CHƯƠNG

**VII**

**ĐẠO HÀM**

BÀI 1: ĐẠO HÀM

**LÝ THUYẾT.**

**I ===I**

**1. ĐẠO HÀM**

Cho hàm số  xác định trên khoảng  và .

Nếu tồn tại giới hạn hữu hạn  thì giới hạn đó được gọi là đạo hàm của  tại điểm , kí hiệu là  hay , tức là



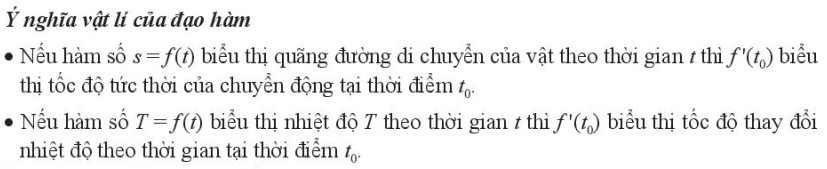
**Để tính đạo hàm của hàm số  tại ,** ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Tính .

Bước 2. Lập và rút gọn tỉ số  với ****

Bước 3. Tính giới hạn .

**Chú ý:** Trong định nghĩa và quy tắc trên đây, thay  bởi  ta sẽ có định nghĩa và quy tắc tính đạo hàm của hàm số  tại điểm .

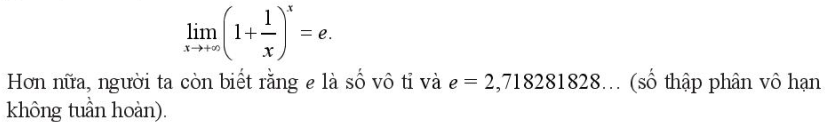


**2. Ý NGHĨA HÌNH HỌC CỦA ĐẠO HÀM**

Đạo hàm của đồ thị hàm số  tại điểm  là hệ số góc của tiếp tuyến  của tại điểm 

Tiếp tuyến  có phương trình là: 

**3. SỐ **



**HỆ THỐNG BÀI TẬP.**

**II ===I**

### *DẠNG 1: TÍNH ĐẠO HÀM TẠI MỘT ĐIỂM*

**PHƯƠNG PHÁP.**

**1 ===I**

**Để tính đạo hàm của hàm số  tại ,** ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Tính .

Bước 2. Lập và rút gọn tỉ số  với ****

Bước 3. Tính giới hạn .

 Hàm số  có đạo hàm tại điểm 

 Hàm số  có đạo hàm tại điểm thì trước hết phải liên tục tại điểm đó.

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**2 ===I**

1. **Tính đạo hàm của hàm số sau:**

**** tại 

**Lời giải**

Tại  ta có





1. **Tính đạo hàm tại 1 điểm**

a. tại 

b.  tại 

**Lời giải**

a. Tại  ta có







b. Tại  ta có





1. Tính đạo hàm của các hàm số sau tại các điểm đã chỉ:

**1.** **** tại 

**2.** **** tại

**3.** **** tại 

**Lời giải**

**1**. Ta có .

**2.** Ta có: 

.

**3**. Ta có, do đó: 

Vậy.

1. Tìm  để hàm số  có đạo hàm tại 

**Lời giải**

Để hàm số có đạo hàm tại  thì trước hết  phải liên tục tại 

Hay .

Khi đó, ta có:.

Vậy  là giá trị cần tìm.

***DẠNG 2. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ TRÊN 1 KHOẢNG***

**PHƯƠNG PHÁP.**

**1 ===I**

**Để tính đạo hàm của hàm số  tại  bất kì,** ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Tính .

Bước 2. Lập và rút gọn tỉ số  với ****

Bước 3. Tính giới hạn .

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**2 ===I**

1. **Tính đạo hàm của hàm số sau:**

**a.**

**b.**

**c.**

**Lời giải**

a. Tại  tùy ý, ta có:





b. Tại  tùy ý, ta có:





c. Tại  tùy ý, ta có:





***DẠNG 3. Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM***

**PHƯƠNG PHÁP.**

**1 ===I**

**a. Ý nghĩa hình học**

Đạo hàm của hàm số  tại điểm là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại . Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  là .

Phương trình tiếp tuyến của hàm số tại điểm  có dạng:



**b. Ý nghĩa vật lý của đạo hàm**

Phương trình quỹ đạo chuyển động của chất điểm: .

Vận tốc tức thời là đạo hàm của quãng đường .

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**2 ===I**

1. Cho hàm số  có đồ thị 

**a.** Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của  tại điểm có hoành độ  thuộc .

**b.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ  thuộc .

**c.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có tung độ  thuộc .

**d.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng .

**e.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số, biết tiếp tuyến đó song song với đưởng thẳng .

**Lời giải**

Tại  tùy ý, ta có:





a. Hệ số góc của tiếp tuyến của  tại điểm có hoành độ  thuộc  là 

b. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ  thuộc  là 

c. Với . Vậy có hai tiếp điểm thuộc  có tung độ  là  và . Nên ta có:

Phương trình tiếp tuyến tại điểm là 

Phương trình tiếp tuyến tại điểm là 

d. Gọi  là tiếp điểm của tiếp tuyến của đồ thị với hệ số góc 



Suy ra phương trình tiếp tuyến với hệ số góc là .

e. Vì tiếp tuyến đó song song với đưởng thẳng nên tiếp tuyến có hệ số góc 

Gọi  là tiếp điểm của tiếp tuyến của đồ thị với hệ số góc 



Suy ra phương trình tiếp tuyến với hệ số góc là .

1. Cho hàm số  có đồ thị 

**a.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm của với trục .

**b.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm của với trục .

**c.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm của với đường thẳng .

**d.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng .

**e.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số, biết tiếp tuyến đó vuông góc với đưởng thẳng .

**Lời giải**

Tại  tùy ý, ta có:





**a.** Vì không cắt nên không tồn tại tiếp tuyến thỏa YCBT.

**b.** Tọa độ giao điểm củavới trục là 

Suy ra phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của với trục là 

**c.** Tọa độ giao điểm của với đường thẳng  là nghiệm của phương trình 

Phương trình tiếp tuyến tại điểm là 

Phương trình tiếp tuyến tại điểm là 

**d.** Gọi  là tiếp điểm của tiếp tuyến của đồ thị với hệ số góc 



Suy ra phương trình tiếp tuyến với hệ số góc là  và .

**e.** Tiếp tuyến đó vuông góc với đưởng thẳng . Suy ra tiếp tuyến hệ số góc . Vậy bài toán câu e trở về câu d.

1. Cho hàm số 

a. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của hàm số trên tại điểm có .

b. Viết phương trình tiếp tuyến của hầm số biết nó có 

c. Viết phương trình tiếp tuyến của hàm số trên, biết nó tạo với hai trục Oxy một tam giác vuông cân tại O.

**Lời giải**

Ta có 

a. Hệ số góc của tiếp tuyến của hàm số tại điểm có x = 0 là 

b. Gọi  tiếp điểm của tiếp tuyến có hệ số góc 

PT tiếp tuyến tại điểm  chính là PT tiếp tuyến có hệ số góc  có dạng sau:



c. Gọi  hoành độ điểm tiếp xúc của  và 

Cách 1: Gọi PT đoạn chắn cắt 2 trục tọa độ và tạo với 2 trục 1 tam giác vuông cân tại O có dạng



là tiếp tuyến của thì 

Vì 

Có 4 PT tiếp tuyến ứng với các điểm tiếp xúc và hệ số góc trên như sau



Cách 2: Gọi PT tiếp tuyển của thỏa mãn YCBT có dạng 

Ta có 

Có giao điểm của với Ox tại ; với trục Oy tại 

Vì tạo với hai trục Oxy một tam giác vuông cân tại O.





Làm tiếp như cách 1.

1. Một chất điểm chuyển động thẳng biến đổi đều với phương trình 

**a.** Tìm vận tốc tức thời của vật tại thời điểm .

**b.** Tìm vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian từ tới .

**Lời giải**

Ta có:

**a.** Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm là: 

**b.** Trong khoảng thời gian từ tới thì chất điểm di chuyển được quãng đường: 

Suy ra vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian  kể từ thời điểm  là: 