

ĐỀ VDC SỐ 01

Cơ bản về tính đơn điệu của hàm số

Câu 1: Hàm số nào dưới đây luôn đồng biến trên tập \mathbb{R} ?

- A. $y = x^2 + 2x + 1$ B. $y = x - \sin x$. C. $y = \frac{3x+2}{5x+7}$. D. $y = \ln(x+3)$.

Câu 2: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(2;3)$. B. $(1;6)$. C. $(-6;-1)$. D. $(-3;-2)$.

Câu 3: Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$ là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
 C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 5: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$?

- A. $y = \frac{x-1}{x+2}$. B. $y = \frac{1}{x-2}$ C. $y = \frac{2x-5}{x-2}$. D. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

Câu 6: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;3)$. B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-2;+\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 9: Hàm số $z^2 - 4z + 5 = 0$ đồng biến trên khoảng

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ C. $(0; +\infty)$ D. $(-\infty; 0)$

Câu 10: Trong các hàm sau đây, hàm số nào không nghịch biến trên \mathbb{R} .

A. $y = -\frac{1}{x^2 + 1}$. B. $y = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$. C. $y = -x^3 + 2x^2 - 7x$. D. $y = -4x + \cos x$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 12: Trong các hàm số sau, hàm số nào vừa có khoảng đồng biến vừa có khoảng nghịch biến trên tập xác định của nó. (I). $y = \frac{2x+1}{x+1}$, (II). $y = -x^4 + x^2 - 2$, (III). $y = x^3 + 3x - 4$.

- A. (I);(III). B. (I) & (II). C. (II);(III). D. (II).

Câu 13: Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .
B. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
C. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.
D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 15: Cho các hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}, y = \tan x, y = x^3 + x^2 + 4x - 2017$. Số hàm số đồng biến trên \mathbb{R} là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 16: Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^2 - (m+6)x$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$

- A. $-2 \leq m \leq 0$. B. $-2 \leq m < 0$. C. $m \leq -2$. D. $m \geq -2$.

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{-x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-2; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - 1$. Chọn khẳng định đúng.

- A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.
- B. Hàm đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.
- C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 20: Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
- B. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$.
- C. $y = \frac{x-1}{x+2}$.
- D. $y = x^3 + 4x^2 + 3x - 1$.

Câu 21: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $(1;+\infty)$?

- A. $y = \log_3 x$.
- B. $y = \frac{x-1}{x^2+2}$.
- C. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.
- D. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

Câu 22: Hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 1$ nghịch biến trên mỗi khoảng nào sau đây?

- A. $(\sqrt{2};+\infty)$.
- B. $(-\sqrt{3};0);(\sqrt{2};+\infty)$.
- C. $(-\sqrt{2};0);(\sqrt{2};+\infty)$.
- D. $(-\sqrt{2};\sqrt{2})$.

Câu 23: Hàm số $y = x^3 - 3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;1)$.
- B. $(-\infty;1)$.
- C. $(0;2)$.
- D. $(2;+\infty)$.

Câu 24: Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

- A. $y = -x^3 + 3x^2$.
- B. $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$.
- C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.
- D. $y = \frac{x}{\ln x}$.

Câu 25: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $(1;3)$?

- A. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$.
- B. $y = \frac{x+1}{x+2}$.
- C. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x-2}$.
- D. $y = \sqrt{x^2 + 1}$.

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{2x+5}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số luôn luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.
- D. Hàm số luôn luôn đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 27: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $\forall x \in \mathbb{R}$.
- B. $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
- C. $(-1;0)$.
- D. $(1;+\infty)$.

Câu 28: Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \frac{x}{x+1}$.
- B. $y = x + 1$.
- C. $y = x^4 + 1$.
- D. $y = x^2 + 1$.

Câu 29: Hàm số $y = x^4 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{-x+1}$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. $f(x)$ nghịch biến trên \mathbb{R} . B. $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
C. $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. D. $f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 31: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 32: Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 33: Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ nghịch biến trên.

- A. $(-1; 0); (1; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. \mathbb{R} . D. $(-\infty; -1); (0; 1)$.

Câu 34: Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^3 - 3x + 1$. C. $y = x^2 + 1$. D. $y = -x\sqrt{2} + 1$.

Câu 35: Hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ nghịch biến trên các khoảng:

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1); (1; +\infty)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 36: Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x-3}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.
B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 37: Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = \sqrt{9 - x^2}$.

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-3; 0)$. D. $(0; 3)$.

Câu 38: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y = x^4 + 2x^2 + 5$. B. $y = -2x^3 - 3x + 5$. C. $y = -x^4 - x^2$. D. $y = \frac{x+1}{-x+3}$.

Câu 39: Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = x^4 + 2x^2 + 3$ B. $y = \frac{x-1}{x+3}$ C. $y = -x^3 - x - 2$ D. $y = x^3 + x^2 + 2x + 1$

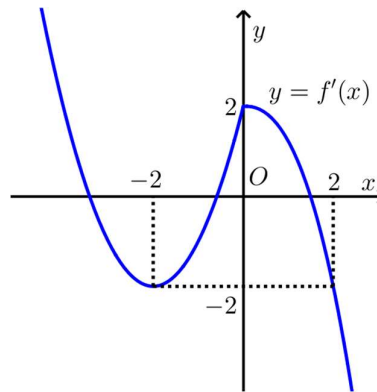
Câu 40: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$. C. $y = x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = -\frac{x^3}{3} + 3x + 2$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-9)(x-4)^2$. Khi đó hàm số $y = f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3; +\infty)$. B. $(-3; 0)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 42: Cho $f(x)$ mà đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y = f(x-1) + x^2 - 2x$ đồng biến trên khoảng



A. $(1; 2)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(-2; -1)$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(2 - \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} - 3$ đồng biến trên các khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(2; 3)$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-2)(x^2 - 6x + m)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $g(x) = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

A. 2012. B. 2011. C. 2009. D. 2010.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f\left(\frac{5x}{x^2 + 4}\right)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty; -2)$. B. $(-2; 1)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; 4)$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Xét hàm số $g(x) = f\left(\frac{x-1}{2}\right) - \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 3$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-1;0)$.
- B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.
- C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-4;-1)$.
- D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 47: Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2+2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

- A. $S = [-1;0]$.
- B. $S = \emptyset$.
- C. $S = \{-1\}$.
- D. $S = \{1\}$.

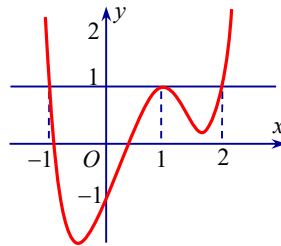
Câu 48: Tổng tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + 10x^2 - (m^2 - m - 20)x + 1$ đồng biến trên \mathbb{R} bằng

- A. $\frac{5}{2}$.
- B. -2 .
- C. $\frac{1}{2}$.
- D. $\frac{3}{2}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (x-2)(x+5)(x+1)$. Hàm số $y = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;1)$.
- B. $(-1;0)$.
- C. $(-2;-1)$.
- D. $(-2;0)$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = f(x) - x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $g(1) < g(-1) < g(2)$.
- B. $g(-1) < g(1) < g(2)$.
- C. $g(2) < g(1) < g(-1)$.
- D. $g(2) < g(-1) < g(1)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.A	4.C	5.C	6.A	7.A	8.A	9.C	10.A
11.C	12.D	13.A	14.A	15.C	16.A	17.C	18.B	19.C	20.B
21.A	22.C	23.C	24.A	25.A	26.C	27.B	28.B	29.B	30.B
31.D	32.A	33.A	34.A	35.C	36.D	37.D	38.B	39.D	40.A
41.C	42.A	43.A	44.B	45.D	46.B	47.C	48.C	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn B

Ta có hàm số $y = x - \sin x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ và $y' = 1 - \cos x \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên luôn đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 2: Chọn A

Ta có: $y' = x^2 - 5x + 6$; $y' < 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.

Câu 3: Chọn A

Ta có $y' = \frac{-5}{(x-2)^2} < 0, \forall x \neq 2$.

Do đó hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 4: Chọn C

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$; $(2; +\infty)$.

Câu 5: Chọn C

Câu 6: Chọn A

Câu 7: Chọn A

Ta có $f'(x) = x^2 - x - 6$ có hai nghiệm phân biệt là -2 và 3 .

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 3)$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$.

Câu 8: Chọn A

Hàm số có tập xác định $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ nên loại **A, B, D**.

Câu 9: Chọn C

$y' = 8x^3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y' > 0 \Leftrightarrow x > 0$; $y' < 0 \Leftrightarrow x < 0$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Câu 10: Chọn A

$$\text{Với } y = -\frac{1}{x^2+1} \text{ ta có } y' = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

$y' > 0$ khi $x > 0$ và $y' < 0$ khi $x < 0$ nên hàm số không nghịch biến trên \mathbb{R}

Câu 11: Chọn C

Ta có $f'(x) = x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 12: Chọn D

$$(I): \text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}. y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \Rightarrow (I) \text{ không thỏa.}$$

(Nhận xét: đây là hàm nhất biến nên không thỏa).

$$(II): \text{TXĐ: } D = \mathbb{R}, y' = -4x^3 + 2x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}.$$

Bảng xét dấu.

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-

Vậy (II) thỏa.

(Nhận xét, $y' = 0$ là phương trình bậc ba có đủ 3 nghiệm nên luôn đổi dấu trên \mathbb{R} nên (II) thỏa).

(III): TXĐ: $D = \mathbb{R}, y' = 3x^2 + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy (III) không thỏa.

Câu 13: Chọn A

$y' = -x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 14: Chọn A

Hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có đạo hàm $y' = \frac{2}{(x-1)^2} > 0 \forall x \in D$ nên

khẳng định A đúng.

Câu 15: Chọn C

Loại hai hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}, y = \tan x$ vì không xác định trên \mathbb{R} .

Với hàm số $y = x^3 + x^2 + 4x - 2017$ ta có $y' = 3x^2 + 2x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 16: Chọn A

$y' = 2mx - (m+6)$. Theo yêu cầu bài toán ta có $y' \leq 0, \forall x \in (-1; +\infty)$.

Ta có $2mx - (m+6) \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{6}{2x-1}$.

Xét hàm số $g(x) = \frac{6}{2x-1}$ với $x \in (-1; +\infty)$.

x	$-\infty$		-2	-1		$+\infty$
y'			-		-	
y	0			$+\infty$		0

Vậy $-2 \leq m \leq 0$.

Câu 17: Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có $y' = \frac{3}{(-x+1)^2} > 0$ với mọi $x \neq 1$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 18: Chọn B

Ta có: $y' = -2f'(x) = -2x^2 + 4x > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 2)$.

Suy ra: Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

Câu 19: Chọn C

Phân tích: Xét phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$.

Theo dạng đồ thị hàm bậc bốn trùng phương có hệ số $a = \frac{1}{4} > 0$ nên ở đây ta có thể xác định nhanh hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Câu 20: Chọn B

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$ có $y' = x^2 - x + 3 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 21: Chọn A

Ta có hàm số $y = a^x, y = \log_a x$ đồng biến trên tập xác định nếu $a > 1$.

Do đó hàm số $y = \log_3 x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Câu 22: Chọn C

$y' = -4x^3 + 8x = 4x(-x^2 + 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \pm\sqrt{2}$.

Câu 23: Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$.

Do đó, $y' < 0 \Leftrightarrow x < 0 < 2$.

Theo dấu hiệu nhận biết tính đơn điệu của hàm số, hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.

Câu 24: Chọn A

Xét hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ có $y' = -3x^2 + 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 2.$$

Xét dấu y' ta có hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

Câu 25: Chọn A

Xét hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$. Ta có $y' = x^2 - 4x + 3$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+		
y	$-\infty$	↗		$\frac{7}{3}$	↘		1	↗ $+\infty$

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 26: Chọn C

$y' = \frac{-3}{(x+1)^2} < 0 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 27: Chọn B

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$	
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y		↘			↗		↘		↗

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$; $(1;+\infty)$.

Câu 28: Chọn B

Hàm số $y = x + 1$ xác định trên \mathbb{R} và có đạo hàm $y' = 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 29: Chọn B

Ta có: $y' = x^3$. Hàm số nghịch biến $\Rightarrow y' = x^3 < 0 \Leftrightarrow x < 0$.

Câu 30: Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. $f'(x) = \frac{4}{(-x+1)^2} > 0, \forall x \neq 1$.

Vậy hàm đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 31: Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 4x + 1$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$.

Bảng xét dấu y' :

Chủ đề 01: Cơ bản về tính đơn điệu của hàm số

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu ta có $y' < 0 \forall x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 32: Chọn A

Tập xác định: $D = (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$. Ta có $y' = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}} > 0, \forall x \in (5; +\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

Câu 33: Chọn A

Ta có $y' = -4x^3 + 4x$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
y	$-\infty$	3	2	3	$-\infty$	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0); (1; +\infty)$.

Câu 34: Chọn A

Hàm số $y = -x\sqrt{2} + 1$ luôn nghịch biến trên \mathbb{R} .

Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có $y' = x^2 - 3$ nên hàm số không thể đồng biến trên \mathbb{R} .

Hàm số $y = x^2 + 1$ có $y' = 2x$ nên hàm số không thể đồng biến trên \mathbb{R} .

Hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ có: $y' = 3x^2 + 3 \geq 0 \forall x$.

Câu 35: Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$.

Suy ra: Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$.

Câu 36: Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ta có $y' = \frac{-6}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in D$ do đó hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 37: Chọn C

Tập xác định $D = [-3; 3]$.

Ta có $y' = \frac{-x}{\sqrt{9-x^2}}$; $y' < 0 \forall x \in (0; 3)$, suy ra hàm số đã cho đồng biến trên $(-3; 0)$.

Câu 38: Chọn B

Hàm trùng phương không nghịch biến trên tập xác định của nó.

Với $y = \frac{x+1}{-x+3}$ ta có: $y' = \frac{4}{(-x+3)^2} > 0, \forall x \neq 3$. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Với $y = -2x^3 - 3x + 5$ ta có: $y' = -6x^2 - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 39: Chọn D

Xét hàm: $y = x^3 + x^2 + 2x + 1$.

Ta có: $y' = 3x^2 + 2x + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$, nên hàm số luôn đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 40: Chọn A

Ta có $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ và $y' = 0$ chỉ tại $x = 1$.

Vậy $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 41: Chọn C

Ta có $y' = [f(x^2)]' = (x^2)' x^4 (x^2 - 9)(x^2 - 4)^2 = 2x^5 (x-3)(x+3)(x-2)^2 (x+2)^2$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = -3$ hoặc $x = -2$ hoặc $x = 0$ hoặc $x = 2$ hoặc $x = 3$.

Ta có bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$		-3		-2		0		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, hàm số $y = f(x^2)$ nghịch biến trên $(-\infty; -3)$ và $(0; 3)$.

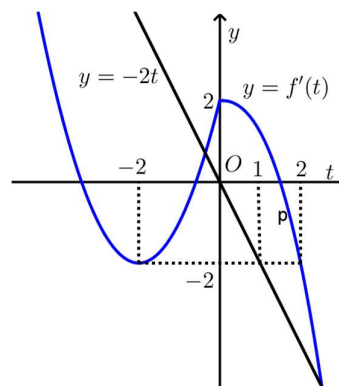
Câu 42: Chọn A

Ta có $y = f(x-1) + x^2 - 2x$

Khi đó $y' = f'(x-1) + 2x - 2$. Hàm số đồng biến khi $y' \geq 0 \Leftrightarrow f'(x-1) + 2(x-1) \geq 0$ (1)

Đặt $t = x - 1$ thì (1) trở thành: $f'(t) + 2t \geq 0 \Leftrightarrow f'(t) \geq -2t$.

Quan sát đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = -2t$ trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Khi đó ta thấy với $t \in (0; 1)$ thì đồ thị hàm số $y = f'(t)$ luôn nằm trên đường thẳng $y = -2t$.

Suy ra $f'(t) + 2t > 0, \forall t \in (0; 1)$. Do đó $\forall x \in (1; 2)$ thì hàm số $y = f(x-1) + x^2 - 2x$ đồng biến.

Câu 43: Chọn A

Ta có $g'(x) = f'(2 - \sqrt{x^2 + 1}) \cdot \frac{-x}{\sqrt{x^2 + 1}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{-x}{\sqrt{x^2 + 1}} [f'(2 - \sqrt{x^2 + 1}) + 1]$.

Vì $f'(x) = x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$ nên $f'(x) \geq -1, \forall x \in \mathbb{R}$ hay $f'(x) + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$f'(x) = -1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = -1 \Leftrightarrow x = 1$. Do đó $f'(2 - \sqrt{x^2 + 1}) + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Và $f'(2 - \sqrt{x^2 + 1}) + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(2 - \sqrt{x^2 + 1}) = -1 \Leftrightarrow 2 - \sqrt{x^2 + 1} = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

BBT:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$

Dựa vào BBT, suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $(-2; -1)$.

Câu 44: Chọn B

Ta có:

$g'(x) = f'(1-x) \cdot (1-x)' = -(1-x)^2 (-x-1)(x^2 + 4x - 5 + m) = (1-x)^2 (x+1)(x^2 + 4x - 5 + m)$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ thì $g'(x) \leq 0$, bằng không tại một số điểm hữu hạn với mọi $x \in (-\infty; -1)$.

Do $(1-x)^2 (x+1) < 0$ với mọi $x \in (-\infty; -1)$, nên

$g'(x) \leq 0$ với mọi $x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 + m \geq 0$ với mọi $x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow m \geq -x^2 - 4x + 5$ với mọi $x \in (-\infty; -1)$.

Xét hàm số $h(x) = -x^2 - 4x + 5$ trên $(-\infty; -1)$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1
$h'(x)$	$+$	0	$-$
$h(x)$	$-\infty$	9	8

Từ bảng biến thiên suy ra $m \geq 9$, kết hợp với điều kiện m nguyên và thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ suy ra có 2011 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45: Chọn D

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)^2(x-2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1(\text{ngheem_kep}) \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } g'(x) = \frac{-5x^2 + 20}{(x^2 + 4)^2} f'\left(\frac{5x}{x^2 + 4}\right). \text{ Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-5x^2 + 20}{(x^2 + 4)^2} f'\left(\frac{5x}{x^2 + 4}\right) = 0$$

$$\text{Dựa và } f'(x) \text{ ta có: } \begin{cases} -5x^2 + 20 = 0 \\ \frac{5x}{x^2 + 4} = 0 \\ \frac{5x}{x^2 + 4} = 1 \\ \frac{5x}{x^2 + 4} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 0 \\ x = 1(\text{ngheem_kep}) \\ x = 4(\text{ngheem_kep}) \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		0		1		2		4		$+\infty$
g'		-	0	+	0	-	0	-	0	+	0	+	

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(2;4)$.**Câu 46: Chọn B**

$$\text{Cách 1: Ta có } g'(x) = \frac{1}{2} f'\left(\frac{x-1}{2}\right) - (x^2 - 3x + 2)$$

$$f'\left(\frac{x-1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{2} = -\frac{5}{2} \\ \frac{x-1}{2} = -1 \\ \frac{x-1}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{x-1}{2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = 7 \end{cases}; f'\left(\frac{x-1}{2}\right) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{2} < -\frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} < \frac{x-1}{2} < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \\ 2 < x < 7 \end{cases}$$

Bảng xét dấu cho các biểu thức

x	$-\infty$	-4	-1	0	1	2	7	$+\infty$		
$f'\left(\frac{x-1}{2}\right)$	+	0	-	0	-	-	0	+	0	-
$-(x^2 - 3x + 2)$	-	-	-	-	0	+	0	-	-	-
$g'(x)$		-	-	-				-		

Từ bảng xét dấu đáp án B sai, vì $x \in (0;1) \subset (0;2)$ thì $g'(x) < 0$. Hàm số nghịch biến.**Cách 2:** Thử trực tiếp

$$\text{Ta có } g'(x) = \frac{1}{2} f'\left(\frac{x-1}{2}\right) - (x^2 - 3x + 2)$$

$$\text{Đáp án A: chọn } x = -\frac{1}{2} \in (-1;0) \text{ thì } g'\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} f'\left(-\frac{3}{4}\right) - \frac{15}{4} < 0$$

$$\text{Đáp án B: chọn } x = \frac{1}{2} \in (0;2) \text{ thì } g'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} f'\left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{3}{4} < 0, \text{ sai}$$

Tương tự cho các đáp án còn lại.

Câu 47: Chọn C

Ta có $y' = x^2 - 2(m+1)x + (m^2 + 2m)$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ thì

$$y' \leq 0 \forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + (m^2 + 2m) \leq 0 \forall x \in (-1;1).$$

$$\text{Ta có } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + (m^2 + 2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m + 2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	m	$m+2$	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$
			0	$+$

Từ bảng xét dấu ta thấy để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ thì

$$\begin{cases} m \leq -1 \\ m+2 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 48: Chọn C

$$y = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + 10x^2 - (m^2 - m - 20)x + 1 \Rightarrow y' = m^2x^4 - mx^2 + 20x - m^2 + m + 20 \geq 0.$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' = m^2x^4 - mx^2 + 20x - m^2 + m + 20 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và dấu "=" xảy ra chỉ tại một số hữu hạn điểm.

Điều kiện cần:

Ta thấy phương trình $y' = 0$ có một nghiệm $x = -1$ nên để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì y' không đổi dấu khi qua $x = -1$, khi đó phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép là $x = -1$ ($x = -1$ không thể là nghiệm bội 4 của phương trình $y' = 0$ vì y' không chứa số hạng x^3).

$$\text{Ta suy ra được } y''(-1) = 0 \Leftrightarrow -4m^2 + 2m + 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Điều kiện đủ:

Với $m = -2$, ta có

$$y' = 4x^4 + 2x^2 + 20x + 14 = 4(x+1)^2 \left[(x-1)^2 + \frac{5}{2} \right] \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên hàm số đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

Suy ra $m = -2$ thỏa mãn điều kiện của đề bài.

Với $m = \frac{5}{2}$, ta có

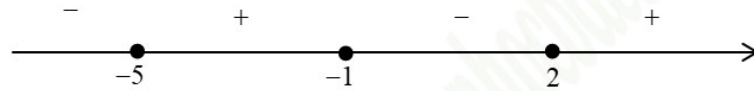
$$y' = \frac{25}{4}x^4 - \frac{5}{2}x^2 + 20x + \frac{65}{4} = \frac{25}{4}(x+1)^2 \left[(x-1)^2 + \frac{8}{5} \right] \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên hàm số đồng biến trên}$$

\mathbb{R} . Suy ra $m = \frac{5}{2}$ thỏa mãn điều kiện của đề bài.

Vậy $m = -2$, $m = \frac{5}{2}$ là các giá trị cần tìm. Khi đó tổng các giá trị thực của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $-2 + \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$.

Câu 49: Chọn B

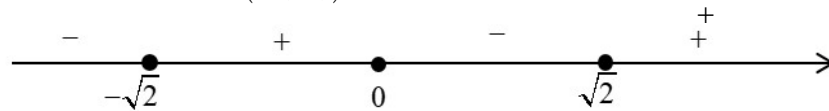
Xét dấu $f'(x)$:



$$\text{Ta có: } y' = (f(x^2))' = 2x \cdot f'(x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2 \\ x^2 = -5 \\ x^2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}.$$

Chọn $x = 1 \in (0; \sqrt{2})$ ta có $y'(1) = 2 \cdot 1 \cdot f'(1^2) = 2 \cdot f'(1) < 0$. Do đó, cả khoảng $(0; \sqrt{2})$ âm.

Từ đó ta có trục xét dấu của $y' = (f(x^2))'$ như sau:



Từ trục xét dấu trên ta thấy: Hàm số $y = f(x^2)$ đồng biến trên $(-1; 0)$.

Câu 50: Chọn C

$$\text{Xét hàm số } g(x) = f(x) - x, \Rightarrow g'(x) = f'(x) - 1, g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
g'	$+$	0	$-$	0	$+$
g	$-\infty$	$g(-1)$	$g(1)$	$g(2)$	

Vậy $g(2) < g(1) < g(-1)$.