**QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC**

**BẤT ĐẲNG THỨC TAM GIÁC**

**I. KIẾN THỨC CƠ BẢN**

Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng các độ dài của hai cạnh kia.

$$\left|AB-AC\right|<BC<AB+AC.$$

**II. BÀI TẬP**

**Bài 1:** Hãy lựa 3 số trong những số cho sau đây sao cho đó là độ dài 3 cạnh của một tam giác . Gạch dưới những bộ ba là độ dài 3 cạnh một tam giác vuông: 3, 4; 5; 6; 8; 10.

**Bài2:**  Cho tam giác $ABC,$ điểm $M$ thuộc cạnh $AB.$

a) So sánh $MC$ với $AM+AC;$

b) Chứng minh $MB+MC<AB+AC.$

**Bài 3:**  Cho ΔABC . Gọi M, N, K lần lượt là 3 điểm bất kì thuộc 3 cạnh của tam giác (không trùng với đỉnh). Chứng minh chu vi $ΔMNK$ bé hơn chu vi $ΔABC$ .

**Bài 4:** Cho ΔABC cân.

a) Tính AC, BC biết chu vi ΔABC là 23 cm và 

b) Tính chu vi ΔABC biết  , 

c) Tính chu vi ΔABC biết  , 

**Bài 5:**  Cho $ΔABC$ có $\left(AB<AC\right)$ và $AD$là phân giác góc $A$ $(D\in BC)$. Gọi $E$ là một điểm bất kỳ thuộc cạnh $AD$ ($E$ khác$A$). Chứng minh $AC–AB>EC–EB$

**Bài 6:**  a) Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là đường thẳng $m$, cho hai điểm $A$ và $B$ không thuộc đường thẳng$m$. Xác định vị trí điểm $N$ sao cho $NA+NB$ có giá trị bé nhất.

b) Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $n$, cho 2 điểm phân biệt $C, D$ không thuộc đường thẳng $n$. Xác định vị trí điểm $M$ sao cho $MC+MD$ có giá trị bé nhất.

***Hết***

**HDG**

**Bài 1:** Bộ 3 số trong những số là độ dài 3 cạnh của một tam giác là:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (3;4;5) vì 5 < 3 + 4 | (3;4;6) vì 6 < 3 + 4 | (3;8;10) vì 10 < 3 + 8 |  |
| (3;5;6) vì 6 < 3 + 5  | (3;6;8) vì 8 < 3 + 6 |  |  |
| (4;5; 6) vì 6 < 4 + 5  | (4;5; 8) vì 8 < 4 + 5  | (4;6;8) vì 8 < 4 + 6 | (4;8; 10) vì 10 < 4 + 8 |
| (5; 6;8) vì 8 < 6 + 5  | (5; 6;10) vì 10 < 6 + 5  | (5; 8; 10) vì 10 < 8 + 5  |  |
| (10; 6; 8) vì 10 < 6 + 8 |  |  |  |

****\* Những bộ ba là độ dài 3 cạnh một tam giác vuông: (3;4;5) ;(10; 6; 8)

**Bài 2:** a) $ΔAMC$ có $MC<AM+AC.$

b) Dùng kết quả câu a, ta có

$MB+MC<MB+MA+AC=AB+AC.$

**Bài 3:**

Theo bất đẳng thức trong tam giác , ta có :

$$MN<AM + AN$$

$$MK<BM + BK$$

$$NK<CK + CN$$

$$⇒MN+MK+NK<(AM+MB)+(BK+CK)+(CN+AN)$$

$$⇒MN+MK+NK<AB+AC+BC$$

**Bài 4:**

a) Tính AC, BC . Biết chu vi ΔABC là 23 cm và 

\* Nếu AB là cạnh bên và ΔABC cân tại A

⇒ ⇒  ( không thỏa mãn BĐT tam giác).

\* Nếu AB là cạnh bên và ΔABC cân tại B

⇒  ⇒  ( không thỏa mãn BĐT tam giác).

\*Nếu AB là cạnh đáy thì ΔABC cân tại C

⇒ (thỏa mãn BĐT tam giác)

 Vậy: 

b) Tính chu vi ΔABC biết  ,  .

\* Nếu  là cạnh bên

⇒ là cạnh đáy . Khi đó  ( không thỏa mãn BĐT tam giác).

Vậy  là cạnh bên ;  là cạnh đáy

Chu vi ΔABC là :  *(cm)*

c) Tính chu vi ΔABC

biết  , 

\* Nếu  là cạnh bên

⇒  là cạnh đáy . Khi đó  (thỏa mãn BĐT tam giác).

Chu vi ΔABC là : 

\* Nếu  là cạnh bên ⇒ là cạnh đáy

Khi đó  (thỏa mãn BĐT tam giác).

Chu vi ΔABC là : 

**Bài 5:** Trên cạnh AC lấy điểm F sao cho  . Xét $ΔABE$ và $ΔAFE$ có $AB=AF;\hat{BAE}=\hat{FAE}; AE$chung . Do đó $ΔABE$ = $ΔAFE$ (c.g.c)  .

Trong tam giác EFC có $FC>EC–EF$ mà $BE=EF$ nên  $\left(1\right)$

 Lại có $FC=AC–AF $ mà $AF=AB $ nên $FC=AC–AB$ $\left(2\right)$

Từ $\left(1\right)$và $\left(2\right)$suy ra $AB–AC>EC–EB.$

**Bài 6:**



a)Nối A với B, đoạn thẳng AB cắt đường thẳng m tại N khi đó 3 điểm A, B, N thẳng hàng do đó  có giá trị bé nhất.

b) Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $n$ không chứa điểm $C$ lấy $E$ sao cho $n$ là đường trung trực của $DE$ .

Nối E với C cắt $n$ tại $M$ , vì $M$ thuộc đường trung trực $n$ của $DE$ nên 

Khi đó $MC+MD=MC+ME $ ; Vì  thẳng hàng nên  là nhỏ nhất hay $MC+MD$ nhỏ nhất. Từ đó kết luận về vị trí điểm $M$ cần tìm.

***Bài tập bổ sung:***

**Bài 7:** Cho tam giác $ABC$ điểm $O$ nằm trong tam giác, tia $BO$ cắt cạnh $AC$ tại $I.$

a) So sánh $OA$ và $IA+IO,$ từ đó suy ra $OA+OB<IA+IB;$

b) Chứng minh $OA+OB<CA+CB;$

c) Chứng minh $OA+OB+OC<AB+BC+CA.$

**Bài 8:** Cho tam giác $ABC$ có $AB<AC.$ Tia phân giác góc $A$ cắt cạnh $BC$ tại $D,$ trên cạnh $AC$ lấy $E$ sao cho $AE=AB.$

a) So sánh $DB$ và $DE;$

b) Chứng minh $AC-AB>DC-DB.$

**Bài 9:** Cho tam giác $ABC.$ Gọi $M$ là trung điểm của $BC.$ Chứng minh $AM<\frac{AB+AC}{2}.$