|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO HÀ TỈNH**  ĐỀ CHÍNH THỨC | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ TĨNH NĂM HỌC 2022-2023**  **Môn thi: Toán**  **Thời gian làm bài 150 phút** |

**Câu 1.** (2,0 điểm).

a) Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn:  và .

Tính giá trị của biểu thức: 

b) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn: .

Chứng minh rằng: 

**Câu 2.** (2,5 điểm).

a) Giải phương trình: 

b) Giải hệ phương trình: 

**Câu 3.** (1,5 điểm).

a) Tìm số nguyên n để A = là số chính phương

b) Cho a, b, c, d là các số nguyên thỏa mãn: 

Tìm số dư của phép chia  cho 16.

**Câu 4.** (2,5 điểm).

Cho hai đường tròn (O) và (O’) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Trên tia đối của tia AB lấy điểm M, kẻ tiếp tuyến ME, MF với đường tròn (O’), trong đó E, F là các tiếp điểm, F nằm trong đường tròn (O). Hai đường thằng AE và AF cắt đường tròn (O) lần lượt tại P và Q (P, Q khác A), tia EF cắt PQ tại K.

a) Chứng minh 

b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm của AB với OO’ và EF. Chứng minh 

c) Chứng minh 

**Câu 5**. (1,0 điểm).

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn: **.**

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: P **= **

**Câu 6.** (0,5 điểm). Lớp 9A có 34 học sinh, các học sinh này đều tham gia một số câu lạc bộ của trường. Mỗi học sinh của lớp tham gia đúng một câu lạc bộ. Nếu chọn ra 10 học sinh bất kỳ của lớp thì luôn có ít nhất 3 học sinh tham gia cùng một câu lạc bộ. Chứng minh rằng có một câu lạc bộ có ít nhất 9 học sinh lớp 9A tham gia.

**Hết./.**

**Bài giải:**

**Câu 1.** (2,0 điểm).

a) Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn:  và .

Tính giá trị của biểu thức: 

**Giải:**

Từ  (a, b, c khác 0).

Ta có: 



b) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn: .

Chứng minh rằng: 

Ta có: 





 (luôn đúng vì từ giả thiết suy ra )

**Câu 2.** (2,5 điểm).

a) Giải phương trình: 

Ta có: Điều kiện 

Khi đó: 

 (\*)

Đặt  (). Khi đó phương trình (\*) trở thành: 

+ Nếu 

+ Nếu 

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: 

b) Giải hệ phương trình: 

Điều kiện: , đặt 

Khi đó hệ đã cho trở thành: 

Từ (1) và (2) suy ra: 

+ Nếu , thay vào phương trình (1) ta suy ra (vì )

suy ra x =0 , được  thỏa mãn hệ đã cho.

+ Tương tự nếu , thay vào phương trình (1) ta được 

 (vì ) suy ra 

Vậy hệ đã cho có nghiêm là: (x, y) = 

**Câu 3.** (1,5 điểm).

a) Tìm số nguyên n để A = là số chính phương

Ta có: A =

+ Xét  khi đó A = 0 là số chính phương, do đó n= -2 thõa mãn.

+Xét , do  là số chính phương khác 0, do đó để A là số chính phương

thì  là số chính phương, đặt  (với a là số tự nhiên)



Do a, n là các số nguyên nên  là các ước nguyên của 1

Suy ra: , thử lại ta thấy n = -1 thỏa mãn;

Vậy để A là số chính phương thì các giá trị nguyên n là: 

b) Cho a, b, c, d là các số nguyên thỏa mãn: 

Tìm số dư của phép chia  cho 16.

Ta chứng minh a là số lẻ:

Thật vậy: với mọi số nguyên x ta có: 

Do đó:



Từ bài ra suy ra:  là số nguyên lẻ suy ra , ta thấy  nên  chia 8 dư 1

, do a lẻ nên 

Suy ra:  , tức  chia 16 dự 1.

**Câu 4.** (2,5 điểm).

Cho hai đường tròn (O) và (O’) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Trên tia đối của tia AB lấy điểm M, kẻ tiếp tuyến ME, MF với đường tròn (O’), trong đó E, F là các tiếp điểm, F nằm trong đường tròn (O). Hai đường thằng AE và AF cắt đường tròn (O) lần lượt tại P và Q (P, Q khác A), tia EF cắt PQ tại K.

a) Chứng minh 

b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm của AB với OO’ và EF. Chứng minh 

c) Chứng minh 



a) Ta có:  (cùng chắn cung BQ của đường tròn (O)) (1);

Ta có tứ giác AFBE nội tiếp đường tròn (O’) suy ra:  (cùng chắn cung BE)

Ta có tứ giác ABQP nội tiếp đường tròn (O) suy ra: 

Do đó suy ra:  suy ra tứ giác BFKQ nội tiếp  (2)

Từ (1) và (2) suy ra .  
b) Từ bài ra ta có  suy ra tứ giác MFIO nội tiếp đường tròn đường kính MO’ suy ra

 (\*)

Gọi N là giao điểm của MO’ với EF, theo tính chất tiếp tuyến suy ra:  suy ra tứ giác O’NJI nội tiếp suy ra:  (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) ta suy ra: 

c) 

Ta chứng minh K là trung điểm của PQ

Theo chứng minh câu a ta có:  (1)

Chứng minh tương tự như câu a ta có:  (2)

Do ME là tiếp tuyến của đường tròn (O’) suy ra (cùng bằng ½ số đo cung AE)

Suy ra  **(3);**

Tương tự :  (4),

Do E, F là tiếp tuyến kẻ từ M đến đường tròn (O’) nên ME = MF (5)

Từ (1), (2), (3), (4), và (5) suy ra:  nên K là trung điểm của PQ suy ra OK(đpcm).

**Câu 5**. (1,0 điểm).

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn: **.**

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: P **= **

Ta có: ****

Đặt: 

Từ bài ra suy ra: 

Mặt khác, Áp dụng BĐC Cô si ta có: ****

Ta có: 

 (Ta sử dụng BĐT )



Tức 

Tương tự: ; 

Do đó ****

Dấu “=” xảy ra khi x = y = z = 1 

Vậy giá trị lớn nhất của P là  xảy ra khi a = b = c = 1.

**Chú ý:** Ngoài cách giải trên còn cách giải khác:

Ta chứng minh  bằng phương pháp biến đổi tương tương có sử dụng .

**Câu 6.** (0,5 điểm). Lớp 9A có 34 học sinh, các học sinh này đều tham gia một số câu lạc bộ của trường. Mỗi học sinh của lớp tham gia đúng một câu lạc bộ. Nếu chọn ra 10 học sinh bất kỳ của lớp thì luôn có ít nhất 3 học sinh tham gia cùng một câu lạc bộ. Chứng minh rằng có một câu lạc bộ có ít nhất 9 học sinh lớp 9A tham gia.

Dùng phản chứng:

Giả sử các câu lạc bộ đều không có quá 8 học sinh của lớp 9A tham gia. Gọi N là số câu lạc bộ có hơn 1 học sinh của lớp 9A.

- Nếu N 4 > thì từ 5 trong số các câu lạc bộ này, ta chọn mỗi câu lạc bộ 2 học sinh của lớp 9A, khi đó 10 học sinh này sẽ không thỏa mãn bài toán.

- Nếu N 4 < thì tổng số học sinh của lớp 9A tham gia các câu lạc bộ này không quá 3.8 24 = , nghĩa là còn có ít nhất 34 – 24 = 10 học sinh của lớp 9A, mỗi học sinh tham gia một câu lạc bộ mà mỗi câu lạc bộ này chỉ có 1 học sinh của lớp 9A. Chọn 10 học sinh này thì không thỏa mãn điều kiện bài toán.

- Nếu N = 4 thì số học sinh của lớp 9A tham gia 4 câu lạc bộ này không quá 4.8 = 32, nghĩa là còn có ít nhất 2 học sinh của lớp 9A, mỗi học sinh này tham gia một câu lạc bộ mà mỗi câu lạc bộ này chỉ có 1 học sinh lớp 9A. Chọn 2 học sinh trong số những học sinh còn lại này và 4 câu lạc bộ trên mỗi câu lạc bộ chọn 2 học sinh của lớp 9A, khi đó 10 học sinh của lớp 9A được chọn không thỏa mãn điều kiện. Vậy điều giả sử ở trên sai, nghĩa là tồn tại một câu lạc bộ có ít nhất 9 học sinh của lớp 9A tham gia