

TOÁN 10	ĐẠI CƯƠNG VỀ HÀM SỐ
0D2-1	

MỤC LỤC

PHẦN A. CÂU HỎI.....	2
Dạng 1. Tập xác định của hàm số.....	2
Dạng 1.1 Hàm số phân thức.....	2
Dạng 1.2 Hàm số chứa căn thức.....	3
Dạng 1.3 Tìm tập xác định của hàm số có điều kiện.....	6
Dạng 2. Tính chẵn, lẻ của hàm số.....	9
Dạng 2.1 Xác định tính chẵn, lẻ của hàm số cho trước.....	9
Dạng 2.2 Xác định tính chẵn, lẻ thông qua tính chất của đồ thị hàm số.....	11
Dạng 2.3 Xác định tính chẵn, lẻ của hàm số có điều kiện cho trước.....	12
Dạng 3. Sự biến thiên của hàm số.....	13
Dạng 3.1 Xác định sự biến thiên của hàm số cho trước.....	13
Dạng 3.2 Xác định sự biến thiên thông qua đồ thị của hàm số.....	14
Dạng 4. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.....	16
Dạng 4.1 Biến đổi sử dụng tập giá trị của hàm số.....	16
Dạng 4.2 Phân tích hằng đẳng thức.....	17
Dạng 4.3 Áp dụng bất đẳng thức cô-si, Bu-nhi-a-cốp-xki.....	17
Dạng 5. Một số bài toán liên quan đến đồ thị của hàm số.....	18
Dạng 6. Xác định biểu thức của hàm số.....	20
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO.....	24
Dạng 1. Tập xác định của hàm số.....	24
Dạng 1.1 Hàm số phân thức.....	24
Dạng 1.2 Hàm số chứa căn thức.....	25
Dạng 1.3 Tìm tập xác định của hàm số có điều kiện.....	28
Dạng 2. Tính chẵn, lẻ của hàm số.....	33
Dạng 2.1 Xác định tính chẵn, lẻ của hàm số cho trước.....	33
Dạng 2.2 Xác định tính chẵn, lẻ thông qua tính chất của đồ thị hàm số.....	38
Dạng 2.3 Xác định tính chẵn, lẻ của hàm số có điều kiện cho trước.....	39
Dạng 3. Sự biến thiên của hàm số.....	41
Dạng 3.1 Xác định sự biến thiên của hàm số cho trước.....	41
Dạng 3.2 Xác định sự biến thiên thông qua đồ thị của hàm số.....	43
Dạng 4. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.....	44
Dạng 4.1 Biến đổi sử dụng tập giá trị của hàm số.....	44
Dạng 4.2 Phân tích hằng đẳng thức.....	46
Dạng 4.3 Áp dụng bất đẳng thức cô-si, Bu-nhi-a-cốp-xki.....	46

Dạng 5. Một số bài toán liên quan đến đồ thị của hàm số..... 51

Dạng 6. Xác định biểu thức của hàm số..... 52

PHẦN A. CÂU HỎI

Dạng 1. Tập xác định của hàm số

Dạng 1.1 Hàm số phân thức

Câu 1. (Lương Thế Vinh - Hà Nội - Lần 1 - 2018-2019) Tập xác định của hàm số $y = x^4 - 2018x^2 - 2019$ là

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 2. (THPT Yên Mỹ Hưng Yên lần 1 - 2019) Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 3. (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019) Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+2}{(x-3)^2}$ là

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(3; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 5. Tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-2}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = [1; +\infty)$. C. $D = (1; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \frac{5}{x^2-1}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x+5}{x-1} + \frac{x-1}{x+5}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5; 1\}$.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = \frac{3-x}{x^2-5x-6}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -6\}$. C. $D = [-1; 6]$. D. $D = [1; -6]$.

Câu 9. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x+1)(x^2-4)}$

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; \pm 2\}$

Câu 10. Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{3x-1}$ là

A. $D = (0; +\infty)$ B. $D = [0; +\infty)$ C. $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$ D. $D = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

Dạng 1.2 Hàm số chứa căn thức

Câu 11. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{8-2x} - x$ là

A. $(-\infty; 4]$ B. $[4; +\infty)$ C. $[0; 4]$ D. $[0; +\infty)$

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-2}$ là

A. $D = (2; 4)$ B. $D = [2; 4]$
C. $D = [2; 4]$ D. $D = (-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$

Câu 13. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1+2x} + \sqrt{6+x}$ là:

A. $\left[-6; -\frac{1}{2}\right]$ B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ C. $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ D. $[-6; +\infty)$

Câu 14. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}$

A. $[-1; +\infty)$ B. $[-2; +\infty)$ C. $[-3; +\infty)$ D. $[0; +\infty)$

Câu 15. Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x+2} + 4\sqrt{3-x}$ là

A. $D = (-2; 3)$ B. $D = [-3; +\infty)$ C. $D = (-\infty; 3]$ D. $D = [-2; 3]$

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x-3} - 3\sqrt{2-x}$ là

A. $\emptyset$ B. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ C. $[2; +\infty)$ D. $\left[\frac{3}{2}; 2\right]$

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 7x + 3} - 3\sqrt{-2x^2 + 9x - 4}$ là

A. $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$ B. $[3; +\infty)$ C. $[3; 4] \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$ D. $[3; 4]$

Câu 18. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Tìm tập xác định D của hàm số

$y = \frac{6x}{\sqrt{4-3x}}$
A. $D = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$ B. $D = \left[\frac{3}{2}; \frac{4}{3}\right)$ C. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right)$ D. $D = \left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$

Câu 19. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x-5}} + \sqrt{9-x}$ là

A. $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right]$ B. $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right)$ C. $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right)$ D. $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right]$

Câu 20. (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Tìm tập xác định D của hàm số

$$y = \frac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$$

- A. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$ B. $D = \mathbb{R}$ C. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$ D. $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$

Câu 21. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{2\sqrt{x}}{x^2+4}$ B. $y = x^2 - \sqrt{x^2+1} - 3$
C. $y = \frac{3x}{x^2-4}$ D. $y = x^2 - 2\sqrt{x-1} - 3$

Câu 22. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-1} - \frac{3x-1}{(x^2-4)\sqrt{5-x}}$

- A. $[1; 5] \setminus \{2\}$ B. $(-\infty; 5]$ C. $[1; 5) \setminus \{2\}$ D. $[1; +\infty) \setminus \{2; 5\}$

Câu 23. Tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ là

- A. $D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}$ B. $D = [-4; +\infty) \setminus \{2\}$
C. $D = \emptyset$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Câu 24. Tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}}{(x+1)\sqrt{3-2x}}$ là

- A. $D = \left[-4; \frac{3}{2}\right]$ B. $D = \left[-4; \frac{3}{2}\right)$
C. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$ D. $D = [-4; -1) \cup \left(-1; \frac{3}{2}\right]$

Câu 25. Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{3-x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ là

- A. $D = (1; 3]$ B. $D = (-\infty; 1) \cup [3; +\infty)$
C. $D = [1; 3]$ D. $D = \emptyset$

Câu 26. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-x} + \frac{4}{5x-10}$

- A. $D = (-\infty; 6] \setminus \{2\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ C. $D = [6; +\infty)$ D. $D = (-\infty; 6]$

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x-3}$. Tập nào sau đây là tập xác định của hàm số $f(x)$?

- A. $(1; +\infty)$ B. $[1; +\infty)$ C. $[1; 3) \cup (3; +\infty)$ D. $(1; +\infty) \setminus \{3\}$

Câu 28. Tập xác định của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{-3x+8} + x & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+7} + 1 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $\left(-\infty; \frac{8}{3}\right]$. D. $[-7; +\infty)$.

Câu 29. (HKI XUÂN PHƯƠNG - HN) Tập xác định D của hàm số $y = (2x-1)\sqrt{3-2x} + \frac{1}{2x-2}$ là

A. $D = \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$. B. $D = \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right] \setminus \{1\}$. C. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \setminus \{1\}$. D. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 30. (HKI - Sở Vĩnh Phúc - 2018-2019) Tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{\sqrt{x+2}-1}$ là

A. $D = [-2; +\infty) \setminus \{-1\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
C. $D = [-2; +\infty)$. D. $D = (1; +\infty)$.

Câu 31. (ĐỘI CÁN VĨNH PHÚC LẦN 1 2018-2019) Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2-2x} + \frac{1}{\sqrt{25-x^2}}$

A. $D = (-5; 0] \cup [2; 5)$
B. $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$
C. $D = (-5; 5)$
D. $D = [-5; 0] \cup [2; 5]$.

Câu 32. (THPT NGUYỄN TRÃI-THANH HOÁ - Lần 1.Năm 2018&2019) Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{(x^2-5x+6)\sqrt{4-x}}$ là

A. $[-1; 4) \setminus \{2; 3\}$. B. $[-1; 4)$. C. $(-1; 4] \setminus \{2; 3\}$. D. $(-1; 4) \setminus \{2; 3\}$.

Câu 33. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-3x+2}$ là:

A. $D = [0; +\infty)$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ D. $D = (0; +\infty)$

Câu 34. Tìm tập xác định D của hàm số:

$$y = f(x) = \begin{cases} \frac{2x-3}{x-2} & \text{khi } x \leq 0 \\ \sqrt{1-x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ B. $D = [1; +\infty) \setminus \{2\}$
C. $D = (-\infty; 1]$ D. $D = [1; +\infty)$

Câu 35. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+2} + \frac{x^3}{4|x|-3}$

- A. $D = [-2; +\infty)$. B. $D = [-2; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.
C. $D = \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

Câu 36. (KSCL lần 1 lớp 11 Yên Lạc-Vĩnh Phúc-1819) Tìm tập xác định D của hàm số

$$y = \frac{\sqrt{3x-2} + 6x}{\sqrt{4-3x}}$$

- A. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{4}{3} \right)$. B. $D = \left[\frac{3}{2}; \frac{4}{3} \right)$. C. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{3}{4} \right)$. D. $D = \left(-\infty; \frac{4}{3} \right)$.

Câu 37. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x}{|x|x+1} - \sqrt{3-x}$ là

- A. $(-\infty; 3] \setminus \{-1\}$. B. $(-\infty; 3) \setminus \{-1\}$. C. $(-\infty; 3]$. D. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Dạng 1.3 Tìm tập xác định của hàm số có điều kiện

Câu 38. Giả sử $D = (a; b)$ là tập xác định của hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{-x^2+3x-2}}$. Tính $S = a^2 + b^2$.

- A. $S = 7$. B. $S = 5$. C. $S = 4$. D. $S = 3$.

Câu 39. Hàm số $y = \frac{x^2 - 7x + 8}{x^2 - 3x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{a; b\}; a \neq b$. Tính giá trị biểu thức $Q = a^3 + b^3 - 4ab$.

- A. $Q = 11$. B. $Q = 14$. C. $Q = -14$. D. $Q = 10$.

Câu 40. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2 - 2x - 3 - m}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

- A. $m \leq -4$. B. $m < -4$. C. $m > 0$. D. $m < 4$.

Câu 41. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x-1}} - 4$ là $(a; b]$ với a, b là các số thực. Tính tổng $a + b$.

- A. $a + b = -8$. B. $a + b = -10$. C. $a + b = 8$. D. $a + b = 10$.

Câu 42. Tập tất cả các giá trị m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{-x^2 - 2x + 3}} + \sqrt{x - m}$ có tập xác định khác tập rỗng là

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-\infty; 1]$.

Câu 43. Biết hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là đoạn $[-1; 0]$. Tìm tập xác định D của hàm số $y = f(-x^2)$.

- A. $D = [-1; 0]$
 B. $D = [0; 1]$
 C. $D = [-1; 1]$
 D. $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

Câu 44. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 3mx + 4}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

- A. $|m| < \frac{4}{3}$. B. $|m| \leq \frac{4}{3}$. C. $|m| > \frac{4}{3}$. D. $|m| \geq \frac{4}{3}$.

- Câu 45.** Tìm m để hàm số $y = (x-2)\sqrt{3x-m-1}$ xác định trên tập $(1; +\infty)$?
- A. $m < 2$. B. $m \leq 2$. C. $m > 2$. D. $m \geq 2$.
- Câu 46.** Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$ là
- A. $m \in [-3;0] \cup [0;1]$. B. $m \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$.
C. $m \in [-3;0]$. D. $m \in [-4;0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.
- Câu 47.** Gọi tập xác định của các hàm số $f(x) = \sqrt{5+x} + \sqrt{5-x}$; $g(x) = \frac{3x+4}{\sqrt{x+4}}$ lần lượt là $D_1; D_2$. Hãy tìm $D_1 \cap D_2$, $D_1 \cup D_2$.
- A. $D_1 \cap D_2 = (-4;5]$, $D_1 \cup D_2 = [-5; +\infty)$. B. $D_1 \cap D_2 = (-4;5)$, $D_1 \cup D_2 = [-5; +\infty)$.
C. $D_1 \cap D_2 = (-4;5]$, $D_1 \cup D_2 = (-5; +\infty)$. D. $D_1 \cap D_2 = [-4;5]$, $D_1 \cup D_2 = [-5; +\infty)$.
- Câu 48.** Tìm m để hàm số $y = \frac{x\sqrt{2}+1}{x^2+2x-m+1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- A. $m \geq 1$. B. $m < 0$. C. $m > 2$. D. $m \leq 3$.
- Câu 49.** Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-2(m+1)x+m^2+2m}$. Tập các giá trị của m để hàm số xác định trên $[0;1)$ là $T = (-\infty; a) \cup [b; c) \cup [d; +\infty)$. Tính $P = a+b+c+d$.
- A. $P = -2$. B. $P = -1$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.
- Câu 50.** Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1;2)$.
- A. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$. D. $-1 < m < 2$.
- Câu 51.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \sqrt{2x-m}$ xác định với $\forall x > 0$.
- A. $m \geq 1$. B. $m \leq 0$. C. $m > 0$. D. $m < 1$.
- Câu 52.** Tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-2m+1}$ xác định với mọi $x \in [1;3]$ là:
- A. $\{2\}$. B. $\{1\}$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(-\infty; 1]$.
- Câu 53.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{5-x^2-2\sqrt{4-x^2}}$ có dạng $[a; b]$. Tính $a+b$.
- A. 3. B. -1. C. 0. D. -3.
- Câu 54.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{x-m+2} + \frac{1}{\sqrt{5-x}}$ có tập xác định $D = [0;5)$.
- A. $m \geq 0$. B. $m \geq 2$. C. $m \leq -2$. D. $m = 2$.

Câu 55. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{\sqrt{m+1}}{3x^2 - 2x + m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

A. $-1 \leq m \leq \frac{1}{3}$. B. $m \geq -1$. C. $m > \frac{1}{3}$. D. $m \geq \frac{1}{3}$.

Câu 56. Tìm điều kiện của m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - x + m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

A. $m \geq \frac{1}{4}$. B. $m > \frac{1}{4}$. C. $m > -\frac{1}{4}$. D. $m \leq \frac{1}{4}$.

Câu 57. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+9}{x-2m-1}$ xác định trên đoạn $[3; 5]$.

A. $m \leq 1$ hoặc $m \geq 2$. B. $m > 3$ hoặc $m < 0$.
C. $m > 4$ hoặc $m < 1$. D. $m > 2$ hoặc $m < 1$.

Câu 58. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x thuộc tập xác định của hàm số $y = \frac{2+x}{x\sqrt{3-x} + \sqrt{2x+1}}$?

A. 3 B. 1 C. 2 D. 4

Câu 59. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{|x-2|-1}}$ có tập xác định là D_1 và hàm số $g(x) = \frac{2x - \sqrt{m-2x}}{|x|+5}$ có tập xác định là D_2 . Tìm điều kiện của tham số m để $D_2 \subset D_1$.

A. $m < 2$. B. $m \leq 2$. C. $m > 2$. D. $m \geq 2$.

Câu 60. Tìm m để hàm số $y = \frac{2\sqrt{x-2m+3}}{3(x-m)} + \frac{x-2}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0; 1)$.

A. $m \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$. B. $m \in [-3; 0]$.
C. $m \in [-3; 0] \cup [0; 1]$. D. $m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

Câu 61. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+2m-1} + \sqrt{4-2m-\frac{x}{2}}$ xác định với mọi $x \in [0; 2]$ khi $m \in [a; b]$. Giá trị của tổng $a+b$ bằng

A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 62. (Hàm số-VDC) Tìm m để hàm số $y = \sqrt{-2x+3m+2} + \frac{x+1}{2x+4m-8}$ xác định trên khoảng $(-\infty; -2)$.

A. $m \in [-2; 4]$. B. $m \in [-2; 3)$. C. $m \in (-2; 3]$. D. $m \in [-2; 3]$.

Câu 63. Tập xác định của hàm số nào dưới đây chứa nhiều số nguyên dương nhất?

A. $y = \sqrt{3-x}$ B. $y = \sqrt{\frac{2-x}{x+2}}$
C. $y = \sqrt{4-9x^2}$ D. $y = \sqrt{\frac{1}{27-x^3}}$

- Câu 64.** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để tập xác định của hàm số $y = \frac{2}{x-2m} + \sqrt{7m+1-2x}$ chứa đoạn $[-1; 1]$?
- A. 0 B. 1 C. 2 D. Vô số
- Câu 65.** Cho hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{m-2x}$ với $m \geq -2$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để tập xác định của hàm số có độ dài bằng 1?
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Dạng 2. Tính chẵn, lẻ của hàm số

Dạng 2.1 Xác định tính chẵn, lẻ của hàm số cho trước

- Câu 66.** (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Cho hàm số $y = x^2$. Chọn mệnh đề đúng.
- A. Hàm số trên là hàm chẵn. B. Hàm số trên vừa chẵn vừa lẻ.
C. Hàm số trên là hàm số lẻ. D. Hàm số trên không chẵn không lẻ.
- Câu 67.** (HKI - Sở Vĩnh Phúc - 2018-2019) Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?
- A. $y = 3x^2 - x$ B. $y = \frac{x^2 - x}{x - 1}$ C. $y = \frac{4}{x}$ D. $y = |x|$
- Câu 68.** Hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ là
- A. hàm số vừa chẵn, vừa lẻ. B. hàm số không chẵn, không lẻ.
C. hàm số lẻ. D. hàm số chẵn.
- Câu 69.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?
- A. $g(x) = |x|$ B. $k(x) = x^2 + x$ C. $h(x) = x + \frac{1}{x}$ D. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - 2$
- Câu 70.** Cho hàm số $y = f(x) = 3x^4 - 4x^2 + 3$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A. $y = f(x)$ là hàm số chẵn. B. $y = f(x)$ là hàm số lẻ.
C. $y = f(x)$ là hàm số không có tính chẵn lẻ. D. $y = f(x)$ là hàm số vừa chẵn vừa lẻ.
- Câu 71.** Cho các hàm số
(I) $y = 3x + 2$ (II) $y = x^2 + 5x + 2018$
(III) $y = 5x^3 - 3x^2 + x + 1$ (IV) $y = x^4 - x^2 + 1$
Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số chẵn?
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- Câu 72.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?
- A. $y = x^2 + \frac{1}{x}$ B. $y = \frac{x}{x^4 - 2x^2 + 1}$
C. $y = \frac{1}{4x^3}$ D. $y = (2x - 1)^{2018} + (2x + 1)^{2018}$
- Câu 73.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là hàm số chẵn?
- A. $y = x^3 - 2x$ B. $y = 3x^4 + x^2 + 5$ C. $y = \sqrt{x+1}$ D. $y = 2x^2 + x$
- Câu 74.** Cho hàm số $f(x) = x\sqrt{x^2 + 3}$; $g(x) = |x+3| + |x-3|$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $f(x)$ là hàm chẵn; $g(x)$ là hàm lẻ. B. Cả $f(x)$ và $g(x)$ là hàm chẵn.

C. Cả $f(x)$ và $g(x)$ là hàm lẻ D. $f(x)$ là hàm lẻ; $g(x)$ là hàm chẵn.

Câu 75. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm chẵn?

- A. $y = \sqrt{2-x} + \sqrt{2+x}$ B. $y = \sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}$
C. $y = |x+2| - |x-2|$ D. $y = x^4 + x + 1$

Câu 76. Nêu tính chẵn, lẻ của hai hàm số $f(x) = |x+2| - |x-2|$, $g(x) = -|x|$.

- A. $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số chẵn.
B. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số chẵn.
C. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số lẻ.
D. $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ.

Câu 77. Trong các hàm số sau, hàm số nào không phải là hàm số chẵn?

- A. $y = |x+1| + |1-x|$ B. $y = |x+1| - |1-x|$
C. $y = |x^2+1| + |1-x^2|$ D. $y = |x^2+1| - |1-x^2|$

Câu 78. Cho hai hàm số $f(x) = |x+2| - |x-2|$, $g(x) = -|x|$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số chẵn. B. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số chẵn.
C. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số lẻ. D. $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ.

Câu 79. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{x}$ và $g(x) = |x^3| - 4|x|$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(x)$ là hàm số chẵn và $g(x)$ là hàm số lẻ.
B. $f(x)$ và $g(x)$ là hàm số chẵn.
C. $f(x)$ và $g(x)$ là hàm số lẻ.
D. $f(x)$ là hàm số lẻ và $g(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 80. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập đối xứng. Trên D , xét các hàm số $F(x) = \frac{1}{2}[f(x) + f(-x)]$ và $G(x) = \frac{1}{2}[f(x) - f(-x)]$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F(x)$ và $G(x)$ là các hàm số chẵn trên D .
B. $F(x)$ và $G(x)$ là các hàm số lẻ trên D .
C. $F(x)$ là hàm số chẵn và $G(x)$ là hàm số lẻ trên D .

Câu 81. Cho 4 hàm số sau:

(I): $y = x(|x| - 2)$ (II): $y = 2x^2 - 5|x|$;

(III): $y = \frac{|x|+2}{x^2}$; (IV): $y = \frac{|x|+2}{|x|-2}$.

Trong 4 hàm số trên, có bao nhiêu hàm số chẵn?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

$$y = f(x) = \begin{cases} -1 & \text{khi } x < 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \\ 1 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$$

- Câu 82.** Hàm số
A. chẵn
B. lẻ
C. vừa chẵn vừa lẻ
D. không chẵn không lẻ

- Câu 83.** Có bao nhiêu hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ vừa là hàm số chẵn vừa là hàm số lẻ?
A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số

- Câu 84.** Hàm số $f(x) = -x + |x+2| - |x-2|$ là
A. hàm số chẵn
B. hàm số lẻ
C. hàm số không chẵn, không lẻ
D. hàm số vừa chẵn, vừa lẻ

- Câu 85.** Trong các hàm số sau, có bao nhiêu hàm số chẵn: $y = \sqrt{20-x^2}$; $y = -7x^4 + 2|x| + 1$;
 $y = \frac{x^4+10}{x}$; $y = |x+2| + |x-2|$; $y = \frac{\sqrt{x^4-x} + \sqrt{x^4+x}}{|x|+4}$?
A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

- Câu 86.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$ **B.** $f(x) = x^2 - |x|$ **C.** $f(x) = x^3 + x + 1$ **D.** $f(x) = \frac{x}{x+1}$

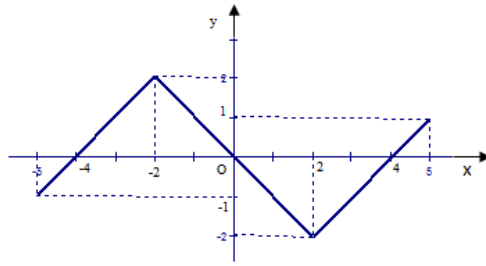
$$f(x) = \begin{cases} -x^3 - 6 & \text{khi } x \leq -2 \\ |x| & \text{khi } -2 < x < 2. \\ x^3 - 6 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$$

- Câu 87.** (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Cho hàm số
định nào sau đây đúng? Khăng
A. Đồ thị hàm số $f(x)$ đối xứng nhau qua gốc tọa độ.
B. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua trục hoành.
C. $f(x)$ là hàm số lẻ.
D. $f(x)$ là hàm số chẵn

- Câu 88.** Trong các hàm số sau, có bao nhiêu hàm số chẵn: $y = \sqrt{20-x^2}$, $y = -7x^4 + 2|x| + 1$;
 $y = \frac{x^4+10}{x}$, $y = |x+2| + |x-2|$, $y = \frac{\sqrt{x^4-x} + \sqrt{x^4+x}}{|x|+4}$?
A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Dạng 2.2 Xác định tính chẵn, lẻ thông qua tính chất của đồ thị hàm số

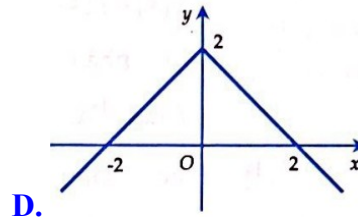
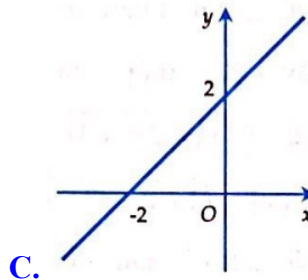
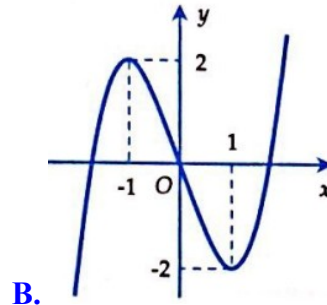
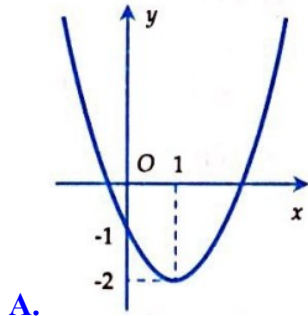
- Câu 89.** Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-5; 5]$ và đồ thị của nó được biểu diễn bởi hình dưới đây.



Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.
- B. Đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-5; -2)$ và $(2; 5)$.
- D. Hàm số chẵn.

Câu 90. Các hình dưới đây là đồ thị của các hàm số cùng có tập xác định là $\mathbb{R}$. Trong các đồ thị đó, đâu là đồ thị của một hàm số chẵn?



Câu 91. Cho hàm số $y = f(x) = |x - 2018| + |x + 2018|$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận trục tung làm trục đối xứng.
- C. Hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.

Câu 92. Đồ thị hàm số nào sau đây có tâm đối xứng?

- A. $y = x^3 + x$
- B. $y = x^2$
- C. $y = x^4 + 3x^2 - 1$
- D. $y = |x|$

Dạng 2.3 Xác định tính chẵn, lẻ của hàm số có điều kiện cho trước

Câu 93. Biết rằng khi $m = m_0$ thì hàm số $f(x) = x^3 + (m^2 - 1)x^2 + 2x + m - 1$ là hàm số lẻ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m \in \left[\frac{-1}{2}; 0 \right]$
- B. $m \in \left(0; \frac{1}{2} \right]$
- C. $m \in [3; +\infty)$
- D. $m \in \left(\frac{1}{2}; 3 \right]$

- Câu 94.** Tìm m để đồ thị hàm số $y = -2x^3 + (m^2 - 3m + 2)x^2 + (m + 5)x + m - 2$ nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.
A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 0$.
- Câu 95.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = 2x^3 + 2(m^2 - 4)x^2 + (4 + m)x + 3m - 6$ là một hàm số lẻ
A. $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -4$. **D.** $m = \pm 2$.
- Câu 96.** Cho hàm số $f(x) = (m^2 + 3m - 4)x^{2017} + m^2 - 7$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số f là hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$. Tính tổng các phần tử của S .
A. 0 . **B.** -3 . **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $2\sqrt{7}$.
- Câu 97.** Tìm điều kiện của m để hàm số $y = x^4 - m(m - 1)x^3 + x^2 + mx + m^2$ là hàm số chẵn.
A. $m = 0$. **B.** $m = 1$ hoặc $m = 0$. **C.** không tồn tại m . **D.** $0 < m < 1$.
- Câu 98.** Biết rằng khi $m = m_0$ thì hàm số $f(x) = x^3 + (m^2 - 1)x^2 + 2x + m - 1$ là hàm số lẻ. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $m_0 \in [3; +\infty)$. **B.** $m_0 \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right]$. **C.** $m_0 \in \left(\frac{1}{2}; 3\right]$. **D.** $m_0 \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$.
- Câu 99.** Trong các hàm số $y = \sqrt{x^4 + 6x^2 + 10}$; $y = \frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x}$; $y = |x|^5 \cdot x^3$; $y = \sqrt{2x - 1} + x$; $y = x^3 - \frac{\sqrt{5}}{x}$ tồn tại a hàm số chẵn, b hàm số lẻ. Tính $5a + 6b$.
A. 27 . **B.** 28 . **C.** 23 . **D.** 20 .
- Câu 100.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{m\sqrt{2018 + x} + (m^2 - 2)\sqrt{2018 - x}}{(m^2 - 1)x}$ có đồ thị là (C_m) (m là tham số). Số giá trị của m để đồ thị (C_m) nhận trục Oy làm trục đối xứng là
A. 0 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 3 .

Dạng 3. Sự biến thiên của hàm số

Dạng 3.1 Xác định sự biến thiên của hàm số cho trước

- Câu 101.** Chọn khẳng định đúng?
A. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
B. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$.
C. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.
D. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- Câu 102.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$?
A. $y = 1 - 2x$ **B.** $y = 3x + 2$ **C.** $y = x^2 + 2x - 1$ **D.** $y = -2(2x - 3)$
- Câu 103.** Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
A. $y = x$ **B.** $y = -2x$ **C.** $y = 2x$ **D.** $y = \frac{1}{2}x$

- Câu 104.** Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = \frac{3}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- D. Hàm số không đồng biến, không nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- Câu 105.** Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng
- A. $(-\infty; 2)$ B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ C. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$ D. $(1; +\infty)$

- Câu 106.** Hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?
- A. $(-1; 0)$ B. $(-1; 1)$ C. $(0; 1)$ D. $(1; +\infty)$

- Câu 107.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$?
- A. $y = \sqrt{1-x^2}$ B. $y = x^2$
- C. $y = \frac{x+1}{x}$ D. $y = -x^3 + 3x$

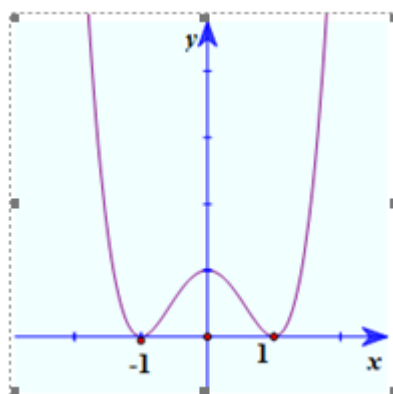
Dạng 3.2 Xác định sự biến thiên thông qua đồ thị của hàm số

- Câu 108.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$ B. $(1; +\infty)$ C. $(-2; 2)$ D. $(0; 1)$
- Câu 109.** Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ.

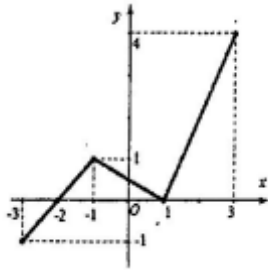


Chọn đáp án sai.

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

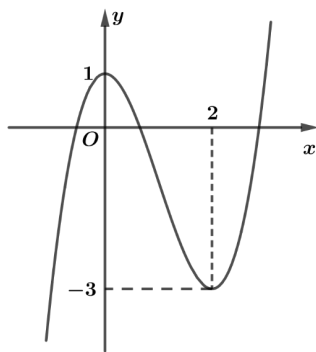
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 110. (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3;3]$ và có đồ thị được biểu diễn bởi hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số $y = f(x) + 2018$ đồng biến trên các khoảng $(-3; -1)$ và $(1; 3)$.
- B. Hàm số $y = f(x) + 2018$ đồng biến trên các khoảng $(-2; 1)$ và $(1; 3)$.
- C. Hàm số $y = f(x) + 2018$ nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(0; 1)$.
- D. Hàm số $y = f(x) + 2018$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

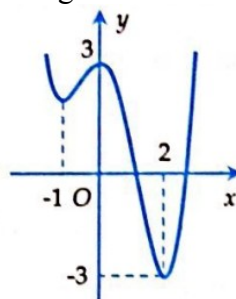
Câu 111. Cho hàm số có đồ thị như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 112. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$

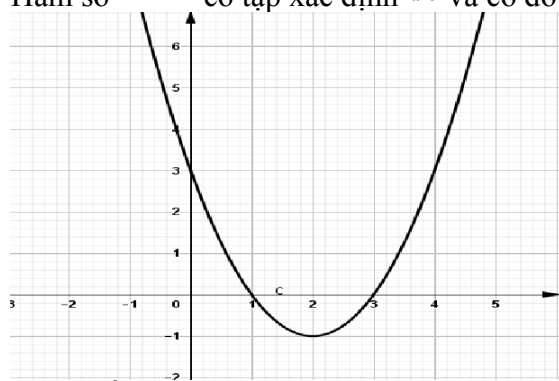
Câu 113. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	2	-32	$+\infty$

Đặt $h(x) = 5x - f(x)$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $h(3) < h(1) < h(2)$ **B.** $h(1) < h(2) < h(3)$
C. $h(2) < h(1) < h(3)$ **D.** $h(3) < h(2) < h(1)$

Câu 114. Hàm số $f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



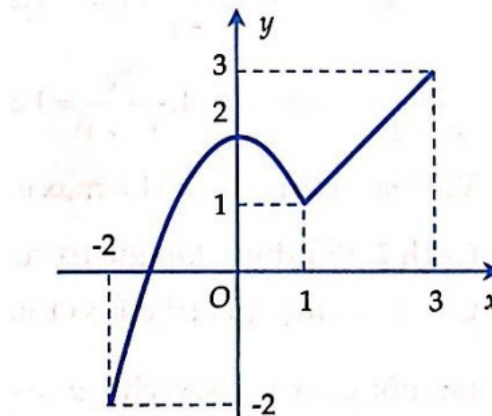
Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.** Đồ thị hàm số cắt trục hoành theo một dây cung có độ dài bằng 2.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;5)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.
D. $f(\sqrt{2019}) < f(\sqrt{2017})$

Dạng 4. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

Dạng 4.1 Biến đổi sử dụng tập giá trị của hàm số

Câu 115. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-2;3]$ có đồ thị được cho như trong hình dưới đây:



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Tính $M + m$.

- A.** $M + m = 0$ **B.** $M + m = 1$ **C.** $M + m = 2$ **D.** $M + m = 3$

Câu 116. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x - 2| - 3|x - 1|$ trên đoạn $[0; 2]$ là
A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -3.

Câu 117. Cho hàm số $y = \begin{cases} 2x - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 1 & \text{khi } 0 < x < 1 \\ 1 - 2x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 2]$ là:
A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 118. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$. Tìm $M + m$.
A. $M + m = 2 + \sqrt{2}$
B. $M + m = 2$
C. $M + m = 4$
D. $M + m = 4 + \sqrt{2}$

Câu 119. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 + 1}$. Tìm $M - m$.
A. $M - m = 8$ **B.** $M - m = 9$
C. $M - m = 10$ **D.** $M - m = 11$

Dạng 4.2 Phân tích hằng đẳng thức

Câu 120. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 2\sqrt{x+2}$ bằng
A. -2 **B.** -1 **C.** 0 **D.** 1

Câu 121. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 + (x-3)^2$.
A. 0 **B.** $\frac{9}{2}$ **C.** $\frac{-9}{2}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Câu 122. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x) = x - \sqrt{x-2}$.
A. $m = 0$ **B.** $m = 2$
C. $m = \frac{7}{4}$ **D.** $m = \frac{3}{4}$

Dạng 4.3 Áp dụng bất đẳng thức cô-si, Bu-nhi-a-cốp-xki

Câu 123. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$. Tính $m^2 + M^2$.
A. $m^2 + M^2 = \frac{1}{2}$ **B.** $m^2 + M^2 = 2$
C. $m^2 + M^2 = 1$ **D.** $m^2 + M^2 = 4$

Câu 124. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x-3)(5-x)$ với $-3 \leq x \leq 5$. Tìm $M + 2m$.
A. $M + 2m = 8$ **B.** $M + 2m = 16$
C. $M + 2m = 24$ **D.** $M + 2m = 32$

Câu 125. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{2}{x-1}$ với $x > 1$. Tìm $[m]$.

A. $[m] = 0$ B. $[m] = 1$
 C. $[m] = 2$ D. $[m] = 3$

Câu 126. Cho hàm số $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$.

a) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa mãn $f(x) \leq m$ với mọi $x \in [-1; 1]$.

A. $m \geq \sqrt{2}$ B. $m < 0$
 C. $m = \sqrt{2}$ D. $m < \sqrt{2}$

Câu 127. Trong các hàm số sau, hàm số nào có tập giá trị là đoạn $[0; 2]$?

A. $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$
 B. $g(x) = x + \sqrt{2-x^2}$
 C. $h(x) = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 1}}$
 D. $k(x) = \sqrt{4x - x^2}$

Câu 128. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x+1}{\sqrt{x^2+3}}$. Biết $M = \frac{\sqrt{a}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và b nhỏ nhất. Tìm $a+b$.

A. $a+b=87$ B. $a+b=88$
 C. $a+b=89$ D. $a+b=90$

Câu 129. Người ta cần xây một chiếc bể chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 500.000 đồng/m² lòng bể. Khi đó, kích thước của bể nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là:

A. Chiều dài 20m, chiều rộng 10m, chiều cao $\frac{5}{6}$ m.
 B. Chiều dài 10m, chiều rộng 5m, chiều cao $\frac{10}{3}$ m.
 C. Chiều dài 30m, chiều rộng 15m, chiều cao $\frac{10}{27}$ m.
 D. Một đáp án khác.

Dạng 5. Một số bài toán liên quan đến đồ thị của hàm số

Câu 130. Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc đồ thị của hàm số?

A. $M_1(2; 3)$. B. $M_2(0; -1)$. C. $M_3\left(\frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$. D. $M_4(1; 0)$.

Câu 131. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số đã cho?

A. $(-2; 0)$

B. $(1; 1)$

C. $(-2; -12)$

D. $(1; -1)$

Câu 132. Đồ thị hàm số

$$y = f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \leq 2 \\ x^2 - 3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$$

đi qua điểm có tọa độ nào sau đây ?

A. $(0; -3)$

B. $(3; 6)$

C. $(2; 5)$

D. $(2; 1)$

Câu 133. Đồ thị của hàm số

$$y = f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \leq 2 \\ -3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$$

đi qua điểm nào sau đây?

A. $(0; -3)$

B. $(3; 7)$

C. $(2; -3)$

D. $(0; 1)$

Câu 134. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số

$$y = \frac{x-2}{x(x-1)}$$

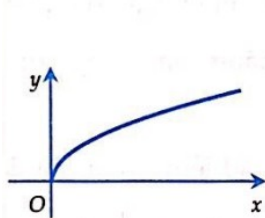
A. $M(0; -1)$

B. $M(2; 1)$

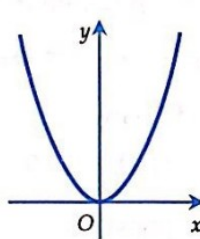
C. $M(2; 0)$

D. $M(1; 1)$

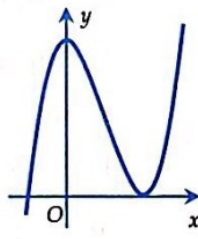
Câu 135. Đường cong trong hình nào dưới đây **không phải** là đồ thị của một hàm số dạng $y = f(x)$?



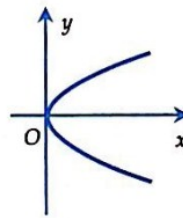
A.



B.



C.



D.

Câu 136. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị trùng với đồ thị hàm số $y = x + 2$?

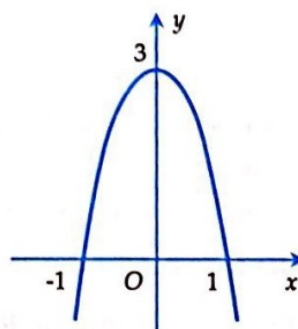
A. $y = (\sqrt{x+2})^2$

B. $y = \frac{(x+2)^2}{x+2}$

C. $y = x(x+1) + 2 - x^2$

D. $y = \frac{x^2(x+2)}{x^2}$

Câu 137. Đường cong trong hình sau đây là đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 + 3x^2 - 3$

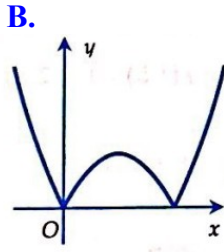
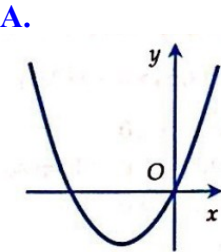
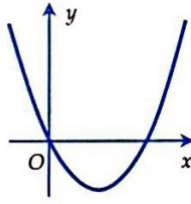
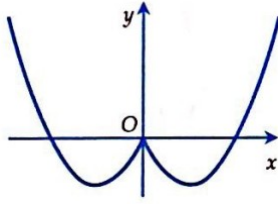
B. $y = -x^2 + 2x + 3$

C. $y = x^4 + 2x^2 - 3$

D. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$

Câu 138. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$. Có bao nhiêu điểm trên đồ thị hàm số có tung độ bằng 1?
A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 139. Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(x) = x^2 - 2|x|$?



Câu 140. Có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số $y = \sqrt{x + \sqrt{x}}$?
A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Dạng 6. Xác định biểu thức của hàm số

Câu 141. Cho hàm số $y = f(x) = | -5x |$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $f(-1) = 5$ **B.** $f(-2) = 10$ **C.** $f\left(\frac{2}{5}\right) = -1$ **D.** $f(2) = 10$

Câu 142. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x-2}-3}{x-1} & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính $P = f(2) + f(-2)$.

A. $P = 3$ **B.** $P = 2$ **C.** $P = \frac{7}{3}$ **D.** $P = 6$

Câu 143. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tính giá trị $S = f(2)$.

A. $S = -1$ **B.** $S = 1$ **C.** $S = 2$ **D.** $S = -2$

Câu 144. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. Kết quả sai là

A. $f(1) = 0$ **B.** $f(2) = 0$ **C.** $f(3) = 0$ **D.** $f(-4) = -24$

Câu 145. Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1}, & x \geq 0 \\ \frac{1}{x-1}, & x < 0 \end{cases}$. Giá trị $f(0), f(2), f(-2)$ là

A. $f(0) = 0; f(2) = \frac{2}{3}; f(-2) = 2$ **B.** $f(0) = 0; f(2) = \frac{2}{3}; f(-2) = -\frac{1}{3}$

C. $f(0)=0; f(2)=1, f(-2)=-\frac{1}{3}$.

D. $f(0)=0; f(2)=1, f(-2)=2$.

Câu 146. (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019) Cho hàm số:

$$y = f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{khi } -2 < x \leq 1 \\ x-1 & \text{khi } 1 < x \leq 2 \\ 5-x^2 & \text{khi } 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $f(3)=2$

B. $f(3)=-2$

C. $f(3)=-4$

D. $f(3)=-1$

Câu 147. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3(x-2) & \text{khi } -1 \leq x < 2 \\ \sqrt{x^2-4} & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$. Tính giá trị $f(3)$.

A. Không xác định.

B. $f(3)=\sqrt{5}$ hoặc $f(3)=3$

C. $f(3)=\sqrt{5}$

D. $f(3)=3$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{x+1} & \text{khi } x \geq 0 \\ \frac{\sqrt[3]{2+3x}}{x-2} & \text{khi } -2 \leq x < 0 \end{cases}$$

Câu 148. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Cho hàm số

Ta có kết quả nào sau đây **đúng**?

A. $f(-1)=\frac{1}{3}; f(2)=\frac{7}{3}$

B. $f(0)=2; f(-3)=\sqrt{7}$

C. $f(-1)$: không xác định; $f(-3)=-\frac{11}{24}$

D. $f(-1)=\sqrt{8}; f(3)=0$

Câu 149. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -2x+1 & \text{khi } x \leq -3 \\ \frac{x+7}{2} & \text{khi } x > -3 \end{cases}$. Biết $f(x_0)=5$ thì x_0 là

A. -2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Câu 150. Cho hàm số $y = \begin{cases} -2(x-2) & \text{neá } -1 \leq x < 1 \\ \sqrt{x^2-1} & \text{neá } x \geq 1 \end{cases}$. Tính $f(-1)$.

A. -6.

B. 6.

C. 5.

D. -5.

Câu 151. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2(x-3) & \text{neá } -1 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x^2-1} & \text{neá } x \geq 1 \end{cases}$; giá trị của $f(-1); f(\sqrt{10})$ lần lượt là

A. 8 và 0.

B. 0 và 8.

C. -8 và 3.

D. 3 và -8.

Câu 152. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-1} & \text{khi } x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{x+1} & \text{khi } x \in [0; 2] \\ x^2-1 & \text{khi } x \in (2; 5] \end{cases}$. Tính $f(4)$.

A. Không tính được.

B. $f(4)=\frac{2}{3}$

C. $f(4)=15$

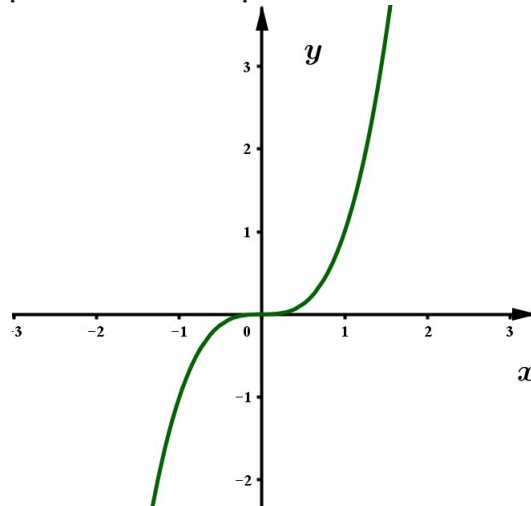
D. $f(4)=\sqrt{5}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x+2} - 3}{x-1} & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 + 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}.$$

Câu 153. (THPT Yên Mỹ Hưng Yên lần 1 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ bằng

- A. 6. B. 4. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

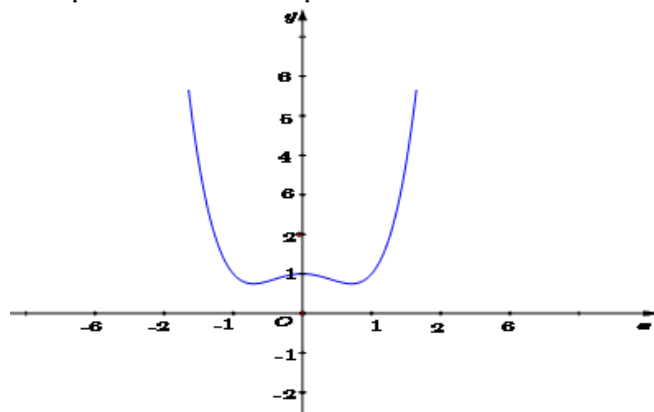
Câu 154. Hàm số $f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tính giá trị biểu thức $f(\sqrt{2018}) + f(-\sqrt{2018})$

- A. -2018. B. 0. C. 2018. D. 4036.

Câu 155. Hàm số $f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $f(-1) = f(1) = 1$. B. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 5)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-6; -1)$.

Câu 156. (THUẬN THÀNH SỐ 2 LẦN 1_2018-2019)

$$y = \frac{\sqrt{2016+9x} - \sqrt{2016-9x}}{|x|}$$

Cho hàm số . Tính giá trị của biểu thức:

$$S = f(220) + f(-221) + f(222) + f(-223) + f(-220) + f(221) + f(-222) + f(223) + f(224)$$

- A. $24\sqrt{7}$. B. $\frac{24\sqrt{7}}{223}$. C. $\frac{6\sqrt{7}}{55}$. D. $\frac{3\sqrt{7}}{28}$.

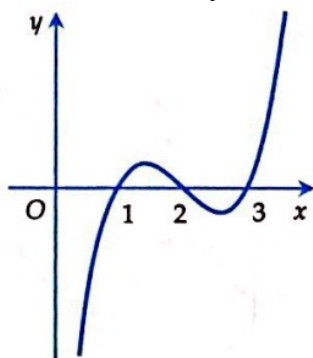
Câu 157. Cho hai hàm số $f(x)=x^2+5$ và $g(x)=x^3+2x^2+1$. Tính tổng các hệ số của hàm số $f(g(x))$

- A. 18 B. 19 C. 20 D. 21

Câu 158. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\forall x \in \mathbb{R}: f(x-1)=x^2+3x-2$. Tìm biểu thức $f(x)$

- A. $f(x)=x^2+5x+2$ B. $f(x)=x^2+5x-2$
C. $f(x)=x^2+x-2$ D. $f(x)=x^2+x+2$

Câu 159. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $f(1,5) < 0 < f(2,5)$
B. $f(1,5) < 0, f(2,5) < 0$
C. $f(1,5) > 0, f(2,5) > 0$
D. $f(1,5) > 0 > f(2,5)$

Câu 160. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{36\}$. Biết

$$f(2x-5)=x^2+3x-2 \text{ và } g(5x+1)=\frac{x}{x-7}. \text{ Tính } g(f(1)).$$

- A. $g(f(1))=\frac{-3}{4}$ B. $g(f(1))=\frac{3}{4}$
C. $g(f(1))=\frac{47}{4}$ D. $g(f(1))=\frac{-47}{4}$

Câu 161. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^3+\frac{1}{x^3} \forall x \neq 0$. Tính $f(3)$.

- A. $f(3)=36$ B. $f(3)=18$
C. $f(3)=29$ D. $f(3)=25$

Câu 162. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ thỏa mãn $f\left(\frac{3x-2}{x-1}\right)=x+2 \forall x \neq 1$. Tính $f(2)+f(4)$

- A. $f(2)+f(4)=6$ B. $f(2)+f(4)=2$
C. $f(2)+f(4)=-6$ D. $f(2)+f(4)=-2$

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

Dạng 1. Tập xác định của hàm số

Dạng 1.1 Hàm số phân thức

Câu 1. Chọn D

Hàm số là hàm đa thức nên xác định với mọi số thực x .

Câu 2. Chọn C

Điều kiện xác định: $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Câu 3. Chọn A

Điều kiện xác định: $2x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Nên tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 4. Chọn C

Điều kiện: $x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Câu 5. Chọn D

Hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-2}$ xác định khi $x \neq 1$. Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 6. Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

Câu 7. Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} x - 1 \neq 0 \\ x + 5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -5 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -5\}$.

Câu 8. Chọn A

Điều kiện: $x^2 - 5x - 6 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 6 \end{cases}$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$.

Câu 9. Điều kiện xác định: $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x^2-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$. Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; \pm 2\}$.

Đáp án D.

Lưu ý: Nếu rút gọn $y = \frac{1}{x^2-4}$ rồi khẳng định $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ là sai. Vì với $x = -1$ thì biểu thức ban đầu $\frac{x+1}{(x+1)(x^2-4)}$ không xác định.

Dạng 1.2 Hàm số chứa căn thức

Câu 10. Chọn C

Hàm số $y = \sqrt{3x-1}$ xác định $\Leftrightarrow 3x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{3}$.

Vậy: $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty \right)$.

Câu 11. Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số là $8-2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4$, nên tập xác định là $(-\infty; 4]$.

Câu 12. Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} 4-x \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq 2 \end{cases}$ suy ra TXĐ: $D = [2; 4]$.

Câu 13. Chọn C

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} 1+2x \geq 0 \\ 6+x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left[-\frac{1}{2}; +\infty \right)$.

Câu 14. Chọn A

$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq -2 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -1$

Câu 15. Chọn D

Để hàm số $y = \sqrt{x+2} + 4\sqrt{3-x}$ xác định thì $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow x \in [-2; 3]$.

Câu 16. Chọn D

$\begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[\frac{3}{2}; 2 \right]$

Điều kiện

Câu 17. Chọn C

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 2x^2-7x+3 \geq 0 \\ -2x^2+9x-4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \vee x \geq 3 \\ \frac{1}{2} \leq x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x \leq 4 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = [3; 4] \cup \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

Câu 18. Chọn A

Điều kiện xác định: $4-3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{4}{3}$.

Câu 19. Chọn A

$$\begin{cases} 9 - x \geq 0 \\ 2x - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x > \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{2} < x \leq 9.$$

Điều kiện xác định:

$$D = \left(\frac{5}{2}; 9 \right]$$

Tập xác định:

Câu 20. Chọn C

$$\begin{cases} x - 3 \neq 0 \\ 2x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 3 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Điều kiện xác định:

$$D = \left(\frac{1}{2}; +\infty \right) \setminus \{3\}$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là:

Câu 21. Chọn B

$$y = \frac{2\sqrt{x}}{x^2 + 4} \text{ có tập xác định là } (0; +\infty)$$

$$y = \frac{3x}{x^2 - 4} \text{ có tập xác định là } \mathbf{R} \setminus \{-2; 2\}$$

$$y = x^2 - 2\sqrt{x-1} - 3 \text{ có tập xác định là } [1; +\infty)$$

Câu 22. Chọn C

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ (x^2 - 4)\sqrt{5-x} \neq 0 \\ 5 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [1; 5) \setminus \{2\}$$

Điều kiện xác định

Câu 23. Chọn A

$$y = \frac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}} \text{ xác định khi và chỉ khi } \begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > -4 \end{cases}$$

Hàm số

xác định khi và chỉ khi

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}$$

Câu 24. Chọn D

$$y = \frac{\sqrt{x+4}}{(x+1)\sqrt{3-2x}} \text{ xác định thì: } \begin{cases} x+4 \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \\ 3-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \neq -1 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in [-4; -1) \cup \left(-1; \frac{3}{2}\right)$$

Để hàm số

xác định thì:

Câu 25. Chọn A

$$\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 3$$

Hàm số xác định khi

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = (1; 3]$$

Câu 26. Chọn A

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} 6-x \geq 0 \\ 5x-10 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 6 \\ x \neq 2 \end{cases} \text{ . Vậy tập xác định của hàm số là } D = (-\infty; 6] \setminus \{2\}.$$

Câu 27. Chọn C

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \neq 3$$

Tập xác định là

Câu 28. Chọn A

Câu 29. Chọn C

$$\begin{cases} 3 - 2x \geq 0 \\ 2x - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Điều kiện xác định của hàm số trên là

$$D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \setminus \{1\}$$

Vậy tập xác định:

Câu 30. Chọn A

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ \sqrt{x+2} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Câu 31. Chọn A

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x \geq 0 \\ 25 - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \vee x \geq 2 \\ -5 < x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < x \leq 0 \\ 2 \leq x < 5 \end{cases}$$

Hàm số đã cho xác định

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là: } D = (-5; 0] \cup [2; 5)$$

Câu 32. Chọn A

$$\begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ x^2 - 5x + 6 \neq 0 \\ 4 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 2 \\ x \neq 3 \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-1; 4) \setminus \{2; 3\}.$$

ĐK:

$$\text{Vậy TXĐ: } D = [-1; 4) \setminus \{2; 3\}.$$

Câu 33. Điều kiện xác định

$$\text{Vậy } D = \mathbb{R}_+ \setminus \{1; 2\}$$

Đáp án C.

Câu 34. Đáp án C.

Với $x \leq 0$ thì $x - 2 \neq 0$ nên hàm số xác định với mọi $x \leq 0$.

Với $x > 0$: Hàm số xác định khi $1 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$.

$$\text{Vậy } D = (-\infty; 0] \cup (0; 1] = (-\infty; 1]$$

Câu 35. Chọn B

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -\frac{3}{4} \\ x \neq \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow D = [-2; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\} \\ \text{Điều kiện xác định của hàm số } &\begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ 4|x| - 3 \neq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 36.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} 3x - 2 \geq 0 \\ 4 - 3x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x < \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} \leq x < \frac{4}{3}$$

Điều kiện xác định:

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{4}{3} \right)$.

Câu 37. Chọn A

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x|x|+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Dạng 1.3 Tìm tập xác định của hàm số có điều kiện

Câu 38. Chọn B

Hàm số xác định khi $-x^2 + 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$

TXĐ: $D = (1; 2)$ nên $a = 1; b = 2 \Rightarrow S = a^2 + b^2 = 5$

Câu 39. Chọn B

Hàm số $y = \frac{x^2 - 7x + 8}{x^2 - 3x + 1}$ xác định khi: $x^2 - 3x + 1 \neq 0$.

Gọi a, b là 2 nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$.

$$\text{Theo Vi-et có } \begin{cases} a+b=3 \\ a.b=1 \end{cases}$$

Có $Q = a^3 + b^3 - 4ab = (a+b)^3 - 3ab(a+b) - 4ab = 27 - 3.3 - 4 = 14$

Vậy $Q = 14$.

Câu 40. Chọn B

Hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2 - 2x - 3 - m}$ xác định trên $\mathbb{R}$ khi phương trình $x^2 - 2x - 3 - m = 0$ vô nghiệm
Hay $\Delta' = m + 4 < 0 \Leftrightarrow m < -4$.

Câu 41. Chọn D

$$\text{Ta có } y = \sqrt{\frac{3x+5}{x-1} - 4} = \sqrt{\frac{3x+5-4(x-1)}{x-1}} = \sqrt{\frac{-x+9}{x-1}}.$$

Điều kiện xác định của hàm số:

$$\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ \frac{-x+9}{x-1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-x+9}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x+9 \geq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x > 1 \end{cases} (TM) \Leftrightarrow 1 < x \leq 9$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x+9 \leq 0 \\ x-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 9 \\ x < 1 \end{cases} (L)$$

TXĐ: $D = (1; 9]$.

Vậy $a = 1, b = 9 \Rightarrow a + b = 10$.

Câu 42. Chọn C

$$\text{Hàm số xác định khi và chỉ khi } \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 > 0 \\ x - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 1 \\ x \geq m \end{cases}$$

Để hàm số có tập xác định khác tập rỗng thì $m < 1$

Câu 43. Đáp án C.

Điều kiện xác định của hàm số $y = f(-x^2)$ là: $-1 \leq -x^2 \leq 0$
 $\Leftrightarrow 0 \leq x^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$

Vậy $D = [-1; 1]$.

Câu 44. Chọn B

Điều kiện: $x^2 - 3mx + 4 \geq 0$

YCBT $\Leftrightarrow x^2 - 3mx + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\frac{-\Delta}{4a} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-9m^2 + 16}{4} \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \leq \left(\frac{4}{3}\right)^2$$

Câu 45. Chọn B

ĐK: $x \geq \frac{m+1}{3} \Rightarrow D = \left[\frac{m+1}{3}; +\infty\right)$

Để hàm số xác định trên $(1; +\infty)$ thì $(1; +\infty) \subset \left[\frac{m+1}{3}; +\infty\right) \Leftrightarrow \frac{m+1}{3} \leq 1 \Leftrightarrow m+1 \leq 3 \Rightarrow m \leq 2$

Câu 46. Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số là:

$$\begin{cases} x - 2m + 3 \geq 0 \\ x - m \neq 0 \\ -x + m + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2m - 3 \\ x \neq m \\ x < m + 5 \end{cases}$$

Điều kiện xác định của hàm số là:

TH1. $2m - 3 \geq m + 5 \Leftrightarrow m \geq 8 \Rightarrow$ tập xác định của hàm số là: $D = \emptyset \Rightarrow m \geq 8$ loại.

TH2. $2m - 3 < m + 5 \Leftrightarrow m < 8 \Rightarrow$ TXĐ của hàm số là: $D = [2m - 3; m + 5) \setminus \{m\}$

Để hàm số xác định trên khoảng $(0; 1)$ thì $(0; 1) \subset D$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m - 3 \leq 0 \\ m + 5 \geq 1 \\ m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2} \\ m \geq -4 \\ m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 \leq m \leq 0 \\ 1 \leq m \leq \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$$

Suy ra

Câu 47. Chọn A

+/- Điều kiện xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{5+x} + \sqrt{5-x}$ là $\begin{cases} 5+x \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 5$

$$f(x) = \sqrt{5+x} + \sqrt{5-x} \text{ là } D_1 = [-5; 5]$$

Suy ra tập xác định của

+/- Điều kiện xác định của hàm số $g(x) = \frac{3x+4}{\sqrt{x+4}}$ là $x+4 > 0 \Leftrightarrow x > -4$

Suy ra tập xác định của $g(x) = \frac{3x+4}{\sqrt{x+4}}$ là $D_2 = (-4; +\infty)$

Vậy $D_1 \cap D_2 = (-4; 5]; D_1 \cup D_2 = [-5; +\infty)$

Câu 48. Chọn B

Hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi $x^2 + 2x - m + 1 \neq 0, \forall x \Leftrightarrow \Delta = 1 + m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 0$

Câu 49. Chọn A

Hàm số xác định khi $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq m \\ x \neq m+2 \end{cases}$

Do đó tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{m+2; m\}$.

Vậy để hàm số xác định trên $[0; 1)$ điều kiện là:

$$m; m+2 \notin [0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 < 0 \\ m \geq 1 \\ m < 0 < 1 \leq m+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m \geq 1 \\ -1 \leq m < 0 \end{cases}$$

Câu 50. Chọn B

Hàm số xác định khi $x - m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m$.

Do đó hàm số xác định trên $(-1; 2) \Leftrightarrow m \notin (-1; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

Câu 51. Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} x - m + 1 \geq 0 \\ 2x - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m - 1 \\ x \geq \frac{m}{2} \end{cases}$

$$\forall x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 \leq 0 \\ \frac{m}{2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0$$

Hàm số xác định với

Câu 52. Chọn D

Hàm số xác định khi $x - 2m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2m - 1$.

Hàm số xác định với mọi $x \in [1; 3]$ thì $2m - 1 \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Câu 53. Chọn A

Ta có $y = \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{4-x^2}-1)^2} = |\sqrt{x-1}+1| + |\sqrt{4-x^2}-1|$

$$\cup \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 4-x^2 \geq 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ -2 \leq x \leq 2 \end{cases} \cup 1 \leq x \leq 2 \cup \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$$

Do đó hàm số đã cho xác định

Do đó $a + b = 3$. Chọn A

Câu 54. Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số đã cho là $\begin{cases} x - m + 2 \geq 0 \\ 5 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m - 2 \\ x < 5 \end{cases}$

Hàm số có tập xác định $D = [0; 5) \Leftrightarrow m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 55. Chọn C

Hàm số $y = \frac{\sqrt{m+1}}{3x^2 - 2x + m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \geq 0 \\ 3x^2 - 2x + m \neq 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 1 - 3m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{3}$$

Câu 56. Chọn A

Hàm số $y = \sqrt{x^2 - x + m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow x^2 - x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 (\text{vì } a=1) \\ \Delta \leq 0, \Delta = 1 - 4m \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{4}$$

Vậy $m \geq \frac{1}{4}$ thỏa yêu cầu bài.

Câu 57. Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số là $x - 2m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2m + 1$

$$\Leftrightarrow 2m + 1 \notin [3; 5] \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 1 < 3 \\ 2m + 1 > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$$

Yêu cầu bài toán

Câu 58. Chọn C.

Tập xác định: $\begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ 3 - x > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x < 3 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} \leq x < 3 \\ x \neq 0 \end{cases}$

Do x nguyên nên $x \in [1; 2]$

Câu 59. Chọn A

$$f(x) = \frac{2x - 3}{\sqrt{|x - 2| - 1}}$$

Xét

ĐKXĐ: $|x - 2| - 1 > 0 \Leftrightarrow |x - 2| > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 > 1 \\ x - 2 < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases} \Rightarrow D_1 = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$

$$g(x) = \frac{2x - \sqrt{m - 2x}}{|x| + 5}$$

Xét

Ta thấy $|x| + 5 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

ĐKXĐ: $m - 2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{m}{2} \Rightarrow D_2 = \left(-\infty; \frac{m}{2}\right]$

Để $D_2 \subset D_1$ thì $\frac{m}{2} < 1 \Leftrightarrow m < 2$

Vậy với $m < 2$ thì $D_2 \subset D_1$.

Câu 60. Chọn D

$$y = \frac{2\sqrt{x - 2m + 3}}{3(x - m)} + \frac{x - 2}{\sqrt{-x + m + 5}}$$

*Gọi D là tập xác định của hàm số

$$*x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2m + 3 \geq 0 \\ x - m \neq 0 \\ -x + m + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2m - 3 \\ x \neq m \\ x < m + 5 \end{cases}$$

*Hàm số $y = \frac{\sqrt{x - 2m + 3}}{x - m} + \frac{3x - 1}{\sqrt{-x + m + 5}}$ xác định trên khoảng $(0; 1)$

$$\Leftrightarrow (0; 1) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2} \\ 2m - 3 \leq 0 \\ m + 5 \geq 1 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -4 \\ \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$$

Câu 61. Chọn A

Hàm số $f(x) = \sqrt{x+2m-1} + \sqrt{4-2m-\frac{x}{2}}$ xác định khi: $\begin{cases} x \geq 1-2m \\ x \leq 8-4m \end{cases}$

Hàm số xác định trên $[0; 2]$ nên $1-2m \leq 0 \leq 2 \leq 8-4m \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{2} \Rightarrow m \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$
 $\Rightarrow a+b=2$

Câu 62. Chọn D

Tập xác định của hàm số là tập hợp các giá trị của x thỏa mãn điều kiện:

$$\begin{cases} -2x+3m+2 \geq 0 \\ 2x+4m-8 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3m+2}{2} \\ x \neq 4-2m \end{cases}$$

Để hàm số xác định trên khoảng $(-\infty; -2)$ cần có: $\begin{cases} \frac{3m+2}{2} \geq -2 \\ 4-2m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m \leq 3 \end{cases} \Rightarrow m \in [-2; 3]$

Câu 63. Đáp án A.

Với A: Điều kiện xác định:

$$3-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$$

Vậy $D = (-\infty; 3]$, chứa 3 số nguyên dương là 1; 2; 3.

Với B: Điều kiện xác định: $\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ \frac{2-x}{x+2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x \leq 2$

Vậy $D = (-2; 2]$, chứa 2 số nguyên dương là 1; 2.

Với C: Điều kiện xác định:

$$4-9x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq \frac{4}{9} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}$$

Vậy $D = \left[-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right]$ không chứa số nguyên dương nào.

Với D: Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} 27-x^3 \neq 0 \\ \frac{1}{27-x^3} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 27-x^3 > 0 \\ \Leftrightarrow x^3 < 27 \Leftrightarrow x < 3$$

Vậy $D = (-\infty; 3)$, chứa 2 số nguyên dương là 1; 2.

Câu 64. Đáp án A.

Hàm số xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} x-2m \neq 0 \\ 7m+1-2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2m \\ x \leq \frac{7m+1}{2} \end{cases}$$

Để tập xác định của hàm số chứa đoạn $[-1; 1]$ thì ta phải có

$$\begin{cases} \frac{7m+1}{2} \geq 1 \\ 2m > 1 \\ 2m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1/7 \\ m > 1/2 \\ m < -1/2 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$$

Vậy không có giá trị nguyên âm nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 65. Đáp án A.

Điều kiện xác định của hàm số:

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ m-2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq \frac{m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq \frac{m}{2}$$

(do $m \geq -2$ nên $\frac{m}{2} \geq -1$).

Vậy $D = \left[-1; \frac{m}{2}\right]$. Độ dài của D bằng 1 khi và chỉ khi $\frac{m}{2} - (-1) = 1 \Leftrightarrow m = 0$.

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Dạng 2. Tính chẵn, lẻ của hàm số

Dạng 2.1 Xác định tính chẵn, lẻ của hàm số cho trước

Câu 66. Chọn A

Đặt $f(x) = x^2$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$$\forall x \in D, f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$$

Vậy hàm số đã cho là hàm chẵn. Chọn đáp án A

Câu 67. Chọn C

Xét hàm số $y = \frac{4}{x}$.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ là tập đối xứng.

Ta có $f(x) = \frac{4}{x}$; $f(-x) = -\frac{4}{x}$. Suy ra $-f(x) = f(-x)$.

Kết luận hàm số $y = \frac{4}{x}$ là hàm số lẻ.

Câu 68. Chọn D

Đặt $f(x) = x^4 - x^2 + 3$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$.

$$f(-x) = (-x)^4 - (-x)^2 + 3 = x^4 - x^2 + 3 = f(x)$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 69. Chọn C

Câu 70. Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = 3(-x)^4 - 4(-x)^2 + 3 = 3x^4 - 4x^2 + 3 = f(x), \forall x \in D \end{cases}$$

Do đó hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 71. (I), (II) và (III) là các hàm không chẵn, không lẻ, chỉ có (IV) là hàm chẵn. Do đó B là đáp án đúng.

Đáp án B.

Câu 72. Chọn D

Đặt $y = f(x) = (2x-1)^{2018} + (2x+1)^{2018}$.

Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$.

Lại có: $f(-x) = (2(-x) - 1)^{2018} + (2(-x) + 1)^{2018} = (2x + 1)^{2018} + (2x - 1)^{2018} = f(x)$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ là số chẵn.

Câu 73. Chọn B

Ta thấy hàm số $y = 3x^4 + x^2 + 5$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$,

$f(-x) = 3(-x)^4 + (-x)^2 + 5 = 3x^4 + x^2 + 5 = f(x)$. Vậy hàm số $y = 3x^4 + x^2 + 5$ là hàm số chẵn.

Câu 74. Chọn D

Xét $f(x) = x\sqrt{x^2 + 3}$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta thấy $\forall x \in \mathbb{R}$ thì $-x \in \mathbb{R}$ và $f(-x) = (-x)\sqrt{(-x)^2 + 3} = -x\sqrt{x^2 + 3} = -f(x)$

Vậy nên $f(x)$ là hàm lẻ.

Xét $g(x) = |x + 3| + |x - 3|$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta thấy $\forall x \in \mathbb{R}$ thì $-x \in \mathbb{R}$ và

$$g(-x) = |-x + 3| + |-x - 3| = |-(x - 3)| + |-(x + 3)| = |x - 3| + |x + 3| = g(x)$$

Vậy nên $g(x)$ là hàm chẵn.

Câu 75. Chọn A

➤ Hàm số $y = \sqrt{2 - x} + \sqrt{2 + x}$ có tập xác định là $D = [-2; 2]$.

Suy ra: $\forall x \in D$ thì $-x \in D$.

Ta có: $f(-x) = \sqrt{2 - (-x)} + \sqrt{2 + (-x)} = \sqrt{2 + x} + \sqrt{2 - x} = f(x)$.

Vậy hàm số $y = \sqrt{2 - x} + \sqrt{2 + x}$ là hàm số chẵn.

➤ Hàm số $y = \sqrt{x + 2} + \sqrt{x - 2}$ có tập xác định là $D = [2; +\infty)$.

Ta có: $2 \in D$ nhưng $-2 \notin D$ nên hàm số trên không là hàm số chẵn cũng không là hàm số lẻ.

➤ Hàm số $y = |x + 2| - |x - 2|$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Suy ra: $\forall x \in D$ thì $-x \in D$.

Ta có: $f(-x) = |-x + 2| - |-x - 2| = |x - 2| - |x + 2| = -f(x)$.

Vậy hàm số $y = |x + 2| - |x - 2|$ là hàm số lẻ.

➤ Hàm số $y = x^4 + x + 1$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Suy ra: $\forall x \in D$ thì $-x \in D$.

Ta có: $f(1) = 3$ và $f(-1) \neq 1$. Do $f(1) \neq f(-1)$ và $f(1) \neq -f(-1)$ nên hàm số trên không là hàm số chẵn cũng không là hàm số lẻ.

Câu 76. Chọn B

⊛ Xét $f(x)$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$$

$$f(-x) = |-x+2| - |-x-2| = -(x+2) - (x-2) = -f(x)$$

Nên $f(x)$ là hàm số lẻ.

⊛ Xét $g(x)$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$$

$$g(-x) = -|-x| = -|x| = g(x)$$

Nên $g(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 77. Chọn B

Xét hàm số $y = |x+1| + |1-x|$

Với $x=1$ ta có: $y(-1) = -2; y(1) = 2$ nên $y(1) \neq y(-1)$. Vậy $y = |x+1| + |1-x|$ không là hàm số chẵn.

Câu 78. Chọn B

⊛ Xét $f(x)$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$$

$$f(-x) = |-x+2| - |-x-2| = -(x+2) - (x-2) = -f(x)$$

Nên $f(x)$ là hàm số lẻ.

⊛ Xét $g(x)$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$$

$$g(-x) = -|-x| = -|x| = g(x)$$

Nên $g(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 79. Chọn D

Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{x}$ có

Tập xác định: $D = [-1; 1] \setminus \{0\}$

Ta có: $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $f(-x) = \frac{\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}}{-x} = -f(x)$. Vậy nên; hàm số

$f(x) = \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{x}$ là hàm số lẻ.

Xét hàm số có

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $g(-x) = |(-x)^3| - 4|-x| = |x^3| - 4|x| = g(x)$. Vậy nên; hàm số $g(x) = |x^3| - 4|x|$ là hàm số chẵn.

Câu 80.

B. $F(x)$ và $G(x)$ là các hàm số lẻ trên **D**.

C. $F(x)$ là hàm số chẵn và $G(x)$ là hàm số lẻ trên **D**.

D. $F(x)$ là hàm số lẻ và $G(x)$ là hàm số chẵn trên **D**. $F(x)$ và $G(x)$ đều xác định trên tập đối xứng **D**.

$$\forall x \in D : F(-x) = \frac{1}{2} [f(-x) + f(x)] = \frac{1}{2} [f(x) + f(-x)] = F(x)$$

Ta có

Vậy $F(x)$ là hàm số chẵn trên **D**.

$$\forall x \in D : G(-x) = \frac{1}{2} [f(-x) - f(x)] = -\frac{1}{2} [f(x) - f(-x)] = -G(x)$$

Lại có

Vậy $G(x)$ là hàm số lẻ trên **D**.

Đáp án C.

Câu 81. Đáp án C.

Các hàm số:

$y = x(|x| - 2)$ và $y = 2x^2 - 5|x|$ đều có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \frac{|x| + 2}{x^2}$ có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ là tập đối xứng.

Hàm số $y = \frac{|x| + 2}{|x| - 2}$ có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ là tập đối xứng.

Mặt khác dễ thấy các hàm số $y = x^2$ và $y = |x|$ là các hàm số chẵn, hàm số $y = x$ là hàm số lẻ

nên dễ dàng suy ra các hàm số $y = 2x^2 - 5|x|$, $y = \frac{|x| + 2}{x^2}$ và $y = \frac{|x| + 2}{|x| - 2}$ là các hàm số chẵn, còn hàm số $y = x(|x| - 2)$ là hàm số lẻ.

Câu 82. Đáp án B.

Tập xác định:

$D = (-\infty; 0) \cup \{0\} \cup (0; +\infty) = \mathbb{R}$ là tập đối xứng.

+ Khi $x < 0$ thì $-x > 0$

$$\Rightarrow f(-x) = 1 = -f(x)$$

+ Khi $x > 0$ thì $-x < 0$

$$\Rightarrow f(-x) = -1 = -f(x)$$

+ Khi $x = 0$ thì

$$f(-0) = f(0) = 0 = -f(0)$$

Suy ra với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì

$$f(-x) = -f(x)$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Câu 83. Đáp án B.

Giả sử $f(x)$ là hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ vừa là hàm số chẵn vừa là hàm số lẻ.

$$\forall x \in \mathbb{R} : \begin{cases} f(-x) = f(x) \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$$

Khi đó ta có

$$\Rightarrow 2f(x) = 0 \Rightarrow f(x) = 0$$

Vậy $f(x) = 0 \forall x \in \mathbb{R}$

Ngược lại nếu $f(x) = 0 \forall x \in \mathbb{R}$ thì dễ thấy $f(x)$ vừa là hàm số chẵn vừa là hàm số lẻ.

Vậy $f(x) = 0 \forall x \in \mathbb{R}$ là hàm số duy nhất xác định trên $\mathbb{R}$ vừa là hàm số chẵn vừa là hàm số lẻ.

Câu 84. Đáp án B.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng.

Ta có $\forall x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f(-x) &= -(-x) + |-x+2| - |-x-2| \\ &= x + |x-2| - |x+2| \\ &= -(-x + |x+2| - |x-2|) = -f(x) \end{aligned}$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Cách khác: Dựa vào các nhận xét đã nêu trong phần B- Các dạng bài tập điền hình, ta có các

hàm số $h(x) = -x$ và $g(x) = |x+2| - |x-2|$ là các hàm số lẻ. Do đó hàm số

$f(x) = -x + |x+2| - |x-2|$ là một hàm số lẻ.

Câu 85. Chọn C

+ Xét hàm số $y = f(x) = \sqrt{20-x^2}$

TXĐ: $D = [-2\sqrt{5}; 2\sqrt{5}]$

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$$f(-x) = \sqrt{20-(-x)^2} = \sqrt{20-x^2} = f(x)$$

Vậy hàm số chẵn

+ Xét hàm số $y = f(x) = -7x^4 + 2|x| + 1$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$$f(-x) = -7(-x)^4 + 2|-x| + 1 = -7x^4 + 2|x| + 1 = f(x)$$

Vậy hàm số chẵn

+ Xét hàm số $y = f(x) = \frac{x^4+10}{x}$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$$f(-x) = \frac{(-x)^4+10}{-x} = -\frac{x^4+10}{x} = -f(x)$$

Vậy hàm số lẻ

+ Xét hàm số $y = f(x) = |x+2| + |x-2|$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$$f(-x) = |-x+2| + |-x-2| = |x-2| + |x+2| = f(x)$$

Vậy hàm số chẵn

+ Xét hàm số $y = f(x) = \frac{\sqrt{x^4-x} + \sqrt{x^4+x}}{|x|+4}$

+ Xét hàm số

TXĐ: $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$$f(-x) = \frac{\sqrt{(-x)^4-(-x)} + \sqrt{(-x)^4+(-x)}}{|-x|+4} = \frac{\sqrt{x^4+x} + \sqrt{x^4-x}}{|x|+4} = f(x)$$

Vậy hàm số chẵn

Câu 86. Chọn A

+ Hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$ nên $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$ nên hàm số lẻ.

+ Hàm số $f(x) = x^2 - |x|$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$ nên $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $f(-x) = f(x)$ nên hàm số chẵn.

+ Hàm số $f(x) = x^3 + x + 1$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$ nên $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và

$$f(-x) = -x^3 - x + 1 \Rightarrow \begin{cases} f(-x) \neq f(x) \\ f(-x) \neq -f(x) \end{cases}$$

nên hàm số không chẵn không lẻ.

+ Hàm số $f(x) = \frac{x}{x+1}$ có TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Ta có $x = 1 \in D$ nhưng $-x = -1 \notin D$ nên hàm số không chẵn không lẻ.

Câu 87. Chọn D

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Với $x \in (-2; 2)$ ta có $f(-x) = |-x| = |x| = f(x)$

Với $x \in (-\infty; -2) \Rightarrow -x \in (2; +\infty)$; $f(-x) = (-x)^3 - 6 = -x^3 - 6 = f(x)$ và ngược lại

Do đó hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 88. Chọn C

➤ Xét $y = \sqrt{20 - x^2}$ có tập xác định $D = [-2\sqrt{5}; 2\sqrt{5}]$,

$$f(-x) = \sqrt{20 - (-x)^2} = \sqrt{20 - x^2} = f(x)$$

Nên $y = \sqrt{20 - x^2}$ là hàm số chẵn.

➤ Xét $y = -7x^4 + 2|x| + 1$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$, $f(-x) = -7(-x)^4 + 2|-x| + 1 = f(x)$

Nên $y = -7x^4 + 2|x| + 1$ là hàm số chẵn.

➤ Xét $y = \frac{x^4 + 10}{x}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $f(-x) = \frac{(-x)^4 + 10}{-x} = -f(x)$.

Nên $y = \frac{x^4 + 10}{x}$ là hàm số lẻ.

➤ Xét $y = |x+2| + |x-2|$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$, $f(-x) = |-x+2| + |-x-2| = f(x)$.

Nên $y = |x+2| + |x-2|$ là hàm số chẵn.

➤ Xét $y = \frac{\sqrt{x^4 - x} + \sqrt{x^4 + x}}{|x| + 4}$ có tập xác định $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty) \cup \{0\}$.

$$f(-x) = \frac{\sqrt{(-x)^4 - (-x)} + \sqrt{(-x)^4 - x}}{|-x| + 4} = f(x) \quad y = \frac{\sqrt{x^4 - x} + \sqrt{x^4 + x}}{|x| + 4}$$

nên là hàm số chẵn.

Vậy có 4 hàm số chẵn.

Dạng 2.2 Xác định tính chẵn, lẻ thông qua tính chất của đồ thị hàm số

Câu 89. Chọn D

Đồ thị hàm số chẵn nhận O_y làm trục đối xứng.

Câu 90. Quan sát các đồ thị, ta thấy chỉ có đồ thị ở hình D là đối xứng qua trục O_y , do đó nó là đồ thị của một hàm số chẵn.

Đáp án D.

Câu 91. Chọn D

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ thì $-x \in \mathbb{R}$ ta có:

$$f(-x) = |-x - 2018| + |-x + 2018| = |x + 2018| + |x - 2018| = f(x)$$

Hàm số đã cho là hàm số chẵn, đồ thị nhận O_y làm trục đối xứng. Do vậy các phương án A, B, C đều đúng. Đáp án D sai.

Câu 92. Chọn A

+ Ba hàm số: $y = x^2$; $y = x^4 + 3x^2 - 1$; $y = |x|$ đều là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị của chúng nhận trục O_y làm trục đối xứng, đồ thị không có tâm đối xứng.

+ Hàm số: $y = x^3 + x$ có:

$$\begin{cases} f(x) = x^3 + x \\ f(-x) = (-x)^3 + (-x) = -(x^3 + x) \end{cases} \Rightarrow f(-x) = -f(x) \Rightarrow y = x^3 + x \text{ là hàm số lẻ trên } \mathbb{R}.$$

Nên đồ thị hàm số $y = x^3 + x$ nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.

Dạng 2.3 Xác định tính chẵn, lẻ của hàm số có điều kiện cho trước

Câu 93. Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ khi $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$ và $f(-x) = -f(x)$.

Ta có: $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$.

$\forall x \in \mathbb{R}$, ta xét: $f(x) = x^3 + (m^2 - 1)x^2 + 2x + m - 1$; $f(-x) = -x^3 + (m^2 - 1)x^2 - 2x + m - 1$.

Do $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = -f(x) \Leftrightarrow x^3 + (m^2 - 1)x^2 + 2x + m - 1 = x^3 - (m^2 - 1)x^2 + 2x - (m - 1)$.

Khi đó: $\begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1. \quad 1 \in \left(\frac{1}{2}; 3\right)$. Ta có:

Câu 94. Chọn C

Để đồ thị hàm số đã cho nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng thì hàm số đó phải là hàm số lẻ

$$\Rightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 \\ m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \Rightarrow m = 2 \\ m = 2 \end{cases}$$

Thử lại $m = 2$ hàm số có dạng $y = -2x^3 + 7x$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$: $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$.

$$y(-x) = -2(-x)^3 + 7(-x) = 2x^3 - 7x = -(-2x^3 + 7x) = -y(x)$$

Do đó hàm số đã cho là hàm số lẻ hay đồ thị hàm số đã cho nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.

Câu 95. Chọn B

$$y = f(x) = 2x^3 + 2(m^2 - 4)x^2 + (4 + m)x + 3m - 6$$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Có $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$

Hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x), \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow -2x^3 + 2(m^2 - 4)x^2 - (4 + m)x + 3m - 6 = -[2x^3 + 2(m^2 - 4)x^2 + (4 + m)x + 3m - 6], \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 2(m^2 - 4)x^2 + (3m - 6) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Câu 96. Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Suy ra: $\forall x \in D$ thì $-x \in D$.

Ta có: $f(-x) = -(m^2 + 3m - 4)x^{2017} + m^2 - 7$

Để f là hàm số lẻ thì $\forall x \in D$, $f(x) = -f(-x)$

$$\Rightarrow (m^2 + 3m - 4)x^{2017} + m^2 - 7 = (m^2 + 3m - 4)x^{2017} - m^2 + 7$$

$$\Rightarrow m^2 = 7 \Rightarrow m = \pm\sqrt{7}. \text{ Vậy tổng các phần tử của } S \text{ là } \sqrt{7} + (-\sqrt{7}) = 0.$$

Câu 97. Chọn A

Hàm $y = x^4 - m(m-1)x^3 + x^2 + mx + m^2$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên hàm số chẵn khi:

$$\begin{cases} -m(m-1) = 0 \\ m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$$

Vậy $m = 0$.

Câu 98. Chọn C

Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R}$ do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Theo đề bài, ta có $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in D$ nghĩa là

$$-x^3 + (m^2 - 1)x^2 - 2x + m - 1 = -x^3 - (m^2 - 1)x^2 - 2x - m + 1, \forall x \in D. \text{ Điều này xảy ra khi}$$

$$\begin{cases} m^2 - 1 = -m^2 + 1 \\ m - 1 = -m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $m_0 = 1$.

Câu 99. Chọn C

Xét $y = f(x) = \sqrt{x^4 + 6x^2 + 10}$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng

$$\text{Ta có: } \forall x \in D \text{ thì } -x \in D \text{ và } f(-x) = \sqrt{(-x)^4 + 6(-x)^2 + 10} = \sqrt{x^4 + 6x^2 + 10} = f(x)$$

Suy ra f là hàm số chẵn.

$$y = g(x) = \frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x}$$

Xét

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ là tập đối xứng

$$\text{Ta có: } \forall x \in D \text{ thì } -x \in D \text{ và } g(-x) = \frac{(-x)^4 + 2(-x)^2 + 1}{-x} = -\frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x} = -g(x)$$

Suy ra g là hàm số lẻ.

$$\text{Xét } y = h(x) = |x|^5 \cdot x^3$$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } \forall x \in D \text{ thì } -x \in D \text{ và } h(-x) = |-x|^5 \cdot (-x)^3 = -|x|^5 \cdot x^3 = -h(x)$$

Suy ra h là hàm số lẻ.

$$\text{Xét } y = u(x) = \sqrt{2x - 1} + x$$

$$\text{TXĐ: } D = \left[\frac{1}{2}; +\infty \right)$$

không là tập đối xứng

Ta có: $\forall x \in D$ thì $-x \notin D$

Suy ra u là hàm số không chẵn, không lẻ.

$$y = v(x) = x^3 - \frac{\sqrt{5}}{x}$$

Xét

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ là tập đối xứng

$$v(-x) = (-x)^3 - \frac{\sqrt{5}}{-x} = -\left(x^3 + \frac{\sqrt{5}}{x}\right) = -v(x)$$

Ta có: $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và

Suy ra v là hàm số lẻ.

Do đó $a=1; b=3$

Vậy $5a+6b=23$.

Câu 100. Chọn B

$$m^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -1 \end{cases}$$

ĐK :

Vì đồ thị (C_m) nhận trục Oy làm trục đối xứng nên hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn, suy ra $f(x) = f(-x)$

$$f(-x) = \frac{m\sqrt{2018-x} + (m^2-2)\sqrt{2018+x}}{(m^2-1)(-x)} = \frac{(2-m^2)\sqrt{2018+x} - m\sqrt{2018-x}}{(m^2-1)x}$$

Ta có :

$$\begin{cases} 2-m^2 = m \\ m^2-2 = -m \end{cases} \Rightarrow m^2+m-2=0 \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases}$$

Đồng nhất, ta được :

Kết hợp điều kiện, suy ra $m=-2$ thỏa mãn.

Dạng 3. Sự biến thiên của hàm số

Dạng 3.1 Xác định sự biến thiên của hàm số cho trước

Câu 101. Chọn D

Lí thuyết định nghĩa hàm số đồng biến, nghịch biến

Câu 102. Chọn B.

$y=3x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì có hệ số góc $a=3>0$.

Câu 103. Chọn B

Hàm số $y=ax+b$ với $a \neq 0$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a < 0$.

Câu 104. Chọn A

$$\forall x_1, x_2 \in (0; +\infty): x_1 \neq x_2$$

$$f(x_2) - f(x_1) = \frac{3}{x_2} - \frac{3}{x_1} = \frac{-3(x_2 - x_1)}{x_2 x_1} \Rightarrow \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = -\frac{3}{x_2 x_1} < 0$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 105. Chọn D

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

* Lấy $x_1, x_2 \in (-\infty; 1)$ sao cho $x_1 < x_2$.

$$y_1 - y_2 = \frac{2x_1+1}{x_1-1} - \frac{2x_2+1}{x_2-1} = \frac{2x_1x_2 - 2x_1 + x_2 - 1 - 2x_2x_1 + 2x_2 - x_1 + 1}{(x_1-1)(x_2-1)} = \frac{3(x_2 - x_1)}{(x_1-1)(x_2-1)}$$

Xét

Với $x_1, x_2 \in (-\infty; 1)$ và $x_1 < x_2$, ta có $x_2 - x_1 > 0$; $x_1 - 1 < 0$; $x_2 - 1 < 0 \Rightarrow y_1 - y_2 > 0 \Leftrightarrow y_1 > y_2$

Do đó hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$

* Lấy $x_1, x_2 \in (1; +\infty)$ sao cho $x_1 < x_2$.

$$y_1 - y_2 = \frac{2x_1 + 1}{x_1 - 1} - \frac{2x_2 + 1}{x_2 - 1} = \frac{2x_1x_2 - 2x_1 + x_2 - 1 - 2x_2x_1 + 2x_2 - x_1 + 1}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)} = \frac{3(x_2 - x_1)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)}$$

Xét

Với $x_1, x_2 \in (1; +\infty)$ và $x_1 < x_2$, ta có $x_2 - x_1 > 0$; $x_1 - 1 > 0$; $x_2 - 1 > 0 \Rightarrow y_1 - y_2 > 0 \Leftrightarrow y_1 > y_2$

Do đó hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 106. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Cách 1: $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$ ta có

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(x_2^4 - x_1^4) - 2(x_2^2 - x_1^2)}{x_2 - x_1} = \frac{(x_2^2 - x_1^2)(x_2^2 + x_1^2) - 2(x_2^2 - x_1^2)}{x_2 - x_1}$$

$$= (x_2 + x_1)(x_2^2 + x_1^2 - 2)$$

Ta thấy với $x_1, x_2 \in (0; 1)$ thì $x_1 + x_2 > 0$ và $0 < x_1^2, x_2^2 < 1$

$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 < 2 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2 < 0$, do đó $(x_2 + x_1)(x_2^2 + x_1^2 - 2) < 0$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 107. Đáp án D.

* Xét hàm số $y = \sqrt{1 - x^2}$:

Tập xác định $D = [-1; 1]$;

$\forall x_1, x_2 \in (-1; 1), x_1 \neq x_2$.

$$\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{\sqrt{1 - x_2^2} - \sqrt{1 - x_1^2}}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{x_1^2 - x_2^2}{(x_2 - x_1)(\sqrt{1 - x_2^2} + \sqrt{1 - x_1^2})}$$

$$= \frac{-(x_1 + x_2)}{\sqrt{1 - x_2^2} + \sqrt{1 - x_1^2}}$$

Do đó với $x_1, x_2 < 0$ ta có

$$\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$$

$$\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$$

với $x_1, x_2 > 0$ ta có

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$, tức là hàm số không đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

* Xét hàm số $y = x^2$:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$;

$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$:

$$\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_2 - x_1} = x_2 + x_1$$

Do đó với $x_1, x_2 < 0$ ta có

$$\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$$

$$\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$$

với $x_1, x_2 > 0$ ta có

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, tức là hàm số không đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

* Xét hàm số $y = \frac{x+1}{x}$;

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, x_1 \neq x_2$;

$$y(x_2) - y(x_1) = \frac{x_2 + 1}{x_2} - \frac{x_1 + 1}{x_1} = \frac{x_1 - x_2}{x_1 x_2}$$

$$\Rightarrow \frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{-1}{x_1 x_2}$$

Do đó với $x_1, x_2 < 0$ và với $x_1, x_2 > 0$

$$\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$$

ta đều có

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ $(0; +\infty)$, tức là hàm số không đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

* Do đó đáp án đúng là **D**. Thật vậy xét hàm số $y = -x^3 + 3x$ ta có

Tập xác định $D = \mathbb{R}$;

$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$;

$$\frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{x_1^3 - x_2^3 + 3(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$= 3 - (x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2)$$

Với $|x_1| < 1, |x_2| < 1$ ta có

$$x_1^2 < 1, x_2^2 < 1, |x_1 x_2| < 1 \Rightarrow x_1 x_2 < 1,$$

$$\text{do đó } x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 < 3$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Cách 2: Sử dụng chức năng TABLE của máy tính cầm tay như đã giới thiệu trong Bài tập 17 ở phần B - Các dạng bài tập điển hình. Độc giả hãy tự thực hiện để kiểm chứng kết quả như trong cách 1 đã nêu ở trên.

Dạng 3.2 Xác định sự biến thiên thông qua đồ thị của hàm số

Câu 108. Ta thấy trong khoảng $(0; 1)$, mũi tên có chiều đi xuống. Do đó hàm số nghịch biến trong khoảng $(0; 1)$.

Đáp án D.

Câu 109. Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta thấy:

Hàm số nghịch biến trong các khoảng: $(-\infty; -1)$ và $(0;1)$.

Hàm số đồng biến trong các khoảng: $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 110. Chọn A

Gọi $(C): y = f(x)$, $(C'): y = f(x) + 2018$. Khi tịnh tiến đồ thị (C) theo phương song song trục tung lên phía trên 2018 đơn vị thì được đồ thị (C') . Nên tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x)$, $y = f(x) + 2018$ trong từng khoảng tương ứng không thay đổi.
Dựa vào đồ thị ta thấy:

Hàm số $y = f(x) + 2018$ đồng biến trên các khoảng $(-3; -1)$ và $(1;3)$ (đúng).

Hàm số $y = f(x) + 2018$ đồng biến trên các khoảng $(-2;1)$ và $(1;3)$ (sai).

Hàm số $y = f(x) + 2018$ nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(0;1)$ (sai).

Hàm số $y = f(x) + 2018$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$ (sai).

Câu 111. Chọn C

Trên khoảng $(0;2)$, đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến.

Câu 112. Đáp án C.

Quan sát trên đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi lên trên khoảng $(-1;0)$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 113. Quan sát trên bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;4)$, suy ra hàm số $y = -f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$.

Mặt khác hàm số $y = 5x$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Do đó hàm số $h(x) = 5x - f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$.

Suy ra $h(1) < h(2) < h(3)$.

Đáp án B.

Câu 114. Chọn A

Nhìn vào đồ thị hàm số ta có:

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm $M(1;0), N(3;0) \Rightarrow MN = 2 \Rightarrow A$ đúng.

Trên khoảng $(0;2)$ đồ thị hàm số đi xuống nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và trên

khoảng $(2;5)$ đồ thị hàm số đi lên nên hàm số đồng biến trên khoảng $(2;5) \Rightarrow B$ sai.

Trên khoảng $(0;2)$ đồ thị hàm số đi xuống nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và trên

khoảng $(2;3)$ đồ thị hàm số đi lên nên hàm số đồng biến trên khoảng $(2;3) \Rightarrow C$ sai.

Ta có: $\sqrt{2019}, \sqrt{2017} \in (2; +\infty)$ và trên khoảng $(2; +\infty)$ hàm số đồng biến nên

$$\begin{cases} \sqrt{2019} > \sqrt{2017} \\ f(\sqrt{2019}) > f(\sqrt{2017}) \end{cases} \Rightarrow D \text{ sai.}$$

Dạng 4. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

Dạng 4.1 Biến đổi sử dụng tập giá trị của hàm số

Câu 115. Quan sát trên đồ thị ta thấy $M = 3$ (ứng với $x = 3$), $m = -2$ (ứng với $x = -2$). Vậy $M + m = 1$.

Đáp án B.

Câu 116. Chọn A

$$\text{Có } x \in [0; 2] \Rightarrow |x - 2| = 2 - x \Rightarrow y = 2 - x - 3|x - 1| = 1 + (1 - x) - |x - 1| - 2|x - 1|.$$

$$\text{Do } |x - 1| \geq 0 \Rightarrow -2|x - 1| \leq 0 \text{ và } (1 - x) - |x - 1| \leq 0 \text{ nên } y \leq 1.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} |x - 1| = 0 \\ 1 - x = |x - 1| \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x - 2| - 3|x - 1|$ trên đoạn $[0; 2]$ là 1.

Câu 117. Chọn C

Trên $[1; 2]$ hàm số $y = 2x - 1$ đồng biến nên giá trị lớn nhất bằng $y(2) = 3$.

Trên $(0; 1)$ hàm số $y = 1$ nên giá trị lớn nhất bằng $y = 1$.

Trên $[-2; 0]$ hàm số $y = 1 - 2x$ nghịch biến nên giá trị lớn nhất bằng $y(-2) = 5$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 2]$ là $y(-2) = 5$.

Câu 118. Đáp án A.

Điều kiện xác định: $D = [-1; 1]$.

Dễ thấy $y \geq 0, \forall x \in [-1; 1]$.

Ta có $y^2 = 2 + 2\sqrt{1 - x^2}$ nên suy ra:

$$2 \leq y^2 \leq 4 \Rightarrow \sqrt{2} \leq y \leq 2.$$

$$y = \sqrt{2} \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1;$$

$$y = 2 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy $m = \sqrt{2}$ và $M = 2$.

$$\text{Do đó } M + m = 2 + \sqrt{2}.$$

Câu 119. Đáp án C.

Gọi y_0 là một giá trị bất kì thuộc tập giá trị của hàm số đã cho. Khi đó phải tồn tại một giá trị x sao cho

$$y_0 = \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 + 1}$$

$$\Leftrightarrow (y_0 - 1)x^2 + 8x + y_0 - 7 = 0 \quad (*).$$

+ Nếu $y_0 = 1$ thì $x_0 = \frac{3}{4}$.

+ Nếu $y_0 \neq 1$ thì (*) có nghiệm khi và chỉ khi:

$$\Delta' = -y_0^2 + 8y_0 + 9 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq y_0 \leq 9.$$

Kết hợp hai trường hợp ta có:

$$-1 \leq y_0 \leq 9.$$

Ta thấy $y_0 = -1 \Rightarrow x = 2$;

$$y_0 = 9 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}.$$

Vậy $m = \min_{\mathbb{R}} y = -1; M = \max_{\mathbb{R}} y = 9$

$$\Rightarrow M - m = 10.$$

Dạng 4.2 Phân tích hằng đẳng thức

Câu 120. Chọn B

TXĐ: $[-2, +\infty)$

Ta có $y = x - 2\sqrt{x+2} = x+2 - 2\sqrt{x+2} + 1 - 1 = (\sqrt{x+2} - 1)^2 - 1 \geq -1 \Rightarrow y_{\min} = -1$ khi $x = -1$

Câu 121. Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\forall x \in \mathbb{R}: f(x) = 2x^2 - 6x + 9 = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) + \frac{9}{2} = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} \geq \frac{9}{2}$$

$$+ f(x) = \frac{9}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$+ \min_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{9}{2}$$

Vậy **Đáp án B.**

Câu 122. Đáp án C.

Tập xác định: $D = [2; +\infty)$

Ta có $\forall x \in [2; +\infty)$:

$$\begin{aligned} y = f(x) &= x - \sqrt{x-2} \\ &= (x-2) - \sqrt{x-2} + 2 \\ &= \left(\sqrt{x-2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4} \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x-2} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{9}{4}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là bằng $\frac{7}{4}$.

Dạng 4.3 Áp dụng bất đẳng thức cô-si, Bu-nhi-a-côp-xki

Câu 123. Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Cách 1: (Sử dụng bất đẳng thức)

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có $\forall x \in \mathbb{R}$:

$$x^2 + 1 \geq 2|x| \Rightarrow \frac{2|x|}{x^2 + 1} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \frac{2x}{x^2 + 1} \leq 1;$$

$$\frac{2x}{x^2 + 1} = -1 \Leftrightarrow x = -1; \frac{2x}{x^2 + 1} = 1 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{Vậy } m = \min_{\mathbb{R}} y = -1; M = \max_{\mathbb{R}} y = 1 \Rightarrow m^2 + M^2 = 2$$

Cách 2: (Sử dụng tập giá trị của hàm số)

Gọi y_0 là một giá trị bất kì thuộc tập giá trị của hàm số đã cho. Khi đó phải tồn tại một giá trị x

$$\text{sao cho } y_0 = \frac{2x}{x^2 + 1} \Leftrightarrow y_0 x^2 - 2x + y_0 = 0 \quad (*)$$

(*) Ta coi (*) là phương trình ẩn x , tham số y_0 .

+ Nếu $y_0 = 0$ thì $x = 0$.

+ Nếu $y_0 \neq 0$ thì (*) có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' = 1 - y_0^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq y_0 \leq 1$.

Kết hợp hai trường hợp ta có $-1 \leq y_0 \leq 1; y_0 = -1 \Rightarrow x = -1; y_0 = 1 \Rightarrow x = 1$.

$$\text{Vậy } m = \min_{\mathbb{R}} y = -1; M = \max_{\mathbb{R}} y = 1 \Rightarrow m^2 + M^2 = 2$$

Đáp án B.

Câu 124. Đáp án B.

Với $-3 \leq x \leq 5$ thì $x+3 \geq 0; 5-x \geq 0$, suy ra $y = (x+3)(5-x) \geq 0$.

Với $x = -3$ hoặc $x = 5$ thì $y = 0$.

Vậy $m = 0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $x+3$ và $5-x$ ta có:

$$(x+3)(5-x) \leq \frac{(x+3+5-x)^2}{4} = 16$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$x+3 = 5-x \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy $M = 16$. Do đó $M + 2m = 16$.

Hoặc có thể giải như sau:

$$y = -x^2 + 2x + 15 = -x^2 + 2x - 1 + 16$$

$$= 16 - (x-1)^2 \leq 16$$

$$y = 16 \Leftrightarrow x = 1. \text{ Vậy } M = 16.$$

Câu 125. Đáp án D.

$$\text{Ta có } y = x + \frac{2}{x-1} = x-1 + \frac{2}{x-1} + 1$$

Với $x > 1$ thì $x-1 > 0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có $x-1 + \frac{2}{x-1} \geq 2\sqrt{2}$. Suy ra $y \geq 2\sqrt{2} + 1$.

$$y = 2\sqrt{2} + 1 \text{ khi } x-1 = \frac{2}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 2 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } m = 2\sqrt{2} + 1 \Rightarrow [m] = 3$$

Câu 126.

b) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa mãn $f(x) > m$ với mọi $x \in [-1; 1]$.

A. $m \leq -\sqrt{2}$

B. $m < -\sqrt{2}$

C. $m \leq -1$

D. $m < -1$

Đáp án A.

Tập xác định: $D = [-1; 1]$.

a) Đáp án A.

Áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-cốp-xki ta có:

$$(x + \sqrt{1-x^2})^2 \leq (1^2 + 1^2)(x^2 + 1 - x^2) = 2$$

$$\text{Suy ra } f(x) \leq \sqrt{2}$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$x = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy } \max_{[-1;1]} f(x) = \sqrt{2}$$

$$f(x) \leq m \text{ với mọi } x \in [-1; 1] \text{ khi và chỉ khi } m \geq \max_{[-1;1]} f(x) \Rightarrow m \geq \sqrt{2}$$

b) Đáp án D.

Ta có $\forall x \in [-1; 1]: x \geq -1$ và $\sqrt{1-x^2} \geq 0$ nên $x + \sqrt{1-x^2} \geq -1$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = -1$. Vậy $\min_{[-1;1]} f(x) = -1$.

$f(x) > m$ với mọi $x \in [-1; 1]$ khi và chỉ khi $m < \min_{[-1;1]} f(x) \Leftrightarrow m < -1$.

Câu 127. Đáp án D.

* Với $f(x) = \frac{4x}{x^2+1}$;

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 + 1 \geq 2|x|$.

Suy ra $\left| \frac{4x}{x^2+1} \right| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{4x}{x^2+1} \leq 2$.

$f(x) = -2 \Leftrightarrow x = -1$;

$f(x) = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy $f(x)$ có tập giá trị là đoạn $[-2; 2]$.

* Với $g(x) = x + \sqrt{2-x^2}$;

Tập xác định $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

Ta có $x \geq -\sqrt{2}; \sqrt{2-x^2} \geq 0$.

Suy ra $x + \sqrt{2-x^2} \geq -\sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = -\sqrt{2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-cốp-xki ta có

$$\begin{aligned} g^2(x) &= (x + \sqrt{2-x^2})^2 \\ &\leq (1+1)(x^2 + 2 - x^2) = 4 \end{aligned}$$

Suy ra $g(x) \leq 2$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$x = \sqrt{2-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 2-x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy $-\sqrt{2} \leq g(x) \leq 2$.

Vậy $g(x)$ có tập giá trị là đoạn $[-\sqrt{2}; 2]$.

* Với $h(x) = \frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}}$;

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $\frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}} = \sqrt{x^2+1} + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \geq 2$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi:

$$\sqrt{x^2+1} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \Leftrightarrow x^2+1 = 1 \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy $h(x)$ có tập giá trị là nửa khoảng $[2; +\infty)$.

* Với $k(x) = \sqrt{4x - x^2}$;

Tập xác định $D = [0; 4]$.

Ta có $\forall x \in [0; 4]$:

$$0 \leq 4x - x^2 = 4 - (x - 2)^2 \leq 4$$

Suy ra $0 \leq k(x) \leq 2$.

$$k(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 4;$$

$$k(x) = 2 \Leftrightarrow x = 2$$

Vậy $k(x)$ có tập giá trị là đoạn $[0; 2]$

Câu 128. Đáp án A.

$$(3x+1)^2 = \left(3x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}\right)^2 \leq \left(9 + \frac{1}{3}\right)(x^2 + 3)$$

Áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-cốp-xki ta có:

$$3x+1 \leq \sqrt{\frac{28}{3}} \sqrt{x^2+3}$$

Suy ra

$$\Rightarrow \frac{3x+1}{\sqrt{x^2+3}} \leq \sqrt{\frac{28}{3}} = \frac{\sqrt{84}}{3}$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$\frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \Leftrightarrow x = 9$$

$$M = \frac{\sqrt{84}}{3}$$

Vậy $\frac{\sqrt{84}}{3}$, tức là

$$a = 84, b = 3 \Rightarrow a + b = 87$$

Lưu ý: Với kĩ thuật tương tự, các bạn dễ dàng tìm được giá trị lớn nhất (giá trị nhỏ nhất) của

$$f(x) = \frac{ax+b}{\sqrt{(cx)^2+d^2}}$$

các hàm số có dạng

Câu 129. Đáp án B.

Gọi x là chiều rộng của bể chứa nước (đơn vị: m, điều kiện: $x > 0$).

Khi đó chiều dài của bể chứa nước là $2x$ và chiều cao của bể chứa nước là $\frac{500}{3 \cdot x \cdot 2x} = \frac{250}{3x^2}$.

Diện tích cần xây dựng là:

$$S = x \cdot 2x + \frac{250}{3x^2} \cdot 2(x + 2x) = 2x^2 + \frac{500}{x}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

$$S = 2x^2 + \frac{250}{x} + \frac{250}{x}$$

$$\geq 3\sqrt{2x^2 \cdot \frac{250}{x} \cdot \frac{250}{x}} = 30$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi:

$$2x^2 = \frac{250}{x} \Leftrightarrow x = 5 \quad (\text{TMĐK}).$$

Vậy kích thước của bể nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là chiều dài 10m, chiều rộng 5m, chiều cao thước của bể nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là chiều dài $\frac{10}{3}$ m.

Dạng 5. Một số bài toán liên quan đến đồ thị của hàm số

Câu 130. Chọn B

Thay $x=0$ vào hàm số ta thấy $y=-1$. Vậy $M_2(0;-1)$ thuộc đồ thị hàm số.

Câu 131. Chọn C

Thay tọa độ điểm vào hàm số ta thấy chỉ có điểm $(-2;0)$ thỏa mãn.

Câu 132. Chọn B

Thay tọa độ điểm $(0;-3)$ vào hàm số ta được : $f(0)=3 \neq -3$ nên loại đáp án A

Thay tọa độ điểm $(3;6)$ vào hàm số ta được : $f(3)=9-3=6$, thỏa mãn nên chọn đáp án B

Câu 133. Với $x=0 < 2$ thì $y=f(0)=2.0+1=1$.

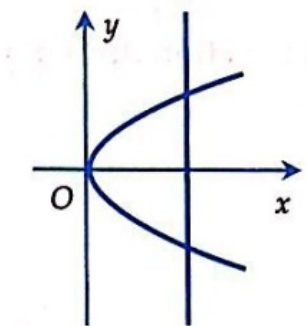
Vậy đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $(0;1)$.

Đáp án D.

Câu 134. Với $x=2$ thì $y=0$. Vậy điểm $M(2;0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Đáp án C.

Câu 135. Đường cong trong hình D không phải là đồ thị của một hàm số dạng $y=f(x)$ vì mỗi giá trị $x > 0$ ứng với hai giá trị phân biệt của y .



Đáp án D.

Câu 136. Đáp án C.

Tập xác định của hàm số

$$y=x+2 \text{ là } \mathbb{R}$$

Tập xác định của hàm số

$$y=x(x+1)+2-x^2 \text{ là } \mathbb{R}.$$

Mặt khác ta có

$y=x(x+1)+2-x^2=x+2$. Vậy đồ thị của hàm số $y=x(x+1)+2-x^2$ trùng với đồ thị của hàm số $y=x+2$.

Các hàm số còn lại mặc dù sau khi rút gọn đều có dạng $y=x+2$ nhưng có tập xác định không phải là $\mathbb{R}$ nên đồ thị không trùng với đồ thị hàm số $y=x+2$.

Thật vậy, hàm số $y=(\sqrt{x+2})^2$ có tập xác định là $[-2;+\infty)$; hàm số $y=\frac{(x+2)^2}{x+2}$ có tập xác định

là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$; hàm số $y=\frac{x^2(x+2)}{x^2}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 137. Đáp án D.

Đường cong trong hình vẽ đối xứng qua trục Oy nên là đồ thị của một hàm số chẵn. Mặt khác đường cong đi qua điểm $(0;3)$. Do đó nó là đồ thị của hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

Câu 138. Đáp án D.

$$y=1 \Rightarrow x^3 - 3x^2 + 3 = 1$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x^2 - 2x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy có 3 điểm nào trên đồ thị hàm số có tung độ bằng 1.

Câu 139. Đáp án A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng.

Ta có $\forall x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f(-x) &= (-x)^2 - 2|-x| \\ &= x^2 - 2|x| = f(x) \end{aligned}$$

Vậy hàm số $y = f(x) = |x^2 - 2|$ là hàm số chẵn. Do đó đồ thị của nó đối xứng qua trục Oy . Trong bốn đường cong đã cho chỉ có đường cong trong hình A là đối xứng qua Oy . Vậy A là đáp án đúng.

Câu 140. Đáp án B.

Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x + \sqrt{x} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 0$$

Đặt $\sqrt{x + \sqrt{x}} = n, n \in \mathbb{N}$. Suy ra:

$$x + \sqrt{x} = n^2 \Leftrightarrow 4x + 4\sqrt{x} + 1 - 4n^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{x} + 1)^2 - (2n)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{x} + 1 - 2n)(2\sqrt{x} + 1 + 2n) = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x} + 1 - 2n = 1 \\ 2\sqrt{x} + 1 + 2n = 1 \end{cases}$$

(do $2\sqrt{x} + 1 + 2n > 0$)

$$\Rightarrow 4\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Với $x = 0$ thì $y = 0$. Vậy có duy nhất một điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số, đó là điểm có tọa độ $(0;0)$.

Dạng 6. Xác định biểu thức của hàm số

Câu 141. Chọn C

Ta có $y = f(x) = |5x|^{3/5} - 1$ nên $f\left(\frac{1}{5}\right) = -1$ là mệnh đề sai.

Câu 142. Chọn A

$$f(2)+f(-2)=\frac{2\sqrt{2-2}-3}{2-1}+(-2)^2+2 \Rightarrow P=3.$$

Ta có:

Câu 143. Chọn D

$$\text{Vì } x=2>0 \text{ nên } S=f(2)=2^2-3.2=-2.$$

Câu 144. Chọn D

$$f(-4)=-210$$

Câu 145. Chọn B

$$\text{Ta có: } f(0)=\frac{0}{0+1}=0, f(2)=\frac{2}{2+1}=\frac{2}{3}, f(-2)=\frac{1}{-2-1}=-\frac{1}{3}.$$

Câu 146. Chọn C

$$\text{Với } x=3, \text{ ta có } f(x)=5-x^2. \text{ Do đó: } f(3)=5-3^2=-4.$$

Câu 147. Chọn C

$$\text{Xét } x \geq 2 \text{ hàm số } f(x)=\sqrt{x^2-4}; \text{ nên } f(3)=\sqrt{3^2-4}=\sqrt{5}.$$

Câu 148. Chọn A

$$\text{Ta có: } f(-1)=\frac{\sqrt[3]{2+3.(-1)}}{-1-2}=\frac{1}{3}.$$

$$f(2)=\frac{2.2+3}{2+1}=\frac{7}{3}.$$

Câu 149. Chọn B

$$\text{Với } x \leq -3 \text{ ta có: } -2x+1=5 \Leftrightarrow x=-2 \text{ (loại).}$$

$$\text{Với } x > -3 \text{ ta có: } \frac{x+7}{2}=5 \Leftrightarrow x=3 \text{ (nhận).}$$

$$\text{Vậy } x_0=3.$$

Câu 150. Chọn A

$$\text{Vì } f(-1)=-2(-1-2)=-6 \text{ nên chọn } \mathbf{A}.$$

Câu 151. Chọn C

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(-1)=2(-1-3)=-8 \\ f(\sqrt{10})=\sqrt{\sqrt{10}^2-1}=3 \end{cases}.$$

Câu 152. Chọn C

$$\text{Ta thấy } f(x)=x^2-1 \text{ khi } x \in (2;5] \Rightarrow f(4)=4^2-1=15$$

Câu 153. Chọn A

$$\text{Ta có: } f(2)=\frac{2\sqrt{2+2}-3}{2-1}=1, f(-2)=(-2)^2+1=5$$

$$\text{Suy ra: } f(-2)+f(2)=6.$$

Câu 154. Chọn B

Dựa vào hình dáng của đồ thị ta thấy rằng hàm số đối xứng qua $O(0;0)$ nên là hàm số lẻ.

$$\text{Suy ra } f(-x)=-f(x) \Rightarrow f(-x)+f(x)=0$$

$$\text{Vì vậy } f(\sqrt{2018}) + f(-\sqrt{2018}) = 0$$

Câu 155. Chọn B

Nhìn đồ thị ta có:

$$f(-1) = f(1) = 1 \Rightarrow \text{A đúng.}$$

Đồ thị không có tâm đối xứng nên B sai.

Trên khoảng $(1; 5)$ đồ thị hàm số đi lên nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 5) \Rightarrow \text{C đúng.}$

Trên khoảng $(-6; -1)$ đồ thị hàm số đi xuống nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-6; -1) \Rightarrow \text{D đúng.}$

Câu 156. Chọn D

$$\text{Tập xác định } D = \left[-\frac{2016}{9}; \frac{2016}{9} \right] \setminus \{0\}$$

$\forall x \in D$, ta có $-x \in D$ và

$$f(-x) = \frac{\sqrt{2016-9x} - \sqrt{2016+9x}}{|-x|} = -\frac{\sqrt{2016+9x} - \sqrt{2016-9x}}{|x|} = -f(x)$$

Do đó $f(x)$ là hàm số lẻ, và $f(x) + f(-x) = 0$

$$\begin{aligned} S &= f(220) + f(-221) + f(222) + f(-223) + f(-220) + f(221) + f(-222) + f(223) + f(224) \\ &= f(220) + f(-220) + f(-221) + f(221) + f(222) + f(-222) + f(-223) + f(223) + f(224) \\ &= f(224) = \frac{3\sqrt{7}}{28}. \end{aligned}$$

Câu 157. Cách 1: $f(g(x)) = (x^3 + 2x^2 + 1)^2 + 5 = x^6 + 4x^5 + 4x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 6$

Vậy tổng các hệ số của $f(g(x))$ là $1 + 4 + 4 + 2 + 4 + 6 = 21$.

Cách 2: Áp dụng kết quả: “Cho đa thức $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$. Khi đó tổng các hệ số của $P(x)$ là $P(1)$ ”, ta có tổng các hệ số của $f(g(x))$ là $f(g(1))$ mà $g(1) = 4$ nên $f(g(1)) = 4^2 + 5 = 21$

Đáp án D.

Câu 158. Ta có $\forall x \in \mathbb{R}: f(x-1) = x^2 + 3x - 2 = (x-1)^2 + 5(x-1) + 2$

Do đó $f(x) = x^2 + 5x + 2$

Đáp án A.

Câu 159. Đáp án D.

Quan sát trên đồ thị ta thấy $f(x) > 0 \forall x \in (1; 2)$ và $f(x) < 0 \forall x \in (2; 3)$

Do đó $f(1,5) > 0 > f(2,5)$

Câu 160. Đáp án A.

Ta có $2x - 5 = 1 \Leftrightarrow x = 3$

Vậy $f(1) = 3^2 + 3 \cdot 3 - 2 = 16$

Lại có $5x + 1 = 16 \Leftrightarrow x = 3$

$$\text{Vậy } g(f(1)) = \frac{3}{3-7} = \frac{-3}{4}$$

Câu 161. Đáp án B.

$$\text{Ta có } f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\text{Do đó } f(x) = x^3 - 3x$$

$$\text{Vậy } f(3) = 3^3 - 3 \cdot 3 = 18$$

Câu 162. Đáp án A.

$$\text{Cách 1: Đặt } \frac{3x-2}{x-1} = t$$

$$\Rightarrow x = \frac{t-2}{t-3} \Rightarrow x+2 = \frac{3t-8}{t-3}$$

Do đó ta có

$$f(t) = \frac{3t-8}{t-3} \Rightarrow f(x) = \frac{3x-8}{x-3}$$

$$\text{Vậy } f(2) + f(4) = 6$$

Cách 2:

$$\frac{3x-2}{x-1} = 2 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow f(2) = 2$$

$$\frac{3x-2}{x-1} = 4 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow f(2) = 4$$

$$\text{Vậy } f(2) + f(4) = 6$$