2 đơn vị.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới.

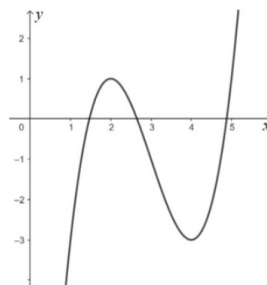


Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(x + 2)$.





*C.

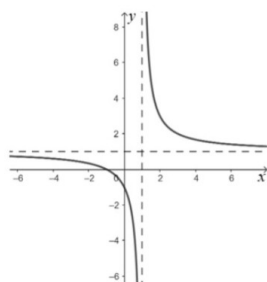


D.

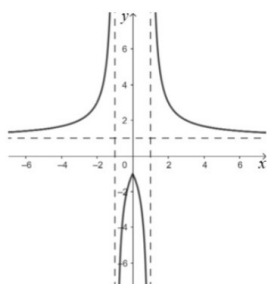
Lời giải

Đồ thị hàm số $y = f(x+2)$ được suy ra bằng cách tịnh tiến đồ thị $y = f(x)$ lên trái (theo phương Ox) 2 đơn vị.

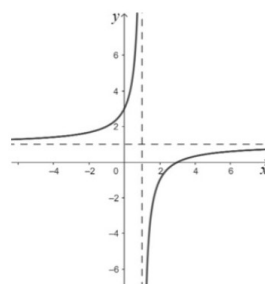
Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị như hình bên dưới



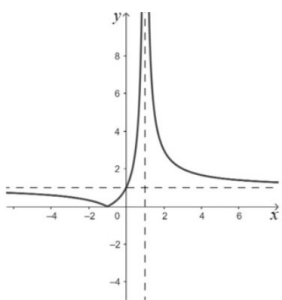
Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{|x|+1}{|x|-1}$.



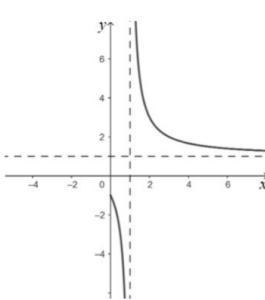
*A.



B.



C.



D.

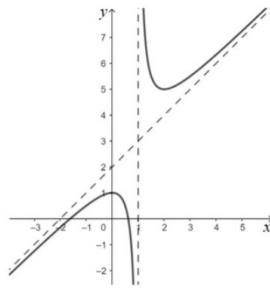
Lời giải

Xét hàm số $y = f(|x|)$. Ta có $f(-x) = f(x)$ nên $f(x)$ là hàm số chẵn, đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng. Cách vẽ:

• Giữ nguyên phần đồ thị bên phải Oy của đồ thị $y = f(x)$.

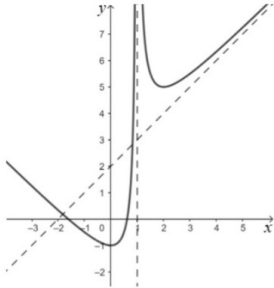
• Bỏ phần đồ thị bên trái Oy của đồ thị $y = f(x)$, lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy .

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{x^2+x-1}{x-1}$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới.

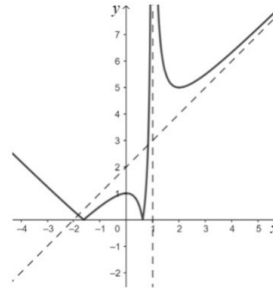


$$y = \left| \frac{x^2 + x - 1}{x - 1} \right|$$

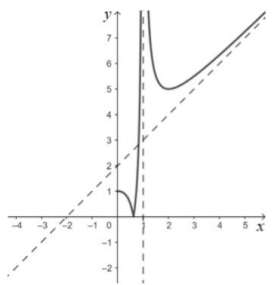
Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số



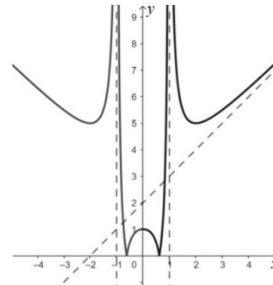
A.



*B.



C.



D.

Lời giải

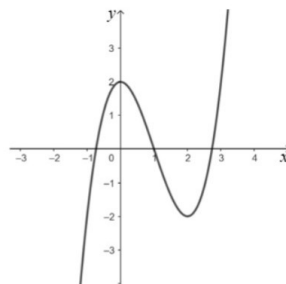
$$y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{ khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{ khi } f(x) < 0 \end{cases}$$

Xét hàm số

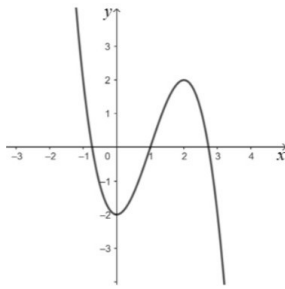
Cách vẽ:

- ⊛ Giữ nguyên phần đồ thị phía trên Ox của đồ thị $y = f(x)$.
- ⊛ Bỏ phần đồ thị phía dưới Ox của đồ thị $y = f(x)$, lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

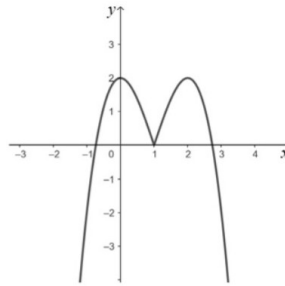
Câu 17. Cho hàm số $y = (x - 1)(x^2 - 2x + 2)$ có đồ thị như hình bên dưới



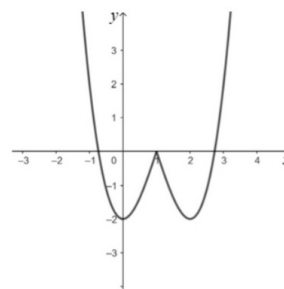
Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x - 1|(x^2 - 2x + 2)$



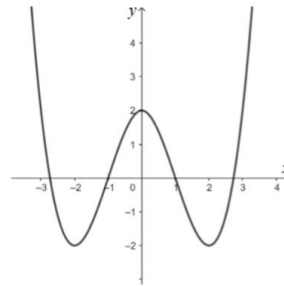
A.



C.



*B.



D.

Lời giải

$$y = y = |x-1|(x^2 - 2x + 2) = \begin{cases} (x-1)(x^2 - 2x + 2) & \text{ khi } x \geq 1 \\ -(x-1)(x^2 - 2x + 2) & \text{ khi } x < 1 \end{cases}$$

Xét hàm số

Cách vẽ:

- Giữ nguyên phần đồ thị bên phải $x=1$ của đồ thị $y=f(x)$.
- Bỏ phần đồ thị bên trái $x=1$ của đồ thị $y=f(x)$, lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			4		-1	$+\infty$
	$-\infty$					

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

*D. 3.

Lời giải

$$2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$$

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		4		-1	$+\infty$

$y = \frac{3}{2}$

Từ bảng biến thiên, thấy đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ cắt đồ thị tại 3 điểm.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-5	2	-5	$+\infty$			

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là?

*A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-5		2		-5		$+\infty$

$y = \frac{3}{2}$

Từ bảng biến thiên, thấy đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ cắt đồ thị tại 4 điểm.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1		2	3		$+\infty$
$f'(x)$	+ 0 -				- 0 +		
$f(x)$	$-\infty$						

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là?

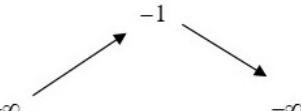
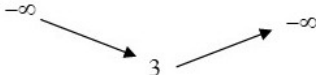
*A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

x	$-\infty$	1			2	3			$+\infty$	
$f'(x)$	+			0	-	-			0	+
$f(x)$										

$y = 0$

Từ bảng biến thiên, thấy đường thẳng $y = 0$ không cắt đồ thị.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$
$f(x)$	1 	$+\infty$	1 

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là?

A. 0.

*B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}.$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$			

Từ bảng biến thiên, thấy đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ cắt đồ thị tại 1 điểm.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$3/2$	$+\infty$
$f'(x)$	- 0 -			- 0 +	
$f(x)$	$+\infty \rightarrow -\infty$			$+\infty \rightarrow 27/4 \rightarrow +\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là?

A. 0.

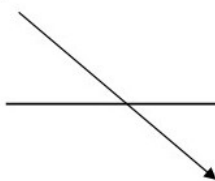
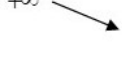
*B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}.$$

x	$-\infty$	0	1	$3/2$	$+\infty$
$f'(x)$	- 0 -			- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$  $-\infty$			$+\infty$  $\frac{27}{4}$  $+\infty$	

$y = \frac{3}{2}$

Từ bảng biến thiên, thấy đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ cắt đồ thị tại 1 điểm.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	- 0 + 0 - 0 +				
$f(x)$					

Đồ thị của hàm số trên cắt trục hoành tại mấy điểm?

*A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

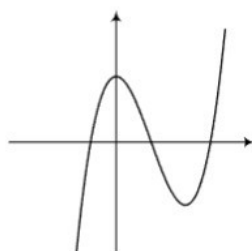
x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$						$+\infty$

The graph shows a function $f(x)$ plotted against x . The function has a local minimum at $x = -3$ with a value of -38 and a local maximum at $x = 1$ with a value of $\frac{14}{3}$. The function crosses the x -axis at four points, indicating four real roots. The x -axis is labeled $y = 0$.

$y = 0$

Từ bảng biến thiên, thấy đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị tại 4 điểm.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là:



A. 0.

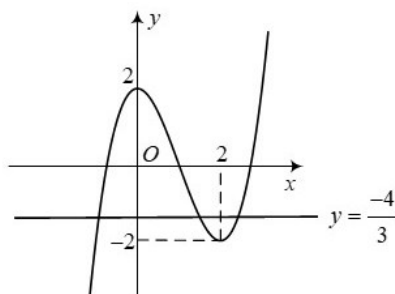
B. 1.

C. 2.

*D. 3.

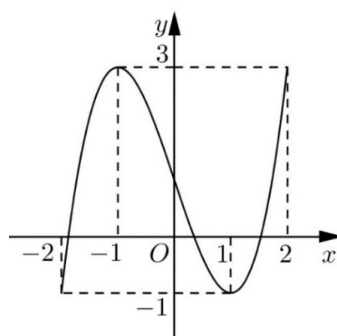
Lời giải

$$3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3}$$



Đường thẳng $y = -\frac{4}{3}$ cắt đồ thị tại 3 điểm.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ trên đoạn $[-2; 2]$ là:



A. 0.

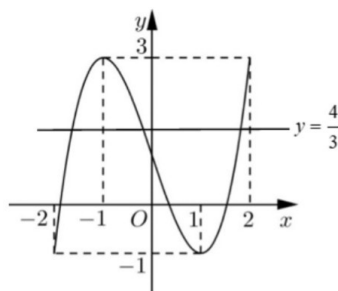
B. 1.

C. 2.

*D. 3.

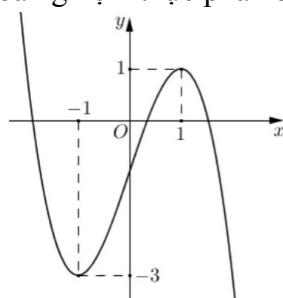
Lời giải

$$3f(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{4}{3}$$



Đường thẳng $y = \frac{4}{3}$ cắt đồ thị tại 3 điểm.

Câu 26. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



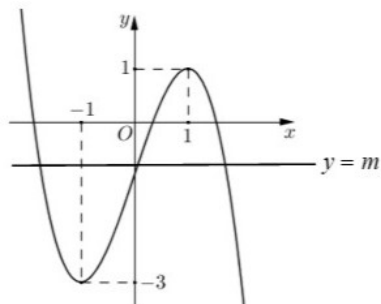
A. 5.

B. 4.

C. 2.

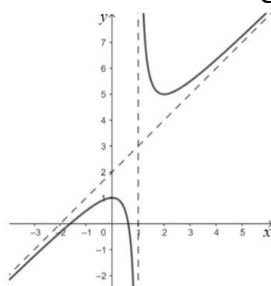
*D. 3.

Lời giải



Từ đồ thị, ta được $-3 < m < 1$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2, -1, 0\}$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là:



A. 0.

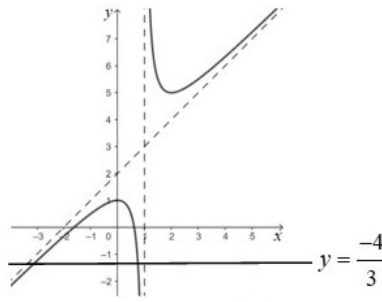
B. 1.

*C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3}$$



Đường thẳng $y = \frac{-4}{3}x + 2$ cắt đồ thị tại 2 điểm.

Câu 28. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng:

- A. 0. B. 1. *C. 2. D. -2.

Lời giải

$$x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 2$$

Câu 29. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 + 5x$:

- A. 0. B. 1. C. 2. *D. 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 + x^2 = x^2 + 5x$.

$$\Leftrightarrow x^3 - 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{5} \\ x = \sqrt{5} \end{cases}$$

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + mx - 2}{x - 1}$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt?

- *A. vô số. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

$$y = \frac{-x^2 + mx - 2}{x - 1} \Leftrightarrow g(x) = x^2 - mx + 2 = 0$$

Phương trình hoành độ giao điểm: $\Delta = m^2 - 8$

Đồ thị cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt khi phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8 > 0 \\ 3 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2\sqrt{2} \\ m > 2\sqrt{2} \\ m \neq 3 \end{cases}$$

m nguyên nên có vô số m .

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

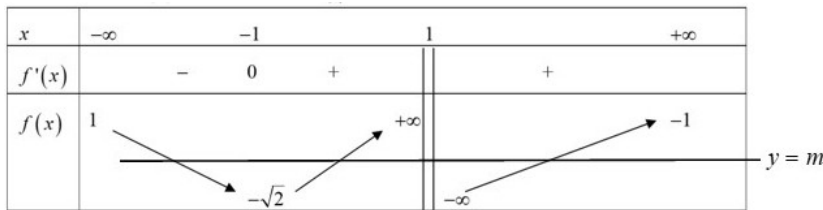
A. $(-1; 1]$

*B. $(-\sqrt{2}; -1)$

C. $(-\sqrt{2}; -1]$

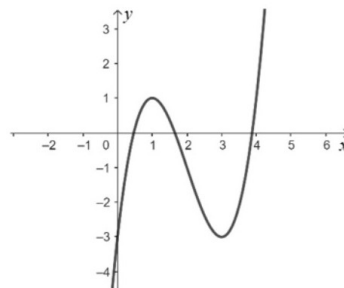
D. $(-1; 1)$

Lời giải



Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt khi $-\sqrt{2} < m < -1$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như sau:



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

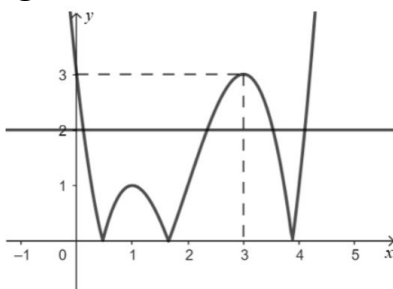
A. 0.

*B. 1.

C. 2.

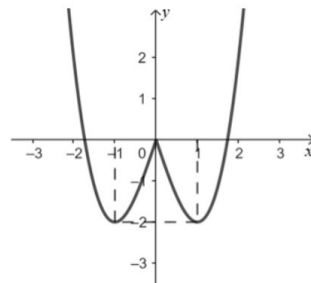
D. vô số.

Lời giải



Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ tại 4 điểm phân biệt khi $1 < m < 3$.

Câu 33. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?



*A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

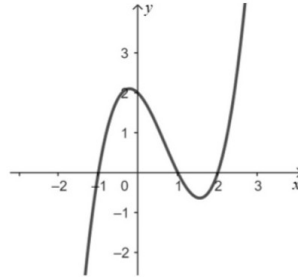
Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \in (-2; -1) \\ x = 0 \\ x = b \in (1; 2) \end{cases}$$

Từ đồ thị, ta được bảng biến thiên:

x	$-\infty$		a		0		b		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	
$f(x)$									

Câu 34. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-1; +\infty)$

B. $(-1; 1)$

*C. $(-\infty; -1)$ và $(1; 2)$

D. $(0; 1)$

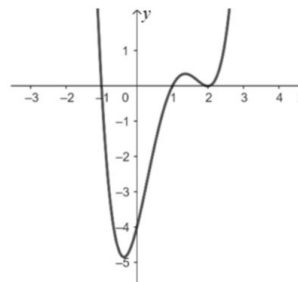
Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Từ đồ thị, ta được bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$									

Câu 35. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-1; 2)$ và $(1; +\infty)$

B. $(-\infty; +\infty)$

*C. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$

D. $(2; +\infty)$

Lời giải

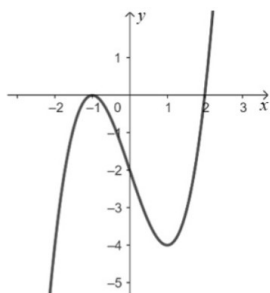
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Từ đồ thị, ta được bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+	
$f(x)$									

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Câu 36. Hàm số bậc ba $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm khoảng đồng biến của hàm số $g(x) = f(x-1)$?



A. $(1; +\infty)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$

*D. $(3; +\infty)$

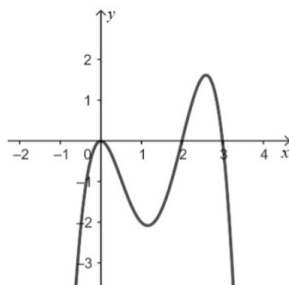
Lời giải

Chọn D

$$g'(x) = f'(x-1)$$

Hàm số đồng biến khi $g'(x) = f'(x-1) \geq 0 \Leftrightarrow x-1 \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 3$

Câu 37. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới.



Hàm số $y = f(x^2 - 2x + 3)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 0)$

*B. $(2; +\infty)$

C. $(1; 2)$

D. $(-\infty; 2)$

Lời giải

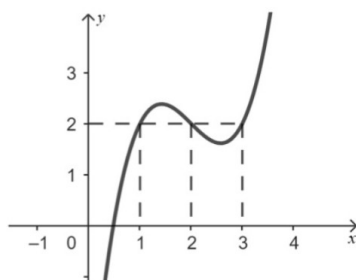
Chọn B

$$y' = [f(x^2 - 2x + 3)]' = (2x - 2)f'(x^2 - 2x + 3) \leq 0$$

$$\begin{cases} 2x - 2 \geq 0 \\ f'(x^2 - 2x + 3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 2x + 3 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 2x + 3 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Hàm số đồng biến khi

Câu 38. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = 2f(x) - 4x + 7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- *A. $(1; 2) \cup (3; +\infty)$ B. $(-\infty; 1)$ và $(2; 3)$ C. $(1; 2)$ và $(3; +\infty)$ D. $(-\infty; 1) \cup (2; 3)$.

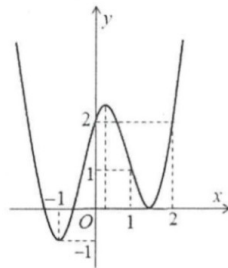
Lời giải

$$g'(x) = 2f'(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Từ đồ thị, ta được bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$									

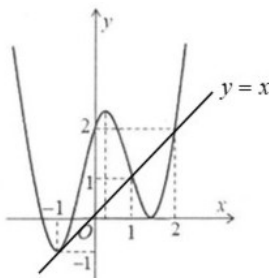
Câu 39. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^2}{2} + 2; (C)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- *A. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$. B. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
C. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$. D. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải



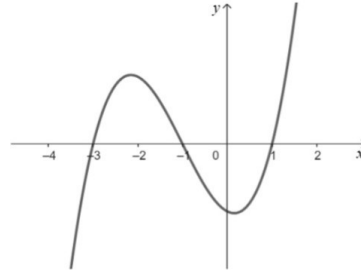
$$g'(x) = f'(x) - x = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vẽ đường thẳng $d: y = x$ trên cùng hệ trục tọa độ với (C) . d cắt (C) tại các điểm có hoành độ $x = -1; x = 1; x = 2$.

Từ đồ thị, ta được bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$							

Câu 40. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tổng bình phương các điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$ bằng bao nhiêu?

A. 6.

*B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta chọn

$$f'(x) = (x+3)(x+1)(x-1) \Rightarrow f'(x^2-2) = (x^2+1)(x^2-1)(x^2-3)$$

Ta có $g'(x) = [f(x^2-2)]' = 2xf'(x^2-2) = 2x(x^2+1)(x^2-1)(x^2-3)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Tất cả đều là nghiệm đơn nên đổi dấu 5 lần.

Ta được bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	0	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$							

Câu 41. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+1}{x-1}$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là:

*A. $y = -x + 7$.

B. $y = -x - 5$.

C. $y = x - 5$.

D. $y = x + 7$.

Lời giải

$$y = \frac{x^2+1}{x-1}; D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$y' = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$$

$$x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 5; y'(2) = -1$$

$$\Delta: y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 = -(x - 2) + 5 = -x + 7$$

Câu 42. Cho đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x^2+x-1}{x-1}$. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(3;1)$ là:

A. 1.

B. 3.

*C. 2.

D. 0.

Lời giải

$$(C): y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}; D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$$

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tiếp điểm $\Rightarrow M \left(x_0; \frac{x_0^2 + x_0 - 1}{x_0 - 1} \right)$

$$M: y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 = \frac{(x_0^2 - 2x_0)}{(x_0 - 1)^2}(x - x_0) + \left(\frac{x_0^2 + x_0 - 1}{x_0 - 1} \right)$$

Phương trình tiếp tuyến tại

$$A(3; 1) \in (C) \Rightarrow 1 = \frac{(x_0^2 - 2x_0)}{(x_0 - 1)^2}(3 - x_0) + \left(\frac{x_0^2 + x_0 - 1}{x_0 - 1} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ có 2 tiếp tuyến.

Câu 43. Biết trên đồ thị $(C): y = \frac{x - 1}{x + 2}$ có hai điểm mà tiếp tuyến tại các điểm đó đều song song với đường thẳng $d: 3x - y + 15 = 0$. Tìm tổng S các tung độ tiếp điểm.

A. $S = 3$.

*B. $S = 14$.

C. $S = -4$.

D. $S = 2$.

Lời giải

$$(C): y = \frac{x - 1}{x + 2}; D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

$$y' = \frac{3}{(x + 2)^2}$$

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến tại $M: y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$.

$$d: 3x - y + 15 = 0 \Leftrightarrow y = 3x + 15$$

$$\Rightarrow y'(x_0) = k_d = 3$$

$$\Rightarrow \frac{3}{(x_0 + 2)^2} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -2 \\ x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 4 \end{cases}$$

Tiếp tuyến song song với đường thẳng

Vậy có 2 tiếp tuyến:

$$\Delta_1: y = 3(x + 1) - 2 = 3x + 1$$

$$\Delta_2: y = 3(x + 3) + 4 = 3x + 13$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 = 1 + 13 = 14$$

Câu 44. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) mà có hệ số góc lớn nhất là:

*A. $y = 3x + 1$.

B. $y = -3x - 1$.

C. $y = -3x + 1$.

D. $y = 3x - 1$.

Lời giải

$$(C): y = -x^3 + 3x^2 + 2; D = \mathbb{R}$$

$$y' = -3x^2 + 6x$$

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến tại M có hệ số góc $k = y'(x_0) = -3x_0^2 + 6x_0 = 3 - 3(x_0 - 1)^2 \geq 3$.

$$k_{\max} = 3 \text{ khi } x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 4$$

$$d: y = 3(x - 1) + 4 = 3x + 1$$

Câu 45. Đường thẳng $y = 2m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = -x^3 + 3x + 4$ khi m bằng

A. -3 hoặc 1 .

*B. 3 hoặc 1 .

C. 3 hoặc -1 .

D. -3 hoặc -1 .

Lời giải

$d \text{ tx } (C)$ khi hệ phương trình $\begin{cases} y_{(C)} = y_d \\ y'_{(C)} = y'_d \end{cases}$ có nghiệm.

$$\begin{cases} -x^3 + 3x + 4 = 2m & (1) \\ -3x^2 + 3 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow m = 3 \\ x = -1 \Rightarrow m = 1 \end{cases}$$

Câu 46. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$ là

A. $y = -\frac{1}{9}x + 18, y = -\frac{1}{9}x + 5$

B. $y = \frac{1}{9}x + 18, y = \frac{1}{9}x - 14$

*C. $y = 9x + 18, y = 9x - 14$

D. $y = 9x + 18, y = 9x + 5$

Lời giải

$$(C): y = x^3 - 3x + 2; D = \mathbb{R}$$

$$y' = 3x^2 - 3$$

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến tại $M: y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$.

Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$

$$\Rightarrow y'(x_0) = \frac{-1}{k_d} = 9$$

$$\Rightarrow 3x_0^2 - 3 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 4 \\ x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 0 \end{cases}$$

Vậy có 2 tiếp tuyến:

$$\Delta_1: y = 9(x - 2) + 4 = 9x - 14$$

$$\Delta_2: y = 9(x + 2) = 9x + 18$$

Câu 47. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m - 1)x + 2m$ có đồ thị là (C_m) . Tìm m để tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị (C_m) vuông góc với đường thẳng $\Delta: y = 3x + 2024$.

A. $m = \frac{7}{3}$.

B. $m = 1$.

*C. $m = 2$.

D. $m = \frac{-1}{3}$.

Lời giải

$$(C): y = x^3 - 2x^2 + (m-1)x + 2m \quad D = \mathbb{R}$$

$$y' = 3x^2 - 4x + m - 1$$

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến tại $M: y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$.

$$k = y'(x_0) = 3x_0^2 - 4x_0 + m - 1$$

$$k' = 6x_0 - 4$$

$$k' = 0 \Leftrightarrow x_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow k = \frac{-7}{3} + m$$

Tiếp tuyến tại M có hệ số góc:

x_0	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
k'		$-$	0	$+$	
k	$+\infty$				$+\infty$
			$\frac{-7}{3} + m$		

$$\Rightarrow k_{\min} = \frac{-7}{3} + m, \text{ tiếp tuyến này vuông góc với đường thẳng } y = 3x + 2024$$

$$\Rightarrow k_{\min} = \frac{-1}{k_d} = \frac{-1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{-7}{3} + m = \frac{-1}{3} \Leftrightarrow m = 2$$

Câu 48. Gọi S là tập hợp các giá trị của hàm số m sao cho đường thẳng $d: y = mx - m - 3$ cắt đồ thị $(C): y = 2x^3 - 3x^2 - 2$ tại ba điểm phân biệt $A, B, I(1; -3)$ mà tiếp tuyến với (C) tại A và tại B vuông góc với nhau. Tính tổng các phần tử của S .

A. -1.

B. 1.

*C. 2.

D. 5.

Lời giải

$$(C): y = 2x^3 - 3x^2 - 2; D = \mathbb{R}$$

$$y' = 6x^2 - 6x$$

Phương trình hoành độ giao điểm: $2x^3 - 3x^2 - 2 = mx - m - 3$

$$\Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - mx + m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(2x^2 - x - m - 1) = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ g(x) = 2x^2 - x - m - 1 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt khi phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt

$\Rightarrow (2)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8m + 9 > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{-9}{8} \\ m \neq 0 \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-m-1}{2} \end{cases}$$

Khi đó, gọi $x_1; x_2$ là 2 nghiệm của phương trình

Các tiếp tuyến có hệ số góc: $k_1 = 6x_1^2 - 6$; $k_2 = 6x_2^2 - 6$

$$k_1 k_2 = -1$$

$$\Leftrightarrow (6x_1^2 - 6)(6x_2^2 - 6) = -1$$

$$\Leftrightarrow 36(x_1 x_2)^2 - 36(x_1^2 + x_2^2) + 37 = 0$$

$$\Leftrightarrow 36\left(\frac{-m-1}{2}\right)^2 - 36\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{-m-1}{2}\right)\right] + 37 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 18m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{3+2\sqrt{2}}{3} \\ m_2 = \frac{3-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

2 tiếp tuyến này vuông góc nhau nên:

Suy ra $m_1 + m_2 = 2$.

Câu 49. Giả sử đường thẳng $y = ax + b$ là tiếp tuyến chung của đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 6$ và $y = x^2 + 3x - 10$. Tính $M = 2a + b$.

A. $M = 16$.

*B. $M = -4$.

C. $M = 4$.

D. $M = 7$.

Lời giải

Đường thẳng $y = ax + b$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - 5x + 6$ khi phương trình $x^2 - 5x + 6 = ax + b \Leftrightarrow x^2 - (5+a)x + 6-b = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = (a+5)^2 - 4(6-b) = 0$ (1)

Đường thẳng $y = ax + b$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x - 10$ khi phương trình $x^2 + 3x - 10 = ax + b \Leftrightarrow x^2 + (3-a)x - 10-b = 0$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta = (a-3)^2 + 4(b+10) = 0$$
 (2)

Giải hệ phương trình (1), (2) ta được $a = 3$; $b = -10$

Vậy: $M = 2a + b = -4$.

Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x+1}$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm trên trục tung, có tọa độ nguyên thỏa mãn $x^2 + y^2 < 144$, mà từ đó vẽ được ít nhất một tiếp tuyến tới (C).

A. 14.

B. 15.

*C. 16.

D. vô số.

Lời giải

Gọi $M(0; m)$ là điểm cần tìm.

Tọa độ M thỏa $x^2 + y^2 < 144$ nên $-12 < m < 12$.

Đường thẳng Δ qua M có hệ số góc k có phương trình:

$$\Delta: y = k(x - x_0) + y_0 = kx + m$$

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1} = kx + m \Leftrightarrow g(x) = (k - 1)x^2 + (k + m - 2)x + m - 3 = 0 \quad (1)$$

Δ tiếp xúc (C) khi phương trình (1) có nghiệm kép khác -1

$$\Rightarrow \begin{cases} a = k - 1 \neq 0 \quad (a) \\ \Delta = (k + m - 2)^2 - 4(k - 1)(m - 3) = 0 \quad (b) \\ g(-1) = 2k + 2m - 6 \neq 0 \quad (c) \end{cases}$$

$$(b) \Leftrightarrow k^2 + 2k(4 - m) + 4m - 8 = 0$$

Có ít nhất 1 tiếp tuyến $\Rightarrow$ hệ có nghiệm

$$\Rightarrow \Delta' = (4 - m)^2 - (4m - 8) = m^2 - 12m + 24 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 6 + 2\sqrt{3} \\ m \leq 6 - 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$(a): k \neq 1 \Rightarrow m \neq \frac{-1}{2}$$

$$(c): k \neq 3 - m \Rightarrow 3m^2 - 16m + 25 \neq 0 \Rightarrow \forall m$$

Suy ra: $m \in \{-11; \dots; -1; 0; 1; 2; 10; 11\}$.

Câu 51. Biết $A(0; y), B(x; 1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 1$ khi đó giá trị $x + y$ là
A. -1. ***B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

$$(C): y = x^3 + x^2 - 1$$

$$A(0; y) \in (C) \Rightarrow y = -1$$

$$B(x; 1) \in (C) \Rightarrow x^3 + x^2 - 1 = 1 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow x + y = 1 - 1 = 0.$$

Câu 52. Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$?

***A.** $(-1; 2)$. **B.** $(2; 7)$. **C.** $(0; -1)$. **D.** $(1; -2)$.

Lời giải

$$(C): y = x^4 - 2x^2 - 1$$

$$x = -1 \Rightarrow y = -2.$$

Câu 53. Đồ thị hàm số $y = x^2 + 2mx - m + 1$ (m là tham số) luôn đi qua điểm M cố định có tọa độ là

A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. **B.** $M(-1; 0)$. ***C.** $M\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$. **D.** $M(0; 1)$.

Lời giải

$M(x; y)$ là điểm cố định của họ đồ thị khi $y = x^2 + 2mx - m + 1$ thỏa $\forall m$

$$\Leftrightarrow (2x - 1)m = y - x^2 - 1, \forall m$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ y = x^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$$

Câu 54. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số nào sau đây cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất?

*A. $y = \frac{2x-1}{x+3}$.

B. $y = \frac{1-x}{1+x}$.

C. $y = 2x^3 - 3x^2 - 2$.

D. $y = -x^3 + 3x - 2$.

Lời giải

$y = \frac{2x-1}{x+3}$ có tâm đối xứng $I(-3; 2) \Rightarrow OI = \sqrt{13}$

$y = \frac{1-x}{1+x}$ có tâm đối xứng $I(-1; -1) \Rightarrow OI = \sqrt{2}$

$y = 2x^3 - 3x^2 - 2$ có tâm đối xứng $I\left(\frac{1}{2}; \frac{-5}{2}\right) \Rightarrow OI = \frac{\sqrt{26}}{2}$

$y = -x^3 + 3x - 2$ có tâm đối xứng $I\left(\frac{1}{2}; \frac{-5}{8}\right) \Rightarrow OI = \frac{\sqrt{41}}{8}$

Câu 55. Trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+4}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

*A. 6.

B. 2.

C. 0.

D. 4.

Lời giải

(C): $y = \frac{2x-1}{x+4} = 2 - \frac{9}{x+4}$

$$\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ 9 : (x+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+4=9 \Rightarrow x=5; y=1 \\ x+4=-9 \Rightarrow x=-13; y=3 \\ x+4=3 \Rightarrow x=-1; y=-1 \\ x+4=-3 \Rightarrow x=-7; y=5 \\ x+4=1 \Rightarrow x=-3; y=-7 \\ x+4=-1 \Rightarrow x=-5; y=11 \end{cases}$$

$M(x; y) \in (C)$ có tọa độ nguyên khi

Câu 56. Tìm tọa độ điểm M có hoành độ dương thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ sao cho khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) đạt giá trị nhỏ nhất.

*A. $M(1; -3)$.

B. $M(3; 5)$.

C. $M(0; -1)$.

D. $M(4; 3)$.

Lời giải

$y = \frac{x+2}{x-2} = 1 + \frac{4}{x-2}$

$M(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow M\left(x_0; 1 + \frac{4}{x_0-2}\right)$

Tiệm cận đứng $x-2=0$; khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng: $d_1 = |x_0 - 2|$.

$$d_2 = |y_0 - 1| = \left|1 + \frac{4}{x_0-2} - 1\right| = \frac{4}{|x_0-2|}$$

Tiệm cận ngang $y-1=0$; khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang:

$$d_1 + d_2 = |x_0 - 2| + \frac{4}{|x_0 - 2|} \geq 2\sqrt{|x_0 - 2| \cdot \frac{4}{|x_0 - 2|}}$$

$$\Rightarrow (d_1 + d_2)_{\min} = 2 \text{ khi } |x_0 - 2| = \frac{4}{|x_0 - 2|} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = \frac{1}{5} \\ x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -3 \end{cases}$$

Vì M có hoành độ dương nên chọn **A**.

Câu 57. Số điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x + 10}{x + 2}$ là:
A. 16. ***B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

$$(C): y = \frac{2x^2 + 3x + 10}{x + 2} = 2x - 1 + \frac{12}{x + 2}$$

$M(x; y) \in (C)$ có tọa độ nguyên khi $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ 12 : (x + 2) \end{cases}$
 12 có 12 ước số nên có 12 điểm.

Câu 58. Cho hàm số $y = \frac{x + 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) . Gọi $M(x_M; y_M)$ là một điểm bất kỳ trên (C) . Khi tổng khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ là nhỏ nhất, tính tổng $x_M + y_M$.

A. $2\sqrt{2} - 1$. **B.** 1. ***C.** $2 - 2\sqrt{2}$. **D.** $2 - \sqrt{2}$.

Lời giải

$$y = \frac{x + 1}{x - 1}$$

$$M(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow M\left(x_0; \frac{x_0 + 1}{x_0 - 1}\right)$$

Khoảng cách từ M đến trục tung: $d_1 = |x_0|$.

Khoảng cách từ M đến trục hoành: $d_2 = |y_0| = \left| \frac{x_0 + 1}{x_0 - 1} \right|$.

$$d_1 + d_2 = |x_0| + \left| \frac{x_0 + 1}{x_0 - 1} \right| \geq \left| x_0 + \frac{x_0 + 1}{x_0 - 1} \right|$$

Dấu bằng xảy ra khi $x_0 \cdot \frac{x_0 + 1}{x_0 - 1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 > 1 \\ -1 \leq x_0 \leq 0 \end{cases}$

Đặt $f(x) = x + \frac{x + 1}{x - 1} = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{2} \\ x = 1 + \sqrt{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	-1	$1-\sqrt{2}$	0	1	$1+\sqrt{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	-		-	0	+
$f(x)$	-1	$\nearrow 2-2\sqrt{2}$	$\searrow -1$		$+\infty \searrow 2+2\sqrt{2}$	$\nearrow +\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\left| x + \frac{x + 1}{x - 1} \right| \geq |2 - 2\sqrt{2}| = 2\sqrt{2} - 2$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow y = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow x_M + y_M = 2 - 2\sqrt{2}$.

Câu 59. Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin $12V$ được cho bởi công thức $P = 12I - 0,5I^2$ với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Tìm công suất tối đa của mạch điện.

*A. 72.

B. 12.

C. $-\frac{1}{192}$.

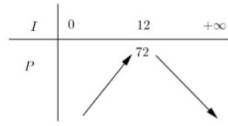
D. $\frac{23}{2}$.

Lời giải

Xét hàm số $P = 12I - 0,5I^2$ với $I \geq 0$.

$$P' = 12 - I \quad P' = 0 \Leftrightarrow I = 12$$

Bảng biến thiên:



Công suất tối đa của mạch điện là $72(W)$ đạt được khi cường độ dòng điện là $12(A)$.

Câu 60. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã nhận thấy rằng: nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là $P(n) = 480 - 20n(g)$. Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

A. 14

B. 13

*C. 12

D. 11

Lời giải

Chọn C

Gọi $F(n)$ là hàm cân nặng của n con cá sau vụ thu hoạch trên một đơn vị diện tích

Ta có: $F(n) = (480 - 20n) \cdot n = 480n - 20n^2$

Để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất thì cân nặng của n con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ lớn nhất.

Câu toán trở thành tìm $n \in \mathbb{N}^*$ sao cho $F(x)$ đạt GTLN.

$$F'(n) = 480 - 40n$$

$$F'(n) = 0 \Leftrightarrow 480 - 40n = 0 \Leftrightarrow n = 12$$

Học sinh tự lập bảng biến thiên.

Vậy phải thả 12 con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất.

Câu 61. Để giảm nhiệt độ trong phòng từ $28^{\circ}C$, một hệ thống làm mát được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi T (đơn vị $^{\circ}C$) là nhiệt độ phòng ở phút thứ t được cho bởi công thức $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$ với $t \in [1; 10]$. Tìm nhiệt độ thấp nhất trong phòng đạt được trong thời gian 10 phút kể từ khi hệ thống làm mát bắt đầu hoạt động.

A. $27,832^{\circ}C$

*B. $18,4^{\circ}C$

C. $26,2^{\circ}C$

D. $25,312^{\circ}C$

Lời giải

Xét hàm số $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$ với $t \in [1; 10]$.

$$T' = -0,024t^2 - 0,16 < 0, \forall t \in [1; 10]$$

Suy ra hàm số T nghịch biến trên đoạn $[1; 10]$.

Nhiệt độ thấp nhất trong phòng đạt được là $T_{\min} = T(10) = 18,4^{\circ}C$.

Câu 62. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2.000.000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 2 căn hộ bị bỏ trống. Muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá mỗi căn hộ là bao nhiêu?

*A. 2.250.000

B. 2.350.000

C. 2.450.000

D. 2.550.000

Lời giải

Gọi x là giá thuê thực tế của mỗi căn hộ, (x : đồng; $x \geq 2000.000$ đồng)

Ta có thể lập luận như sau:

Tăng giá 100.000 đồng thì có 2 căn hộ bị bỏ trống.

Tăng giá $x - 2.000.000$ đồng thì có bao nhiêu căn hộ bị bỏ trống.

Theo quy tắc tam xuất ta có số căn hộ bị bỏ trống là:

$$\frac{2(x - 2.000.000)}{100.000} = \frac{x - 2.000.000}{50.000}$$

Do đó khi cho thuê với giá x đồng thì số căn hộ cho thuê là:

$$50 - \frac{x - 2.000.000}{50.000} = -\frac{x}{50.000} + 90$$

Gọi $F(x)$ là hàm lợi nhuận thu được khi cho thuê các căn hộ, ($F(x)$: đồng).

$$F(x) = \left(-\frac{x}{50.000} + 90 \right) x = -\frac{1}{50.000}x^2 + 90x$$

Ta có: (bằng số căn hộ cho thuê nhân với giá cho thuê mỗi căn hộ).

$$F(x) = -\frac{1}{50.000}x^2 + 90x, \text{ ĐK: } x \geq 2.000.000$$

Câu toán trở thành tìm GTLN của

$$F'(x) = -\frac{1}{25.000}x + 90$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{25.000}x + 90 = 0 \Leftrightarrow x = 2.250.000$$

Bảng biến thiên:

X	2.000.000	2.250.000	$+\infty$
$F'(x)$	+	0	-
$F(x)$		$F_{\max}$	

nhất khi $x = 2.250.000$

Suy ra $F(x)$ đạt giá trị lớn

Vậy công ty phải cho thuê với giá 2.250.000 đồng mỗi căn hộ thì được lãi lớn nhất.

Nhận xét:

$$F(x) = -\frac{1}{50.000}x^2 + 90x$$

Sau khi tìm được hàm . Ta không cần phải đi khảo sát và vẽ bảng biến thiên như trên. Đề đã cho bốn đáp án x , ta dùng phím CALC của MTCT để thay lần lượt các giá trị vào, cái nào làm cho $F(x)$ lớn nhất chính là giá trị cần tìm.

Câu 63. Một cửa hàng bán bưởi Đoàn Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50.000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 40 quả bưởi. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 5000 đồng thì số bưởi bán được tăng thêm là 50 quả. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi quả là 30.000 đồng.

A. 44.000đ

B. 43.000đ

*C. 42.000đ

D. 41.000đ

Lời giải

Chọn C

Gọi x là giá bán thực tế của mỗi quả bưởi Đoàn Hùng, (x : đồng; $30.000 \leq x \leq 50.000$ đồng).

Ta có thể lập luận như sau:

Giá 50.000 đồng thì bán được 40 quả bưởi

Giảm giá 5.000 đồng thì bán được thêm 50 quả.

Giảm giá 50.000 – x thì bán được thêm bao nhiêu quả?

Theo quy tắc tam xuất số quả bán thêm được là:

$$(50000 - x) \cdot \frac{50}{5000} = \frac{1}{100}(50000 - x)$$

Do đó Số quả bưởi bán được tương ứng với giá bán x:

$$40 + \frac{1}{100}(50000 - x) = -\frac{1}{100}x + 540$$

Gọi $F(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($F(x)$: đồng).

$$F(x) = \left(-\frac{1}{100}x + 540 \right) \cdot (x - 30.000) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16.200.000$$

Ta có:

Câu toán trở thành tìm GTLN của

$$F(x) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16.200.000, \text{ Đk: } 30.000 \leq x \leq 50.000$$

$$F'(x) = -\frac{1}{50}x + 840$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{50}x + 840 = 0 \Leftrightarrow x = 42.000$$

Vì hàm $F(x)$ liên tục trên $30.000 \leq x \leq 50.000$ nên ta có:

$$F(30.000) = 0$$

$$F(42.000) = 1.440.000$$

$$F(50.000) = 800.000$$

Vậy với $x = 42.000$ thì $F(x)$ đạt GTLN.

Vậy để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất thì giá bán thực tế của mỗi quả bưởi Đoàn Hùng là 42.000 đồng.

Câu 64. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi công thức $G(x) = 0,25x^2(30 - x)$ trong đó $x(\text{mg})$ và $x > 0$ là lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng bằng bao nhiêu:

A. 15mg

B. 30mg

C. 40mg

***D. 20mg**

Lời giải

Chọn D

$$G(x) = 0,25x^2(30 - x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{40}x^3$$

Ta có:

$$G'(x) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{40}x^2$$

$$G'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x - \frac{3}{40}x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(\text{loại}) \\ x = 20(\text{t/m}) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

X	0	20	$+\infty$
$G'(x)$		+	-
$G(x)$		100	

bệnh nhân cần tiêm một lượng thuốc 20mg

Dựa vào bảng biến thiên thì

Câu 65. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $G(t): 45t^2 - t^3$, (kết quả khảo sát được trong 10 tháng vừa qua). Nếu xem $G'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người / ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất sẽ vào ngày thứ:

A. 25 B. 30 C. 20 *D. 15

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$G'(t) = 90t - 3t^2$$

$$G''(t) = 90 - 6t$$

$$G''(t) = 0 \Leftrightarrow 90 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 15$$

Bảng biến thiên:

T	0	15	$+\infty$
$G''(t)$		0	-
$G(t)$		675	

Vậy tốc độ truyền bệnh lớn nhất sẽ vào ngày thứ 15.

Câu 66. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ trong ngày cho bởi công thức $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

*A. $t = 10(h)$

B. $t = 14(h)$

C. $t = 15(h)$

D. $t = 22(h)$

Lời giải

Ta có:

$$h' = -3 \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} \right) \sin \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{\pi}{2} \sin \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} \right).$$

$$h' = 0 \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \sin \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} \right) = 0 \Leftrightarrow t = -2 + 6k, (k \in \mathbb{Z}_{(+)})$$

ở đây ta chỉ cần xét một số giá trị

k	1	2	3	4
t	4	10	16	22

Bảng biến thiên:

Ta suy ra được h đạt GTLN khi $t = 10(h)$

Lưu ý: Ngoài cách trên ta có thể làm như sau

$$-1 \leq \cos \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} \right) \leq 1 \Rightarrow 9 \leq 3 \cos \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} \right) + 12 \leq 15.$$

Vì

$$\cos \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} \right) = 1 \Leftrightarrow t = -2 + 12k, (k \in \mathbb{Z}_{(+)})$$

Vậy để h lớn nhất thì

Vậy h đạt GTLN khi $t = 10(h)$

$$V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{t^4}{4} \right)$$

Câu 67. Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm tính theo công thức $(0 \leq t \leq 90)$

Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được tính bởi $v(t) = V'(t)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng.

- *A. Tốc độ bơm giảm từ phút 60 đến phút thứ 90. B. Tốc độ bơm luôn giảm.
C. Tốc độ bơm tăng từ phút 0 đến phút thứ 75. D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

$$V' = \frac{9}{10}t^2 - \frac{1}{100}t^3 \quad (0 \leq t \leq 90)$$

Xét hàm

$$V'' = \frac{9}{5}t - \frac{3}{100}t^2 \Rightarrow V'' = 0 \text{ khi } t = 0, t = 60$$

Dựa vào bảng biến thiên, Ta có hàm số V' đồng biến trên $(0;60)$, nghịch biến trên $(60;90)$.

Câu 68. Một xe khách đi từ Việt Trì về Hà Nội chở tối đa được là 60 hành khách một chuyến. Nếu một chuyến

chở được m hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách được tính là $\left(30 - \frac{5m}{2} \right)^2$ đồng. Tính số hành khách trên mỗi chuyến xe để nhà xe thu được lợi nhuận mỗi chuyến xe là lớn nhất?

- A. 30 *B. 40 C. 50 D. 60

Lời giải

Chọn B

Gọi x là số hành khách trên mỗi chuyến xe để số tiền thu được là lớn nhất, $(0 < x \leq 60)$

Gọi $F(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($F(x)$: đồng)

Số tiền thu được:

$$F(x) = \left(300 - \frac{5x}{2} \right)^2 \cdot x = 90.000x - 1500x^2 + \frac{25}{4}x^3$$

Câu toán trở thành tìm x để $F(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

$$F'(x) = 90000 - 3000x + \frac{75}{4}x^2$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow 90000 - 3000x + \frac{75}{4}x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 120(\text{loại}) \\ x = 40(t/\text{m}) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

X	0		40	60
F'(x)		+	0	-
F(x)			$F_{\max}$	

Vậy để thu được số tiền lớn nhất thì trên mỗi chuyến xe khách đó phải chở 40 người.

Câu 69. Gia đình ông Thanh nuôi tôm với diện tích ao nuôi là $100m^2$. Vụ tôm vừa qua ông nuôi với mật độ là $1(kg/m^2)$

tôm giống và sản lượng tôm khi thu hoạch được khoảng 2 tấn tôm. Với kinh nghiệm nuôi tôm nhiều năm, ông cho biết cứ thả giảm đi $(200g/m^2)$ tôm giống thì sản lượng tôm thu hoạch được 2,2 tấn tôm. Vậy

vụ tới ông phải thả bao nhiêu kg tôm giống để đạt sản lượng tôm cho thu hoạch là lớn nhất? (Giả sử không có dịch bệnh, hao hụt khi nuôi tôm giống).

- *A. $\frac{230}{3}kg$ B. 70kg C. 72kg D. 69kg

Lời giải

Chọn A

Số Kg tôm giống mà ông Thanh thả vừa qua: $100.1 = 100(\text{kg})$.

Gọi x (0 Khối lượng trung bình $1(\text{kg} / \text{m}^2)$ tôm giống thu hoạch được: $2000 : 100 = 20(\text{kg})$

Khi giảm 0,2 kg tôm giống thì sản lượng tôm thu hoạch tăng thêm là $2(\text{kg} / \text{m}^2)$

Gọi $F(x)$ là hàm sản lượng tôm thu được vụ tới ($F(x) : \text{kg}$)

Vậy sản lượng tôm thu hoạch được trong vụ tới có pt tổng quát là:

$$F(x) = (100 - x) \left(20 + \frac{3}{8}x \right) = 2000 + \frac{35}{2}x - \frac{3}{8}x^2$$

Bia toán trở thành tìm x để $F(x)$ lớn nhất.

Ta có:

$$F'(x) = \frac{25}{2} - \frac{3}{4}x$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{25}{2} - \frac{3}{4}x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{70}{3}$$

Bảng biến thiên

X	0	$\frac{70}{3}$	100
F'(x)		0	
F(x)		$F_{\max}$	

Vậy vụ tới ông Thanh phải thả số kg tôm giống là:

$$100 - \frac{70}{3} = \frac{230}{3} \approx 76,67(\text{kg})$$

Nhận xét:

Làm sao ta có thể tìm được hàm $F(x)$ và tìm được hệ số $\frac{3}{8}$

Ta có thể hiểu đơn giản như sau: nếu ta không giảm số lượng tôm giống thì sản lượng tôm thu hoạch được là: $100.20 = 2000(\text{kg})$ tôm.

Nếu ta giảm số $x(\text{kg})$ tôm giống thì số tôm giống cần thả là $100 - x$ và số kg tôm thu hoạch được là: $(100 - x)(20 + mx)\text{kg}$

Theo giả thiết tôm giống giảm 0,2 (kg / m^2) thì 100m^2 giảm $x = 20\text{kg}$, sản lượng thu được là 2200kg .

$$(100 - 20)(20 + m20) = 2200 \Leftrightarrow m = \frac{3}{8}$$

Ta có:

Câu 70. Một khách sạn có 50 phòng. Hiện tại mỗi phòng cho thuê với giá 400 ngàn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá thêm 20 ngàn đồng thì có thêm 2 phòng trống. Giám đốc phải chọn giá phòng mới là bao nhiêu để thu nhập của khách sạn trong ngày là lớn nhất.

A. 480 ngàn.

B. 50 ngàn.

*C. 450 ngàn.

D. 80 ngàn.

Lời giải

Gọi x (ngàn đồng) là giá phòng khách sạn cần đặt ra, $x > 400$ (đơn vị: ngàn đồng).

Giá chênh lệch sau khi tăng $x - 400$.

Số phòng cho thuê giảm nếu giá là x : $\frac{(x - 400) + 2}{20} = \frac{x - 400}{10}$.

Số phòng cho thuê với giá x là $50 - \frac{x - 400}{10} = 90 - \frac{x}{10}$.

Tổng doanh thu trong ngày là: $f(x) = x \left(90 - \frac{x}{10} \right) = -\frac{x^2}{10} + 90x$.

$$f'(x) = -\frac{x}{5} + 90 \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 450$$

Bảng biến thiên:

x	400	450	$+\infty$
$f'(x)$		+	-
$f(x)$		20250	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 450$.

Vậy nếu cho thuê với giá 450 ngàn đồng thì sẽ có doanh thu cao nhất trong ngày là 2.025.000 đồng.

Câu 71. Một doanh nghiệp bán xe gắn máy trong đó có loại xe A bán ế nhất với giá mua vào mỗi chiếc xe là 26 triệu VNĐ và bán ra 30 triệu VNĐ, với giá bán này thì số lượng bán một năm là 600 chiếc. Cửa hàng cần đẩy mạnh việc bán được loại xe này nên đã đưa ra chiến lược kinh doanh giảm giá bán và theo tính toán của CEO nếu giảm 1 triệu VNĐ mỗi chiếc thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Hỏi cửa hàng định giá bán loại xe đó bao nhiêu thì doanh thu loại xe đó của cửa hàng đạt lớn nhất.

- A. 29 triệu VNĐ B. 27, 5 triệu VNĐ *C. 29, 5 triệu VNĐ D. 27 triệu VNĐ

Lời giải

Gọi x (triệu VNĐ) là số tiền cần giảm cho mỗi chiếc xe ($0 \leq x \leq 4$).

Số lượng xe bán ra được trong một năm sau khi giảm giá là: $x.200 + 600$ (chiếc)

Số lợi nhuận thu được từ việc bán xe trong một năm sau khi giảm giá là: $(x.200 + 600)(4 - x)$

Xét hàm số $f(x) = (x.200 + 600)(4 - x) = 200(-x^2 + x + 12)$ ($0 \leq x \leq 4$) đạt giá trị lớn nhất là 2450 khi $x = \frac{1}{2}$.

Câu 72. Công ty du lịch Ban Mê dự định tổ chức một tua xuyên Việt. Công ty dự định nếu giá tua là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 150 người tham gia. Để kích thích mọi người tham gia, công ty quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá tua 100 ngàn đồng thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải bán giá tua là bao nhiêu để doanh thu từ tua xuyên Việt là lớn nhất.

- *A. 1375000. B. 3781250. C. 2500000. D. 3000000.

Lời giải

Gọi x (triệu đồng) là giá tua.

Giá đã giảm so với ban đầu là $2 - x$.

Số người tham gia tăng thêm nếu giá bán x là: $\frac{(2 - x)20}{0,1} = 400 - 200x$.

Số người sẽ tham gia nếu bán giá x là: $150 + (400 - 200x) = 550 - 200x$.

Tổng doanh thu là: $f(x) = x(550 - 200x) = -200x^2 + 550x$.

$$f'(x) = -400x + 550 \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{11}{8}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{11}{8}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		$\frac{3025}{8}$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = \frac{11}{8} = 1,375$.

Vậy công ty cần đặt giá tua 1375000 đồng thì tổng doanh thu sẽ cao nhất là 378125000 đồng.

Câu 73. Một cửa hàng nhận làm những chiếc xô bằng nhôm hình trụ không có nắp đủ chứa được 10 lít nước. Hỏi bán kính đáy (đơn vị cm, làm tròn đến hàng phần chục) của chiếc xô bằng bao nhiêu để cửa hàng tốn ít nguyên vật liệu nhất.

*A. 14,7

B. 15

C. 15,2

D. 14

Lời giải

Gọi x ($x > 0$) là bán kính của chiếc xô. Khi đó $V = \pi x^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi x^2}$.

Để tiết kiệm nguyên vật liệu thì diện tích toàn phần của chiếc xô phải bé nhất.

Ta có: $10l = 10dm^3 = 10000cm^3$.

Diện tích toàn phần của chiếc xô là:

$$S(x) = \pi x^2 + 2\pi xh = \pi x^2 + 2\pi x \frac{V}{\pi x^2} = \pi x^2 + 2 \frac{10000}{x} = \pi x^2 + \frac{20000}{x}$$

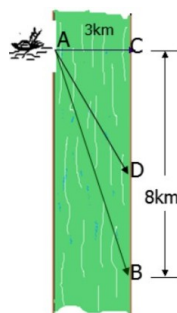
$$S'(x) = 2\pi x - \frac{20000}{x^2} = \frac{2\pi x^3 - 20000}{x^2} \quad S'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\pi x^3 - 20000 = 0 \Leftrightarrow x^3 = \frac{10000}{\pi} \Leftrightarrow x = 10 \sqrt[3]{\frac{10}{\pi}}$$

Bảng biến thiên:

x	0	$10 \sqrt[3]{\frac{10}{\pi}}$	$+\infty$
$S'(x)$	-	0	+
$S(x)$		$\searrow$ $2039,4$ $\nearrow$	

Ta thấy diện tích toàn phần chiếc xô nhỏ nhất khi bán kính đáy xô là $x = 10 \sqrt[3]{\frac{10}{\pi}} \approx 14,7(\text{cm})$.

Câu 74. Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B, hay có thể chèo trực tiếp đến B, hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B và sau đó chạy đến B. Biết anh ấy có thể chèo thuyền 6km/h , chạy 8km/h và quãng đường $BC = 8\text{km}$. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Tìm khoảng thời gian ngắn nhất (đơn vị: giờ) để người đàn ông đến B.



A. $\frac{3}{2}$

*B. $\frac{9}{\sqrt{7}}$

C. $\frac{\sqrt{73}}{6}$

D. $1 + \frac{\sqrt{7}}{8}$

Lời giải

Đặt $CD = x$. Quãng đường chạy bộ $DB = 8 - x$ và quãng đường chèo thuyền $AD = \sqrt{9 + x^2}$.

Khi đó, thời gian chèo thuyền là $\frac{\sqrt{9 + x^2}}{6}$ và thời gian chạy bộ là $\frac{8 - x}{8}$.

Tổng thời gian mà người đàn ông cần có là:

$$T(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{6} + \frac{8 - x}{8}, \forall x \in [0; 8]$$

Ta có: $T'(x) = \frac{x}{6\sqrt{x^2 + 9}} - \frac{1}{8}$

$$T'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{6\sqrt{x^2 + 9}} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 4x = 3\sqrt{x^2 + 9} \Leftrightarrow 16x^2 = 9(x^2 + 9) \Leftrightarrow 7x^2 = 81 \Rightarrow x = \frac{9}{\sqrt{7}}$$

Ta có: $T(0) = \frac{3}{2}$; $T\left(\frac{9}{\sqrt{7}}\right) = 1 + \frac{\sqrt{7}}{8}$; $T(8) = \frac{\sqrt{73}}{6}$

Do đó: $\min_{[0;8]} T(x) = T\left(\frac{9}{\sqrt{7}}\right) = 1 + \frac{\sqrt{7}}{8}$

Vậy thời gian ngắn nhất mà người đàn ông cần dùng là $1 + \frac{\sqrt{7}}{8} \approx 1,33(h)$ bằng cách chèo thuyền đến điểm D cách C một khoảng $\frac{9}{\sqrt{7}}(km)$ rồi từ đó chạy bộ đến điểm B .

Câu 75. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 216 (m/s) B. 30 (m/s) C. 400 (m/s) *D. 54 (m/s)

Lời giải

Vận tốc tại thời điểm t là $v(t) = s'(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$ với $t \in [0; 10]$.

Ta có: $v'(t) = -3t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = 6$.

Suy ra: $v(0) = 0; v(10) = 30; v(6) = 54$. Vậy vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng 54 (m/s).

Câu 76. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- *A. 24(m/s). B. 108(m/s). C. 18(m/s). D. 64(m/s).

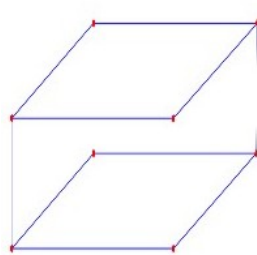
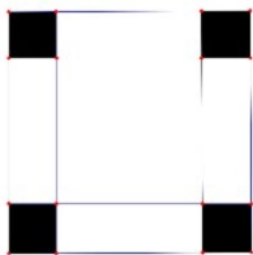
Lời giải

Ta có $v(t) = s'(t) = -\frac{3t^2}{2} + 12t$;

$$v'(t) = -3t + 12; v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$$

$v(0) = 0$; $v(4) = 24$; $v(6) = 18$. Suy ra vận tốc lớn nhất của vật đạt được trong 6 giây đầu là 24(m/s).

Câu 77. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x = 6$

B. $x = 3$

*C. $x = 2$

D. $x = 4$

Lời giải

Ta có : $h = x$ (cm) là đường cao hình hộp

Vì tấm nhôm được gấp lại tạo thành hình hộp nên cạnh đáy của hình hộp là: $12 - 2x$ (cm)

Vậy diện tích đáy hình hộp $S = (12 - 2x)^2$ (cm²). Ta có: $\begin{cases} x > 0 \\ 12 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 6)$

Thể tích của hình hộp là: $V = S \cdot h = x \cdot (12 - 2x)^2$

Xét hàm số: $y = x \cdot (12 - 2x)^2 \quad \forall x \in (0; 6)$

Ta có : $y' = (12 - 2x)^2 - 4x(12 - 2x) = (12 - 2x)(12 - 6x)$;

$y' = 0 \Leftrightarrow (12 - 2x) \cdot (12 - 6x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = 6$ (loại).

x	0	2	6
y'		+	-
y			

Suy ra với $x = 2$ thì thể tích hộp là lớn nhất và giá trị lớn nhất đó là $y(2) = 128$.

Câu 78. Một kiến trúc sư môn thiết kế một mô hình kim tự tháp Ai Cập có dạng là một hình chóp tứ giác đều ngoại tiếp một mặt cầu có bán kính bằng 6m. Để tiết kiệm nguyên liệu xây dựng thì kiến trúc sư đó phải thiết kế kim tự tháp sao cho có thể tích nhỏ nhất. Chiều cao của kim tự tháp đó là:

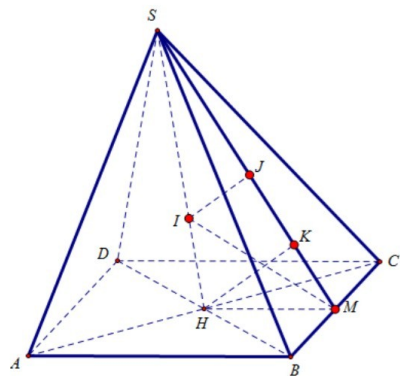
A. 12m .

B. 18m .

C. 36m .

*D. 24m .

Lời giải



Giả sử kim tự tháp là hình chóp đều $S.ABCD$, gọi M là trung điểm của BC

Kẻ phân giác trong góc SMH cắt SH tại I . I là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp đã cho

Từ I hạ IJ vuông góc (SBC) , Từ H hạ HK vuông góc (SBC) , $IJ = R = 6$

$$\text{Theo Ta-lét. } \frac{SI}{SH} = \frac{IJ}{HK} \Leftrightarrow \frac{h-6}{h} = \frac{6}{HK} \Leftrightarrow HK = \frac{6h}{h-6}; SH=h; HM=\frac{a}{2}$$

$$HK = \frac{SH \cdot HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} \Leftrightarrow \frac{6h}{h-6} = \frac{ah}{2\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}}$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \frac{144h^2}{h^2 - 12h} = \frac{144h}{h-12} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{144h}{h-12} h$$

Xét hàm

$$f(h) = \frac{h^2}{h-12} \Rightarrow f'(h) = \frac{h(h-24)}{(h-12)^2} \Rightarrow f'(h) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} h=0 \\ h=24 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên có Thể tích V đạt GTNN khi $h=24$.

Câu 79. Một công ty chuyên sản xuất thùng phi nhận được đơn đặt hàng với yêu cầu là thùng phi phải chứa được $16\pi(m^3)$ mỗi chiếc. Hỏi chiếc thùng phải có kích thước như thế nào để sản xuất ít tốn vật liệu nhất?

*A. $R=2(m), h=4(m)$

B. $R=4(m), h=2(m)$

C. $R=3(m), h=4(m)$

D. $R=4(m), h=4(m)$

Lời giải

Chọn A

Do thùng phi có dạng hình trụ nên:

$$V_{\text{bu}} = \pi R^2 h = 16\pi \Leftrightarrow h = \frac{16}{R^2}, (1)$$

Diện tích toàn phần của thùng phi là:

$$S_{Tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R(h+R), (2)$$

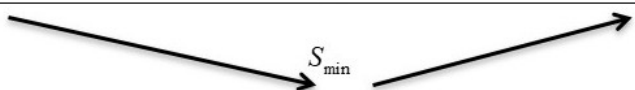
Thay (1) vào (2) ta được:

$$S_{Tp} = 2\pi R \left(\frac{16}{R^2} + R \right) = 2\pi \left(\frac{16}{R} + R^2 \right)$$

$$S'_{Tp} = 2\pi \left(-\frac{16}{R^2} + 2R \right) = \frac{4\pi}{R^2} (R^3 - 8)$$

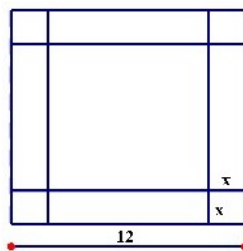
$$S'_{Tp} = 0 \Leftrightarrow \frac{4\pi}{R^2} (R^3 - 8) = 0 \Leftrightarrow R = 2$$

Bảng biến thiên

R	0	2	$+\infty$
$S'(R)$		0	+
$S(R)$			

Vậy để sản xuất thùng phi ít tốn vật liệu nhất thì $R=2(m)$ và chiều cao là $h=4(m)$.

Câu 80. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh $x(cm)$, rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được cái hộp không



nắp. Tìm x để được một cái hộp có thể tích lớn nhất.

A. $x = 6(cm)$

B. $x = 3(cm)$

*C. $x = 2(cm)$

D. $x = 4(cm)$

Lời giải

Chọn C

Khi cắt tấm nhôm hình vuông và gấp thành một cái hộp thì độ dài cạnh của cái hộp là: $12 - 2x$

Ta có:

$$V = S.h = (12 - 2x)^2 . x = 4x^3 - 48x^2 + 144x \text{ với } 0 < x \leq 6$$

Câu toán trở thành tìm x để V lớn nhất.

Ta có:

$$V' = 12x^2 - 96x + 144$$

$$V' = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 96x + 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0		2		6
$V'(x)$		+	0	-	
$V(x)$			128		

Vậy để thể tích hộp lớn nhất thì $x = 2$ cm

Câu 81. Cuốn sách giáo khoa cần một trang chữ có diện tích là $384cm^2$. Lề trên và dưới là $3cm$, lề trái và lề phải là $2cm$. Kích thước tối ưu của trang giấy?

A. Dài $24cm$, rộng $17cm$

*B. Dài $30cm$, rộng $20cm$

C. Dài $24cm$, rộng $18cm$

D. Dài $24cm$, rộng $19cm$

Lời giải

Gọi chiều dài của trang chữ nhật là $x(cm), (x > 0)$

$$\frac{384}{x} cm$$

Chiều rộng của trang chữ nhật là:

Chiều dài của trang giấy là $x + 6(cm)$

$$\frac{384}{x} + 4(cm)$$

Chiều rộng của trang giấy là:

$$S = (x + 6) \left(\frac{384}{x} + 4 \right) = 408 + 4x + \frac{2304}{x}$$

Diện tích trang giấy:

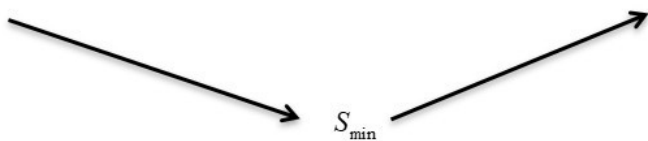
Câu toán trở thành tìm x để S đạt giá trị nhỏ nhất.

$$S'(x) = 4 - \frac{2304}{x^2}$$

Ta có:

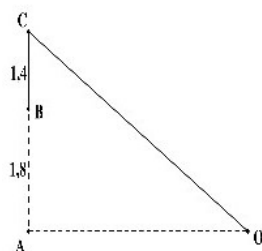
$$S' = 0 \Leftrightarrow 4 - \frac{2304}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24(t/m) \\ x = -24(loại) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	24	$+\infty$
$S'(x)$		0	+
$S(x)$			

Vậy kích thước tối ưu của trang giấy có chiều dài là 30 cm, chiều rộng là 20 cm.

Câu 82. Một màn ảnh hình chữ nhật cao 1,4 mét và đặt ở độ cao 1,8 mét so với tầm mắt (tính từ đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đó? Biết rằng góc $\angle BOC$ là góc nhọn.



*A. $AO = 2,4m$

B. $AO = 2m$

C. $AO = 2,6m$

D. $AO = 3m$

Lời giải

Chọn A

Đặt độ dài cạnh $AO = x(cm), (x > 0)$

Suy ra:

$$BO = \sqrt{3,24 + x^2}, CO = \sqrt{10,24 + x^2}$$

Ta sử dụng định lý cosin trong tam giác OBC ta có:

$$\begin{aligned} \cos \angle BOC &= \frac{OB^2 + OC^2 - BC^2}{2 \cdot OB \cdot OC} = \frac{(3,24 + x^2) + (10,24 + x^2) - 1,96}{2\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}} \\ &= \frac{5,76 + x^2}{\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}} \end{aligned}$$

$$F(x) = \frac{5,76 + x^2}{\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}}$$

Vì góc $\angle BOC$ là góc nhọn nên Câu toán trở thành Câu toán tìm x để Đạt GTNN.

Đặt $(3,24 + x^2) = t, (t > 3,24)$.

$$F(t) = \frac{t + \frac{63}{25}}{\sqrt{t(t+7)}} = \frac{25t + 63}{25\sqrt{t(t+7)}}$$

Suy ra

Ta tìm t để $F(t)$ nhận giá trị nhỏ nhất.

$$F'(t) = \left(\frac{25t+63}{25\sqrt{t(t+7)}} \right)' = \frac{1}{25} \left(\frac{25\sqrt{t(t+7)} - (25t+63) \left(\frac{2t+7}{2\sqrt{t(t+7)}} \right)}{t(t+7)} \right)$$

$$= \frac{1}{25} \left(\frac{50(t^2+7t) - (25t+63)(2t+7)}{2t(t+7)\sqrt{t(t+7)}} \right) = \frac{1}{25} \left(\frac{49t - 441}{2t(t+7)\sqrt{t(t+7)}} \right)$$

$$F'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 9$$

BBT

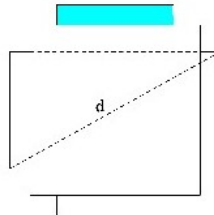
t	3,24	9	$+\infty$
F'(t)	-	0	+
F(t)			

$$(3,24 + x^2) = 9 \Leftrightarrow x^2 = \frac{144}{25} \Leftrightarrow x = 2,4m$$

Thay vào đặt ta có:

Vậy để nhìn rõ nhất thì AO = 2,4 m.

Câu 83. Một khúc gỗ tròn hình trụ cần xẻ thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và 4 miếng phụ như hình vẽ. Hãy xác định kích thước của các miếng phụ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất. Biết đường kính khúc gỗ là d.



- *A. Rộng $\frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{16}d$, dài $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{17}}{4}d$
- B. Rộng $\frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{15}d$, dài $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{17}}{4}d$
- C. Rộng $\frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{14}d$, dài $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{17}}{4}d$
- D. Rộng $\frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{13}d$, dài $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{17}}{4}d$

Lời giải

Chọn A

Gọi chiều dài và chiều rộng của miếng phụ lần lượt là x, y. Đường kính của khúc gỗ là d, khi đó tiết diện ngang

của thanh xà có độ dài cạnh là $\frac{d}{\sqrt{2}}$ và $0 < x < \frac{d(2 - \sqrt{2})}{4}, 0 < y < \frac{d}{\sqrt{2}}$

Theo đề Câu ta được hình chữ nhật ABCD như hình vẽ, theo định lý Pitago ta có:

$$\left(2x + \frac{d}{\sqrt{2}} \right)^2 + y^2 = d^2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{d^2 - 8x^2 - 4\sqrt{2}x}$$

Do đó, miếng phụ có diện tích là:

$$S(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{d^2 - 8x^2 - 4\sqrt{2}dx} \quad \text{với } 0 < x < \frac{d(2 - \sqrt{2})}{4}$$

Câu toán trở thành tìm x để S(x) đạt GTLN.

Ta có:

$$S'(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{d^2 - 8x^2 - 4\sqrt{2}dx} + \frac{x(-8x - 2\sqrt{2}d)}{\sqrt{2}\sqrt{d^2 - 8x^2 - 4\sqrt{2}dx}}$$

$$= \frac{-16x^2 - 6\sqrt{2}dx + d^2}{\sqrt{2}\sqrt{d^2 - 8x^2 - 4\sqrt{2}dx}}$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow -16x^2 - 6\sqrt{2}dx + d^2 = 0 \Leftrightarrow -16\left(\frac{x}{d}\right)^2 - 6\sqrt{2}\left(\frac{x}{d}\right) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{16}d$$

BBT

X	0	$\frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{16}d$	$\frac{(2 - \sqrt{2})}{4}d$
S'(x)	+	0	-
S(x)		$S_{\max}$	

$$x = \frac{\sqrt{34} - 3\sqrt{2}}{16}d, y = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{17}}{4}d$$

Vậy miếng phụ có kích thước

Câu 84. Nhà Long muốn xây một hồ chứa nước có dạng một khối hộp chữ nhật có nắp đậy có thể tích bằng $576m^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá tiền thuê nhân công để xây hồ tính theo m^2 là 500.000 đồng/ m^2 . Hãy xác định kích thước của hồ chứa nước sao cho chi phí thuê nhân công là ít nhất và chi phí đó là bao nhiêu?

*A. Rộng 6m, dài 12m, cao 8m. Tiền: 216 triệu

B. Rộng 6m, dài 12m, cao 8m. Tiền: 215 triệu

C. Rộng 6m, dài 12m, cao 8m. Tiền: 214 triệu

D. Rộng 6m, dài 12m, cao 8m. Tiền: 213 triệu.

Lời giải

Chọn A

Gọi x, y, h lần lượt là chiều dài, chiều rộng, chiều cao của hồ chứa nước, $(x > 0, y > 0, h > 0, m)$

$$\frac{y}{x} = 2 \Leftrightarrow y = 2x$$

Ta có:

$$V = xyh \Leftrightarrow h = \frac{V}{xy} = \frac{576}{x(2x)} = \frac{288}{x^2}$$

Thể tích hồ chứa nước

Diện tích cần xây dựng hồ chứa nước:

$$S(x) = 2xy + 2xh + 2yh = 2x(2x) + 2x\frac{288}{x^2} + 2(2x)\frac{288}{x^2} = 4x^2 + \frac{1728}{x}$$

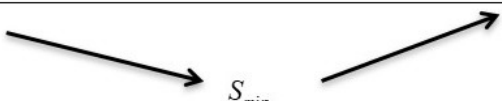
Để chi phí nhân công là ít nhất thì diện tích cần xây dựng là nhỏ nhất, mà vẫn đạt thể tích như mong muốn.

Câu toán trở thành tìm x để $S(x)$ nhỏ nhất.

$$S(x) = 4x^2 + \frac{1728}{x}$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x - \frac{1728}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 6$$

BBT

X	0	6	$+\infty$
S'(x)		0	+
S(x)			

Vậy kích thước của hồ là: rộng 6m, dài 12m, cao 8m. Diện tích cần xây: $432m^2$

Chi phí ít nhất là: $432 \times 500.000 = 216.000.000$

Câu 85. Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính R, nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp?

A. $2R^2$

B. $5R^2$

*C. R^2

D. $3R^2$

Lời giải

Gọi x là độ dài cạnh của hình chữ nhật không nằm dọc theo đường kính của hình tròn ($0 < x < R$).

Độ dài cạnh còn lại của hình chữ nhật là $2\sqrt{R^2 - x^2}$

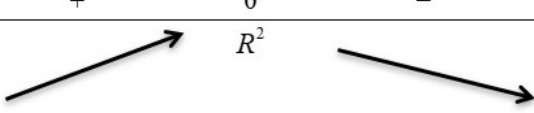
Ta có diện tích của hình chữ nhật là: $S(x) = 2x\sqrt{R^2 - x^2}$

Câu toán trở thành tìm x để S(x) đạt GTLN.

$$S'(x) = 2\sqrt{R^2 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{R^2 - x^2}} = \frac{2R^2 - 4x^2}{\sqrt{R^2 - x^2}}$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2R^2 - 4x^2}{\sqrt{R^2 - x^2}} = 0 \Leftrightarrow 2R^2 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{R\sqrt{2}}{2} \text{ (t/m)} \\ x = -\frac{R\sqrt{2}}{2} \text{ (loại)} \end{cases}$$

BBT:

X	0	$\frac{R\sqrt{2}}{2}$	R
S'(x)		0	-
S(x)			

Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật là R^2

Lời giải

---HẾT---