

**ĐỀ KIỂM TRA
CUỐI HỌC KÌ 2 LỚP 12**

(Đề gồm có ... trang)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 – LỚP 12

Bài thi môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ các nguyên hàm của hàm số $y = \cos x + x$ là

- A. $\sin x + x^2 + C$. B. $\sin x + \frac{1}{2}x^2 + C$. C. $-\sin x + x^2 + C$. D. $-\sin x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2x$ là

- A. $e^x - x^2 + C$. B. $\frac{1}{x+1}e^x - x^2 + C$. C. $e^x + x^2 + C$. D. $e^x - 2 + C$.

Câu 3: Nếu $\int_0^4 f(x)dx = 2$ và $\int_1^4 f(x)dx = 5$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

- A. 7. B. 3. C. 10. D. -3.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$F(1) = 2, F(4) = 5$. Tích phân $\int_1^4 f(x)dx$ bằng

- A. 3. B. 7. C. 6. D. -3.

Câu 5: Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3, y = 0, x = -1$ và $x = 1$ quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{2}{7}\pi$. B. π . C. $\frac{6}{7}\pi$. D. 2π .

Câu 6: Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $-2x - y + 7z - 1 = 0$?

- A. $n_2 = (2; 1; 7)$. B. $n_4 = (2; -7; 1)$. C. $n_1 = (2; 1; -7)$. D. $n_3 = (2; -1; 7)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1; -1; 1)$ và nhận $u = (1; 2; 3)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. B. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng

- A. $A(-1; -3; -5)$. B. $N(2; -2; 1)$. C. $P(3; 5; 6)$. D. $M(5; -1; 7)$.

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = 5 + t \end{cases} ?$$

Câu 9: Cho hai biến cố A và B có $P(B)=0,8$ và $P(A|B)=0,25$. Tính xác suất của biến cố A giao B .
 A. $0,1$. B. $0,2$. C. $0,25$. D. $0,4$.

Câu 10: Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố B khi biến cố A đã xảy ra được kí hiệu là
 A. $P(A|B)$. B. $P(B|A)$. C. $P(AB)$. D. $P(A \cup B)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính bằng 2 . Phương trình của (S) là
 A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 8z - 1 = 0$ có tọa độ tâm là
 A. $(2; -1; 4)$. B. $(2; -1; -4)$. C. $(-2; 1; -4)$. D. $(4; -2; 8)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3y - 4z + 5 = 0$.

a) (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $n = (1; -3; -4)$.

b) (P) đi qua điểm $M(-1; 0; 1)$.

c) (P) song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$.

d) (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x+6)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 5^2$.

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases}$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

a) Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $u = (-2; 1; -1)$.

b) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; 1)$ và vuông góc với Δ là $2x + y + z - 8 = 0$.

c) Điểm $P(1; -1; 0)$ thuộc đường thẳng Δ .

d) Mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$ song song với đường thẳng Δ .

Câu 3: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 110 m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -20t + 40 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

d) Xe ô tô đó va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 4: Một lô sản phẩm có 25 sản phẩm, trong đó có 8 sản phẩm chất lượng thấp. Lấy liên tiếp 2 sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không được bỏ lại vào lô sản phẩm.

Xét các biến cố

A: “Lần thứ nhất lấy ra sản phẩm chất lượng thấp”.

B: “Lần thứ hai lấy ra sản phẩm chất lượng thấp”.

a) Biến cố cả hai lần đều lấy ra sản phẩm chất lượng thấp là $A \cap B$.

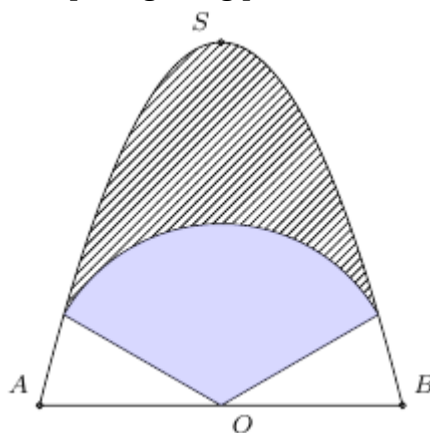
b) $P(A) = \frac{8}{25}$.

c) $P(B|A) = \frac{7}{25}$.

d) Xác suất để cả hai sản phẩm lấy ra đều có chất lượng thấp là $\frac{7}{24}$.

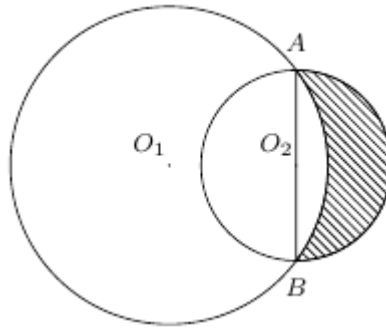
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol như hình vẽ bên dưới.

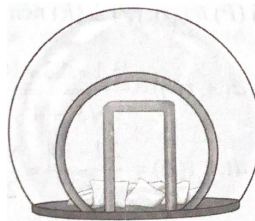


Biết $OS = AB = 4$ m, O là trung điểm AB . Parabol trên được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức phí như sau: phần trên là phần kẻ sọc có giá 160.000 đồng/m², phần giữa là hình quạt tâm O , bán kính 2 m được tô đậm có giá 200.000 đồng/m², phần còn lại có giá 250.000 đồng/m². Tổng chi phí để sơn cả 3 phần gần nhất với số tiền nào (làm tròn đến hàng triệu)?

Câu 2: Cho hai đường tròn $(O_1; 5)$ và $(O_2; 3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2; 3)$. Gọi (D) là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần gạch sọc như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành, làm tròn đến hàng phần chục.



- Câu 3:** Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng. Hộp thứ hai có 6 quả bóng bàn màu trắng và 4 quả bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai; rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn ở hộp thứ hai. Tính xác suất để lấy được quả bóng màu vàng từ hộp thứ hai.
- Câu 4:** Một loại linh kiện do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I, II lần lượt là $0,04$; $0,03$. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy I và 120 sản phẩm của nhà máy II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Giả sử linh kiện được lấy ra là loại linh kiện phế phẩm. Hỏi xác suất linh kiện đó do nhà máy II sản xuất là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, một ngọn hải đăng có bóng đèn đặt tại tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một tàu đi biển chuyển động hướng về ngọn hải đăng, đi qua hai vị trí $A(-500;-250;150), B(-200;-200;100)$. Khi tàu ở gần ngọn hải đăng nhất, tọa độ của vị trí tàu là $(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $-3a - b - c$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?
- Câu 6:** Người ta muốn thiết kế một lều cắm trại có dạng là một phần mặt cầu bằng phần mềm 3D (như hình vẽ).



Cho biết phương trình bề mặt của lều là

$$(S): (x - 3)^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = 9.$$

Phương trình mặt phẳng chứa cửa lều là $(P): x = 2$, tìm bán kính của đường tròn chứa cửa lều (làm tròn đến hàng phần trăm).

ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	A	D	A	A	C	C	D	B	B	B	C

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ✧ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) S	b) Đ
c) S	c) Đ	c) Đ	c) S
d) S	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	2	41,9	0,4	0,53	3150	2,83

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Họ các nguyên hàm của hàm số $y = \cos x + x$ là

- A. $\sin x + x^2 + C$. **B.** $\sin x + \frac{1}{2}x^2 + C$. C. $-\sin x + x^2 + C$. D. $-\sin x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Lời giải

Ta có $\int (\cos x + x) dx = \sin x + \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2x$ là

- A.** $e^x - x^2 + C$. B. $\frac{1}{x+1}e^x - x^2 + C$. C. $e^x + x^2 + C$. D. $e^x - 2 + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int (e^x - 2x)dx = e^x - x^2 + C$.

Câu 3:

Nếu $\int_0^4 f(x)dx = 2$ và $\int_1^4 f(x)dx = 5$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng
A. 7. **B.** 3. **C.** 10. **D.** -3.

Lời giải

Ta có $\int_0^4 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx \Rightarrow \int_0^1 f(x)dx = 2 - 5 = -3$.

Câu 4:

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$F(1) = 2, F(4) = 5$. Tích phân $\int_1^4 f(x)dx$ bằng
A. 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** -3.

Lời giải

Ta có $\int_1^4 f(x)dx = F(x) \Big|_1^4 = F(4) - F(1) = 5 - 2 = 3$.

Câu 5:

Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3, y = 0, x = -1$ và $x = 1$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{2}{7}\pi$. **B.** π . **C.** $\frac{6}{7}\pi$. **D.** 2π .

Lời giải

Thể tích cần tính là

$V = \pi \int_{-1}^1 (x^3)^2 dx = \pi \int_{-1}^1 x^6 dx = \pi \cdot \frac{x^7}{7} \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{7}\pi$.

Câu 6:

Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $-2x - y + 7z - 1 = 0$?

A. $n_2 = (2; 1; 7)$. **B.** $n_4 = (2; -7; 1)$. **C.** $n_1 = (2; 1; -7)$. **D.** $n_3 = (2; -1; 7)$.

Lời giải

Mặt phẳng đề bài có véc-tơ pháp tuyến là $n = (-2; -1; 7) = -(2; 1; -7)$, suy ra n_1 cũng là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Câu 7:

Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1; -1; 1)$ và nhận $u = (1; 2; 3)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1; -1; 1)$ và nhận $u = (1; 2; 3)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}.$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng

- A. $A(-1; -3; -5)$. B. $N(2; -2; 1)$. C. $P(3; 5; 6)$. **D. $M(5; -1; 7)$.**

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = 5 + t \end{cases} ?$$

Lời giải

Xét điểm $M(5; -1; 7)$ suy ra
$$\begin{cases} 5 = 1 + 2t \\ -1 = 3 - 2t \\ 7 = 5 + t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 2 \\ t = 2 \end{cases}.$$

Vậy điểm M thuộc đường thẳng Δ .

Câu 9: Cho hai biến cố A và B có $P(B) = 0,8$ và $P(A|B) = 0,25$. Tính xác suất của biến cố A giao B .
A. $0,1$. **B. $0,2$.** C. $0,25$. D. $0,4$.

Lời giải

Ta có $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B) = 0,8 \cdot 0,25 = 0,2$.

Câu 10: Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố B khi biến cố A đã xảy ra được kí hiệu là

- A. $P(A|B)$. **B. $P(B|A)$.** C. $P(AB)$. D. $P(A \cup B)$.

Lời giải

Xác suất của biến cố B khi biến cố A đã xảy ra còn được gọi là xác suất của biến cố B với điều kiện A , kí hiệu là $P(B|A)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$. **B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.**
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính bằng 2 có phương trình là

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4.$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 8z - 1 = 0$ có tọa độ tâm là

- A. $(2; -1; 4)$. B. $(2; -1; -4)$. **C. $(-2; 1; -4)$.** D. $(4; -2; 8)$.

Lời giải

Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là $(-2; 1; -4)$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai

- Câu 1:**
- a) (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $n = (1; -3; -4)$
- b) $-1 - 3 \cdot 0 - 4 \cdot 1 + 5 = 0$ là mệnh đề đúng nên (P) đi qua điểm $M(-1; 0; 1)$
- c) (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $n = (1; -3; -4)$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2; 1; 0)$ có một véc-tơ chỉ phương $u = (1; -1; 1)$.
Ta có $n \cdot u = 1 \cdot 1 + (-3)(-1) + (-4)1 = 0$ và $A \in (P)$ do đó $\Delta \subset (P)$.
- d) Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 1; -4)$ bán kính $R = 5$.
$$d(I, (P)) = \frac{|-6 - 3 \cdot 3 - 4 \cdot 4 + 5|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2 + (-4)^2}} = \sqrt{26} > R$$

Ta có
Suy ra (P) không cắt mặt cầu (S) .

a) Đ, b) Đ, c) S, d) S.

- Câu 2:**
- a) Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $u = (-2; 1; -1)$.
- b) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; 1)$ và vuông góc với Δ là $-2(x - 2) + (y + 3) - (z - 1) = 0 \Leftrightarrow -2x + y - z + 8 = 0 \Leftrightarrow 2x - y + z - 8 = 0$.
- c) Thay điểm $P(1; -1; 0) \in \Delta$ vì $\begin{cases} 1 = 1 - 2t \\ -1 = -1 + t \Leftrightarrow t = 0 \\ 0 = -t \end{cases}$. Suy ra $P \in \Delta$.
- d) Ta có $\frac{1}{-2} \neq \frac{-3}{1} \neq \frac{2}{-1}$ suy ra (P) cắt d .
- a) Đ, b) S, c) Đ, d) S.

- Câu 3:** Do $s'(t) = v(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$. Ta có: $\int (-20t + 40) dt = -10t^2 + 40t + C$ với C là hằng số. Khi đó, ta gọi hàm số $s(t) = -10t^2 + 40t + C$.
- Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Suy ra $s(t) = -10t^2 + 40t$.
- Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0$ hay $-20t + 40 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.
- Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ $72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$.
- Do đó, quãng đường xe ô tô còn di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là: $s(2) = -10 \cdot 2^2 + 40 \cdot 2 = 40 \text{ (m)}$.

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là: $20 + 40 = 60(m)$.

Do $60 < 110$ nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

Đáp án: a) **D**, b) **S**, c) **D**, d) **S**.

Câu 4: Xét biến cố C: “Cả hai lần đều lấy ra sản phẩm chất lượng thấp ra sản phẩm chất lượng thấp, là xác suất có điều kiện $P(B|A)$ và $P(C) = P(B \cap A)$.

Ta có $P(A) = \frac{8}{25}$; $P(B|A) = \frac{7}{24}$.

Suy ra $P(C) = P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{8}{25} \cdot \frac{7}{24} = \frac{7}{75}$.

Vậy xác suất để cả hai lần đều lấy được sản phẩm chất lượng thấp là $\frac{7}{75}$.

Đáp án: a) **D**, b) **D**, c) **S**, d) **S**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Câu 1: Khi đó phương trình (C) là: $x^2 + y^2 = 4$. Suy ra phương trình nửa đường tròn (phần nằm phía trên trục hoành) là $y = \sqrt{4 - x^2}$.

Gọi M , N là giao điểm của (C) và (P) (khác A , B).

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) ta có

$$\sqrt{4 - x^2} = -x^2 + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 4 \geq 0 \\ \sqrt{4 - x^2} = (-x^2 + 4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 4 \geq 0 \\ \sqrt{4 - x^2} = 0 \\ \sqrt{4 - x^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 4 \geq 0 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Suy ra điểm $M(-\sqrt{3}; 1)$ và điểm $N(\sqrt{3}; 1)$.

Phương trình đường thẳng ON là $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$.

Chi phí sơn phần kẻ sọc là $T_1 = \left[2 \int_0^{\sqrt{3}} (-x^2 + 4 - \sqrt{4 - x^2}) dx \right] \cdot 160.000$ (đồng).

Chi phí sơn phần hình quạt là $T_2 = \left[2 \int_0^{\sqrt{3}} \left(\sqrt{4 - x^2} - \frac{1}{\sqrt{3}}x \right) dx \right] \cdot 200000$ (đồng).

Chi phí sơn phần còn lại là $T_3 = \left[2 \int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{3}}x dx + 2 \int_{\sqrt{3}}^2 (-x^2 + 4) dx \right] \cdot 250000$ (đồng).

Vậy tổng chi phí sơn là $T = T_1 + T_2 + T_3 \approx 2.054.795,411 \approx 2$ (triệu đồng).

Đáp số: 2

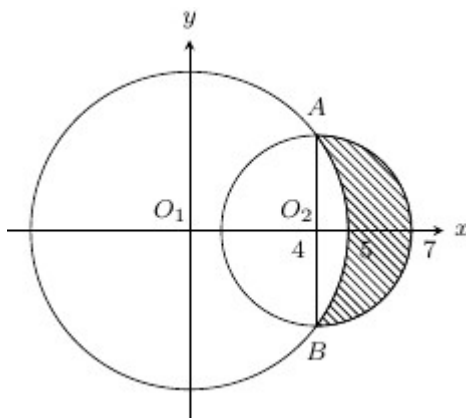
Câu 2: Xét tam giác OA_1OA_2 , ta có $AO_2 = \sqrt{AO_1^2 - OA_1O_2^2} = 4$.

Chọn hệ tọa độ như hình vẽ sao cho O_1 trùng gốc tọa độ.

Khi đó $(O_1): x^2 + y^2 = 25$ và $(O_2): (x - 4)^2 + y^2 = 9$.

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành là

$$V = \pi \int_4^7 (9 - (x - 4)^2) dx - \pi \int_4^5 (25 - x^2) dx = \frac{40\pi}{3} \approx 41,9.$$



Câu 3: Vì hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng nên khi lấy 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất thì có hai khả năng: khả năng thứ nhất là lấy được 3 quả bóng bàn màu trắng và 1 quả bóng bàn màu vàng; khả năng thứ hai là lấy được 2 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng.

Xét các biến cố

A: “Lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai”;

B: “Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất trong đó có 1 quả bóng bàn màu vàng”;

$\bar{B}$: “Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất, trong đó có 2 quả bóng bàn màu vàng”.

+ Xét khả năng thứ nhất: Số cách lấy 4 quả bóng bàn từ hộp thứ nhất là C_5^4 , có 1 cách lấy 3 quả

$$P(B) = \frac{1 \cdot 2}{C_5^4} = \frac{2}{5}.$$

bóng bàn màu trắng và 2 cách lấy 1 quả bóng bàn màu vàng, suy ra

$$P(A | B) = \frac{5}{14}.$$

Vì khi đó hộp thứ hai có 9 quả bóng bàn màu trắng và 5 quả bóng bàn màu vàng nên

+ Xét khả năng thứ hai: Số cách lấy 4 quả bóng bàn từ hộp thứ nhất là C_5^4 , có C_3^2 cách lấy 2 quả

$$P(\bar{B}) = \frac{C_3^2 \cdot 1}{C_5^4} = \frac{3}{5}.$$

bóng bàn màu trắng và 1 cách lấy 2 quả bóng bàn màu vàng, suy ra

$$P(A | \bar{B}) = \frac{6}{14}.$$

Vì khi đó hộp thứ hai có 8 quả bóng bàn màu trắng và 6 quả bóng bàn màu vàng nên

.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B) \cdot P(A | B) + P(\bar{B}) \cdot P(A | \bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{14} + \frac{3}{5} \cdot \frac{6}{14} = \frac{2}{5}.$$

Vậy xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai là $\frac{2}{5} = 0,4$.

Đáp số: 0,4.

Câu 4: Xét các biến cố:

A: “Linh kiện được lấy ra không phải là phế phẩm”;

M: “Linh kiện được lấy ra do nhà máy I sản xuất”;

$\bar{M}$: “Linh kiện được lấy ra do nhà máy II sản xuất”.

Theo giả thiết, ta có:

$$P(M) = \frac{80}{200} = 0,4 \quad ; \quad P(\bar{M}) = \frac{120}{200} = 0,6 \quad ;$$

$$P(\bar{A} | M) = 0,04 \quad ; \quad P(\bar{A} | \bar{M}) = 0,03 \quad ;$$

$$P(A | M) = 1 - 0,04 = 0,96 \quad ; \quad P(A | \bar{M}) = 1 - 0,03 = 0,97 \quad .$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(M) \cdot P(A | M) + P(\bar{M}) \cdot P(A | \bar{M}) = 0,4 \cdot 0,96 + 0,6 \cdot 0,97 = 0,966 \quad .$$

Xác suất linh kiện phế phẩm được lấy ra do nhà máy II sản xuất là

$$P(\bar{M} | \bar{A}) = \frac{P(\bar{M}) \cdot P(\bar{A} | \bar{M})}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 \cdot 0,03}{1 - 0,966} = \frac{9}{17} \quad .$$

Vậy xác suất linh kiện phế phẩm được lấy ra do nhà máy II sản xuất là $0,53$.

Đáp số: $0,53$.

Câu 5: Vector $\vec{AB} = (300; 50; -50)$ nên $\vec{u} = (6; 1; -1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB. Phương

trình đường thẳng AB là: $\frac{x+500}{6} = \frac{y+250}{1} = \frac{z-150}{-1}$.

Gọi H là hình chiếu của điểm O trên đường thẳng AB thì OH là khoảng cách ngắn nhất giữa tàu

và ngọn hải đăng. Khi đó $H(6t-500; t-250; -t+150)$.

Ta có $\vec{OH} \cdot \vec{u} = (6t-500) \cdot 6 + (t-250) \cdot 1 + (-t+150) \cdot (-1) = 0 \Rightarrow t = -\frac{775}{9}$.

Suy ra toạ độ của vị trí tàu khi đó là $\left(-\frac{3050}{3}; -\frac{3025}{9}; \frac{2125}{9} \right)$.

Vậy $-3a - b - c = 3150$.

Đáp số: 3150.

Câu 6: Bề mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$ có tâm $I(3; 3; 1)$, bán kính $R=3$.

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với $(P): x=2$.

Ta có véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{a_d} = (1; 0; 0)$, suy ra d có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x=3+t \\ y=3 \\ z=1. \end{cases}$$

Gọi $A(3+t; 3; 1)$ là hình chiếu vuông góc của I lên (P) . Thay tọa độ của A vào phương trình của $(P): x=2$, ta được $t=-1$.

Suy ra $A(2; 3; 1)$.

Bán kính của đường tròn chứa lều là $r = \sqrt{R^2 - IA^2} = \sqrt{9 - 1} = 2\sqrt{2} \approx 2,83$.

Đáp số: 2,83