**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VIỆT YÊN**

**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI**

**MÔN TOÁN LỚP 8**

**Câu 1. (5,0 điểm)**

1. Cho biểu thức 
2. Rút gọn biểu thức M
3. Tìm giá trị lớn nhất của M
4. Cho Tính giá trị biểu thức 

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. Cho hai số hữu tỉ thỏa mãn . Chứng mnh rằng là bình phương của một số hữu tỷ
2. Tìm số nguyên biết : 

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Cho hai số Chứng minh rằng 

**Câu 4. (6,0 điểm)**

1. Cho tam giác vuông cân ở A. Trên cạnh lấy điểm M bất kỳ. Từ M kẻ vuông góc với vuông góc với 
2. Chứng minh rằng và chu vi tứ giác không phụ thuộc vào vị trí điểm 
3. Chứng tỏ đường thẳng đi qua vuông góc với luôn đi qua một điểm cố định
4. Cho tam giác Gọi P là giao điểm của ba đường phân giác trong của tam giác Đường thẳng qua P và vuông góc với cắt cạnh và CB theo thứ tự tại điểm và N. Chứng minh rằng 

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho là các số thực thỏa mãn điều kiện . Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (5,0 điểm)**

1. **Cho biểu thức **
2. **Rút gọn biểu thức M**

****

Với thì 

1. **Tìm giá trị lớn nhất của M**

****

Dấu bằng xảy ra khi 

Vậy 

1. **Cho Tính giá trị biểu thức **

Ta có :



Vậy 

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. **Cho hai số hữu tỉ thỏa mãn . Chứng mnh rằng là bình phương của một số hữu tỷ**

Ta có :



là bình phương của một số tự nhiên (đpcm)

1. **Tìm số nguyên biết : **

Ta có :



Vậy phương trình có nghiệm duy nhất 

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. **Giải phương trình **

Đặt . Phương trình đã cho trở thành :



Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm 

1. **Cho hai số Chứng minh rằng **

Nếu cùng lẻ thì chẵn nên 

Nếu hoặc b chẵn thì với mọi a,b thuộc Z (1)

Nếu 

Nếu và b không chia hết cho 3 thì 

Nếu hoặc 

Nếu chia cho 5 có cùng số dư thì 

Nếu a,b chia cho khác số dư thì hoặc 

Do  đôi một nguyên tố cùng nhau nên từ (1), (2), (3) suy ra 

**Câu 4. (6,0 điểm)**

1. **Cho tam giác vuông cân ở A. Trên cạnh lấy điểm M bất kỳ. Từ M kẻ vuông góc với vuông góc với **

****

1. **Chứng minh rằng và chu vi tứ giác không phụ thuộc vào vị trí điểm **

****vuông cân tại A nên và 

và lần lượt vuông cân tại E và F

Xét tứ giác có 

là hình chữ nhật suy ra 



Chu vi tứ giác là không đổi

Vậy chu vi tứ giác không phụ thuộc vào vị trí điểm M

1. **Chứng tỏ đường thẳng đi qua vuông góc với luôn đi qua một điểm cố định**

Dựng hình vuông là điểm cố định

Gọi K là giao điểm của và BD. G là giao điểm của và DC

là hình chữ nhật và các tứ giác là các hình vuông

Xét và có : 



Gọi H là giao điểm của và EF nên (hai góc đối đỉnh)



Mà 

Suy ra đường thẳng đi qua M và vuông góc với EF luôn đi qua điểm D cố định

1. **Cho tam giác Gọi P là giao điểm của ba đường phân giác trong của tam giác Đường thẳng qua P và vuông góc với cắt cạnh và CB theo thứ tự tại điểm và N. Chứng minh rằng **

****

Ta có 

Mà 

Xét và có :





Kẻ 

(cùng vuông góc với (Hệ quả định lý Ta-let)

. Chứng minh tương tự, ta có: 

có CP vừa là đường cao vừa là đường phân giác nên đồng thời là trung tuyến

Do đó 

Tứ giác là hình thang có là đường trung bình nên 



Chứng minh tương tự ta được :



Cộng từng vế của ta được :



**Câu 5. (1,0 điểm) Cho là các số thực thỏa mãn điều kiện . Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức **

Ta có 



nhỏ nhất bằng khi 

khi 