|  |  |
| --- | --- |
| **-** | **ĐỀ THI HSG TOÁN 12 – TP-HCM**  **NĂM HỌC 2018-2019**  *Môn: Toán* |
| **HỌC HỎI - CHIA SẺ KIẾN THỨC** | *Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)* |
|  | |

**Câu 1: (2 điểm)**

Gọi  là số thực sao cho  số  và  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính công bội của cấp số nhân này.

**Câu 2: (4 điểm)**

Cho hàm số , với  là tham số thực. Biết rằng hàm số có một giá trị cực trị là . Tìm giá trị cực trị còn lại của hàm số.

**Câu 3: (4 điểm)**

Cho tứ diện  có ,  và .

a) Tính thể tích của tứ diện .

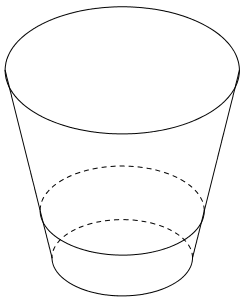
b) Gọi  là trung điểm của . Tính khoảng cách từ  đến mặt phẳng .

**Câu 4: (3 điểm)**

Trong một phòng học, có 36 cái bàn rời nhau được đánh số từ 1 đến 36, mỗi bàn dành cho 1 học sinh. Các bàn được xếp thành một hình vuông có kích thước 6x6. Cô giáo xếp tùy ý 36 học sinh của lớp, trong đó có hai em tên là Hạnh và Phúc, vào các bàn. Tính xác suất để Hạnh và Phúc ngồi ở hai bàn xếp cạnh nhau (theo chiều ngang hoặc chiều dọc).

**Câu 5: (3 điểm)**

Một chậu nước hình nón cụt đều (hình vẽ) có chiều cao , bán kính đáy lớn là  và bán kính đáy nhỏ là . Cho biết thể tích nước bằng  thể tích của chậu, hãy tính chiều cao của mực nước.



**Câu 6: (4 điểm)**

Cho hàm số  xác định, có đạo hàm trên  thỏa mãn  và . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng .

***------------------------HẾT------------------------***

|  |  |
| --- | --- |
|  | **HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI ĐỀ THI HSG TOÁN 12 – TP -HCM - NĂM HỌC 2018-2019** |
| **HỌC HỎI - CHIA SẺ KIẾN THỨC** | *Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)* |
|  | |

**Câu 1: (2 điểm)**

Gọi  là số thực sao cho  số  và  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính công bội của cấp số nhân này.

**Lời giải**

🞟  số  và  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân



🞟 Khi đó: .

🞟 Công bội của cấp số nhân là: .

**Câu 2: (4 điểm)**

Cho hàm số , với  là tham số thực. Biết rằng hàm số có một giá trị cực trị là . Tìm giá trị cực trị còn lại của hàm số.

**Lời giải**

🞟 Ta có: .

🞟 Do hàm số đã cho có hai cực trị  có  nghiệm phân biệt

 (\*).

🞟 Khi đó: 

.

🞟 Suy ra giá trị cực trị là .

🞟 Gọi  là điểm cực trị ứng với giá trị cực trị , khi đó ta có:

.

🞟 Mặt khác  là nghiệm của phương trình

.





 (thỏa mãn (\*)).

🞟 Với  suy ra .

**Câu 3: (4 điểm)**

Cho tứ diện  có ,  và .

a) Tính thể tích của tứ diện .

b) Gọi  là trung điểm của . Tính khoảng cách từ  đến mặt phẳng .

**Lời giải**



a) Từ các đỉnh của tam giác  ta kẻ các đường thẳng song song với cạnh đối diện chúng tạo thành tam giác  có diện tích gấp 4 lần diện tích tam giác .

🞟 Các tam giác , ,  là các tam giác vuông tại  nên ta có:







🞟 Giải hệ trên ta được: , , .

🞟 Thể tích khối chóp : .

🞟 Thể tích tứ diện : .

b) Ta có .

Suy ra diện tích tam giác : .

Suy ra khoảng cách từ  đến mp: .

**Bình luận thêm:** Ở câu a, ta có thể dùng phương pháp sau để tính thể tích của tứ diện gần đều (tứ diện trên chính là tứ diện gần đều)

🞟 Cho tứ diện  với , , . Khi đó ta có:



**Lời giải**



🞟 Dựng hình hộp chữ nhật  chứa tứ diện  như hình bên. Đặt , , . Khi đó ta có:



🞟 Lấy lần lượt: 





🞟 Nhân ba vế ta được: 



🞟 Dễ thấy: .

Từ đó ta có: 

🞟 Do vậy: 

**Câu 4: (3 điểm)**

Trong một phòng học, có 36 cái bàn rời nhau được đánh số từ 1 đến 36, mỗi bàn dành cho 1 học sinh. Các bàn được xếp thành một hình vuông có kích thước 6x6. Cô giáo xếp tùy ý 36 học sinh của lớp, trong đó có hai em tên là Hạnh và Phúc, vào các bàn. Tính xác suất để Hạnh và Phúc ngồi ở hai bàn xếp cạnh nhau (theo chiều ngang hoặc chiều dọc).

**Lời giải**

🞟 Số cách xếp 36 học sinh vào 36 chỗ ngồi là .

🞟 Ta có 6 hàng ngang và 6 hàng dọc. Nếu Hạnh và Phúc ngồi theo hàng ngang hoặc hàng dọc cạnh nhau thì mỗi hàng có  cách xếp chỗ cho Hạnh và Phúc.

🞟 Vì có tổng cộng 12 hàng nên có  cách xếp cho Hạnh và Phúc ngồi ở hai bàn xếp cạnh nhau (theo chiều ngang hoặc chiều dọc).

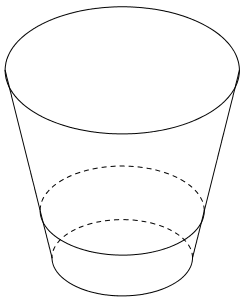
🞟 Do đó có  cách xếp 36 học sinh trong phòng sao cho Hạnh và Phúc ngồi ở hai bàn 🞟 xếp cạnh nhau.

Vậy xác suất để Hạnh và Phúc ngồi ở hai bàn xếp cạnh nhau (theo chiều ngang hoặc chiều dọc) là

.

**Câu 5: (3 điểm)**

Một chậu nước hình nón cụt đều (hình vẽ) có chiều cao , bán kính đáy lớn là  và bán kính đáy nhỏ là . Cho biết thể tích nước bằng  thể tích của chậu, hãy tính chiều cao của mực nước.



**Lời giải**

****

🞟 Gọi chiều cao mực nước là , bán kính mặt nước là .

🞟 Ta có  .

🞟 Thể tích nước là  .

🞟 Thể tích nón cụt là .

🞟 Ta có 

.

🞟 Vậy chiều cao của mực nước là  dm.

**Câu 6: (4 điểm)**

Cho hàm số  xác định, có đạo hàm trên  thỏa mãn  và . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng .

**Lời giải**

🞟Từ  bằng cách lấy lần lượt  ta được .

Do  nên ta chỉ lấy được .

🞟Từ  lấy đạo hàm hai vế ta được

bằng cách lấy lần lượt  ta được



🞟 Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ bằng 0 là .