

BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 2

1. Chứng minh rằng các đẳng thức sau đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

a) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

b) $1.4 + 2.7 + 3.10 + \dots + n(3n+1) = n(n+1)^2$

c) $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$

2. Chứng minh rằng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

a) $3^n - 1 - 2n$ chia hết cho 4;

b) $7^n - 4^n - 3^n$ chia hết cho 12.

3. Chứng minh rằng $8^n \geq n^3$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

4. Chứng minh rằng bất đẳng thức $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \leq \frac{n+1}{2}$ đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

5. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển:

a) $(1-3x)^8$.

b) $(1+\frac{x}{2})^7$.

6. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển $(2x+3)(x-2)^6$;

7. a) Tìm ba số hạng đầu tiên trong khai triển của $(1+2x)^6$; các số hạng được viết theo thứ tự số mũ của x tăng dần.

b) Sử dụng kết quả trên, hãy tính giá trị gần đúng của $1,02^6$

8. Trong khai triển biểu thức $(3x-4)^{15}$ thành đa thức, hãy tính tổng các hệ số của đa thức nhận được.

9. Chứng minh rằng các đẳng thức sau đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

a) $1 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^{n-1}C_n^{n-1} + 2^n C_n^n = 3^n$

$$\text{b) } C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + C_{2n}^5 + \dots + C_{2n}^{2n-1}$$