

PHẦN D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

- Câu 1.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(x; y; z)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:
- a) Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; y; -z)$.
- b) Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(x; y; -z)$.
- c. Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x; y; -z)$.
- d) Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(2x; 2y; 0)$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; -y; z)$. Do đó phương án a sai.

Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(-x; y; -z)$. Do đó phương án b sai.

Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(-x; -y; -z)$. Do đó phương án d sai.

- Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vec tơ $a = (-1; 1; 0)$, $b = (1; 1; 0)$ và $c = (1; 1; 1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:
- a) $c \perp b$.
- b) $|c| = \sqrt{3}$.
- c) $a \perp b$.
- d) $\cos(a, c) = 1$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

Ta có: $c \cdot b = 2$ nên $c \not\perp b$ nên a sai

$$|c| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$$

$$a \cdot b = -1 + 1 = 0 \Rightarrow a \perp b$$

$$\cos(a, c) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|} = 0$$

- Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $a = (3; -2; 1)$, $b = (-1; 1; -2)$, $c = (2; 1; -3)$, $u = (11; -6; 5)$, $v = (13; -7; 4)$, $n = (5; 0; -6)$, $m = (7; -10; 12)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:
- a) $v = 3a - 2b + c$.

b) $n = 2a + 3b + c$

c) $u = 2a - 3b + c$

d) $m = 3a - 2b - 2c$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

• $3a - 2b + c = 3(3; -2; 1) - 2(-1; 1; -2) + (2; 1; -3) = (13; -7; 4) = v$. Nên a đúng.

• $2a + 3b + c = 2(3; -2; 1) + 3(-1; 1; -2) + (2; 1; -3) = (5; 0; -7) \neq n$. Nên b sai.

• $2a - 3b + c = 2(3; -2; 1) - 3(-1; 1; -2) + (2; 1; -3) = (11; -6; 5) = u$. Nên c đúng.

• $3a - 2b - 2c = 3(3; -2; 1) - 2(-1; 1; -2) - 2(2; 1; -3) = (7; -10; 13) \neq m$. Nên d sai.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $a = (2; -2; -4)$, $b = (1; -1; 1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $a + b = (3; -3; -3)$

b) a và b cùng phương

c) $|b| = \sqrt{3}$

d) $\cos(a, b) = 1$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

• Xét a: $a + b = (3; -3; -3)$ đúng.

• Xét b: $a = 2(1; -1; -2) \neq b = (1; -1; 1)$. Suy ra a và b không cùng phương. b sai.

• Xét c: $|b| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$ đúng

• Xét d: $a \cdot b = 0 \Rightarrow \cos(a, b) = 0$ đúng

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $a(1; -2; 0)$ và $b(-2; 3; 1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $a \cdot b = -8$

b) $2a = (2; -4; 2)$

c) $a + b = (-1; 1; -1)$

d) $|b| = 14$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$a.b = -8$$

$$2a = (2; -4; 0)$$

$$a + b = (-1; 1; 1)$$

$$|b| = 14$$

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $a = (1; -2; 3)$ và $b = (2; -1; -1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Vec tơ cùng vuông góc với vec tơ a và b có tọa độ bằng $(-5; -7; -3)$.

b) Vector a không cùng phương với vector b .

Vector a không vuông góc với vector b .

c)

d) $|a| = \sqrt{14}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

Ta có $[a, b] = (5; 7; 3)$ nên a sai.

Do $\frac{1}{2} \neq \frac{-2}{-1} \neq \frac{3}{-1}$ nên vector a không cùng phương với vector b nên b sai.

Do $a.b = 1.2 + (-2)(-1) + 3(-1) = 1$ nên vector a không vuông góc với vector b nên c sai.

Ta có $|a| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{14}$ d đúng.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm: $A(1; -1; 1)$, $B(0; 1; 2)$, $C(1; 0; 1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tam giác ABC vuông tại A .

b) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

c) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

d) B là trung điểm của AC .

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1)$ và $\overrightarrow{AC} = (0; 1; 0)$ mà $\frac{0}{-1} \neq \frac{1}{2} \neq \frac{0}{1}$ nên ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Mặt khác $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \neq 0$ nên tam giác ABC không vuông tại A .

Trung điểm AC là điểm $I(1;0;1) \neq B$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $a = (1; 2; 0)$, $b = (-1; 2; 1)$, $c = (-2; 1; 5)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $|b| = \sqrt{6}$.

b) $a \perp c$.

c) $b \cdot c = 8$.

d) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{3}{\sqrt{20}}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có $|b| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$; $a \cdot c = 1 \cdot (-2) + 2 \cdot 1 + 0 \cdot 5 = 0 \Rightarrow a \perp c$;

$b \cdot c = -1 \cdot (-2) + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 5 = 9$; $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{3}{\sqrt{30}}$

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $a = (2; 1; -3)$, $b = (-4; -2; 6)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $b = -2a$.

b) $a \cdot b = 0$.

c) a cùng hướng với b .

d) $|b| = 2|a|$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Dễ thấy $b = -2a$. Từ đó suy ra vector a ngược hướng với vector b và $|b| = 2|a|$.

$a \cdot b = 2 \cdot (-4) + 1 \cdot (-2) + (-3) \cdot 6 = -28 \neq 0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn véc tơ $a = (2; 3; 1)$, $b = (5; 7; 0)$, $c = (3; -2; 4)$ và $d = (4; 12; -3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) a, b, c là ba véc tơ không đồng phẳng.

b) $2a + 3b = d - 2c$.

$$c) |a+b| = |d+c|.$$

$$d) \overset{u}{d} = a+b-c.$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có $[a;b] = (-7; 5; -1) \Rightarrow c.[a;b] = -35 \neq 0$ mệnh đề A đúng.

$2a+3b = (19; 27; 2)$, $\overset{u}{d} - 2c = (-2; 16; -11)$ mệnh đề B sai.

$a+b = (7; 10; 1)$, $\overset{u}{d} + c = (7; 10; 1)$ mệnh đề C đúng.

$a+b-c = (4; 12; -3) \Rightarrow \overset{u}{d} = a+b-c$ mệnh đề D đúng.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $a = (1; -2; 3)$ và $b = (1; 1; -1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

$$a) |a+b| = 3.$$

$$b) a.b = -4.$$

$$c) |a-b| = 5.$$

d) Vec tơ cùng vuông góc với vec tơ a và b có tọa độ bằng $(-1; -4; 3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có

$$\sim |a+b| = |u| = \sqrt{(1+1)^2 + (-2+1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{4+1+4} = 3 \quad (\text{đúng}).$$

$$\sim a.b = 1.1 + (-2).1 + 3.(-1) = 1 - 2 - 3 = -4 \quad (\text{đúng}).$$

$$\sim |a-b| = |u| = \sqrt{(1-1)^2 + (-2-1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{0+9+16} = 5 \quad (\text{đúng}).$$

$$\sim \begin{bmatrix} \vec{a}, \vec{b} \end{bmatrix} = \left(\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \right) = (-1; 4; 3) \quad (\text{sai}).$$

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $a = (1; 2; -1)$, $b = (3; -1; 0)$, $c = (1; -5; 2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) a cùng phương với b .

b) a, b, c không đồng phẳng.

c) a, b, c đồng phẳng.

d) a không vuông góc với b .

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Ta có: $\begin{bmatrix} a; b \end{bmatrix} = (-1; -3; -7) \neq 0$. Hai vectơ a, b không cùng phương.

$\begin{bmatrix} a; b \end{bmatrix} \cdot c = -1 + 15 - 14 = 0$. Ba vectơ a, b, c đồng phẳng.

Câu 13. Biết $c = (x; y; z)$ khác 0 và vuông góc với cả hai vectơ $a = (1; 3; 4), b = (-1; 2; 3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $5z - x = 0$.

b) $7x - y = 0$.

c) $5y + 7z = 0$.

d) $7x + y = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Theo giả thiết ta có $c = (x; y; z)$ khác 0 và vuông góc với cả hai vectơ $a = (1; 3; 4), b = (-1; 2; 3)$ nên

$$\begin{cases} c \cdot a = 0 \\ c \cdot b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1x + 3y + 4z = 0 \\ -1x + 2y + 3z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1x + 3y + 4z = 0 \\ 5y + 7z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1x + 3y + 4 \cdot \frac{-5}{7}y = 0 \\ z = \frac{-5}{7}y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x + y = 0 \\ 5y + 7z = 0 \end{cases}$$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4; 2; -1), B(1; -1; 2)$ và $C(0; -2; 3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 3)$

b) $|\overrightarrow{AB}| = 3\sqrt{3}$

c) Tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = 0$ là $(3; 1; 0)$

d) Tọa độ điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng là $(3; 1; 0)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) b) $\overrightarrow{AB} = (1 - 4; -1 - 2; 2 + 1) = (-3; -3; 3) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + 3^2} = 3\sqrt{3}$

c) Gọi $M(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{MC} = (-x; -2 - y; 3 - z)$.

Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC} \Rightarrow \begin{cases} -x = -3 \\ -2 - y = -3 \\ 3 - z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(3; 1; 0).$

d) Vì N thuộc mặt phẳng (Oxy) nên tọa độ điểm N là $N(x; y; 0)$

Ta có: $\overrightarrow{AN}(x-4; y-2; 1); \overrightarrow{BN}(x-1; y+1; -2)$

Để A, B, N thẳng hàng thì hai vectơ $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{BN}$ cùng phương. Do đó, $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{BN}$ (với k là số thực bất kì)

$$\text{Suy ra, } \begin{cases} x-4=k(x-1) \\ y-2=k(y+1) \\ 1=-2k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-4=-\frac{1}{2}(x-1) \\ y-2=-\frac{1}{2}(y+1) \\ k=-\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$$

. Vậy $N(3; 1; 0)$

Câu 15. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; -2; 1); B(1; 0; -2); C(3; 1; -2); D(-2; -2; -1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a). Bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng.
- b) Tam giác ACD là tam giác vuông tại A .
- c) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là góc tù.
- d) Tam giác ABD là tam giác cân tại B .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
$\overrightarrow{AB} = (1; 2; -3); \overrightarrow{CD} = (-5; -3; 1)$ $\overrightarrow{AC} = (3; 3; -3); \overrightarrow{BD} = (-3; -2; 1)$ $\overrightarrow{AD} = (-2; 0; -2)$			

Ta có: $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; -6; -3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = (-2) \cdot 3 + 0 \cdot 6 + (-2) \cdot (-3) = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng hay bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng. Vậy đáp án A sai.

Lại có $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 3 \cdot (-2) + 3 \cdot 0 + (-3) \cdot (-2) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{AD}$

$\Rightarrow$ tam giác ACD là tam giác vuông tại A . Vậy đáp án B đúng.

Mặt khác: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 1 \cdot (-5) + 2 \cdot (-3) + (-3) \cdot 1 = -14 < 0 \Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) < 0 \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$ là góc tù. Vậy đáp án C đúng.

$|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BD}| = \sqrt{14}$ hay $AB = BD \Rightarrow$ tam giác ABD là tam giác cân tại B . Vậy đáp án D đúng.

Câu 16. Cho tam giác ABC , biết $\overrightarrow{OA} = (2; 1; -3), \overrightarrow{OB} = (4; 3; -2), \overrightarrow{OC} = (0; 2; -1)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (xOy) tại điểm $M(x_M; y_M; z_M)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\angle BAC = 90^\circ$

b) Tính chu vi tam giác ABC bằng $3(2 + \sqrt{2})$ (đơn vị dài)

c) $x_M = y_M = 0$

d) $x_M + y_M + z_M = 10$

Bài giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a). Từ giả thiết ta được $A(2; 1; -3), B(4; 3; -2), C(0; 2; -1)$

nên $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 1), \overrightarrow{AC} = (-2; 1; 2)$

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2(-2) + 2 + 2 = 0$ vậy $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ nên tam giác ABC vuông tại $A: \angle BAC = 90^\circ$

b) Ta có $AB = 3, AC = 3, BC = 3\sqrt{2}$ nên chu vi của tam giác ABC :

$$AB + AC + BC = 3(2 + \sqrt{2}) \text{ (đơn vị dài)}$$

c) Điểm $M \in (xOy)$ nên $z_M = 0$.

d) Giả sử điểm M chia đoạn AB theo tỷ số $k (k \neq 1)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_M = \frac{2 - 4k}{1 - k} \\ y_M = \frac{1 - 3k}{1 - k} \\ z_M = \frac{-3 + 2k}{1 - k} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow k = \frac{3}{2} (\neq 1) \Leftrightarrow M(8; 7; 0)$$

Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$ với $A(2; 1; 0), B(1; 1; 3), C(2; -1; 3), D(1; -1; 0)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tứ diện $ABCD$ có các cạnh đối đôi một bằng nhau.

b) Góc giữa 2 đường thẳng AB và CD là $\varphi = \arccos 0,3$

c) Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AB và CD bằng 3

d) Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{\sqrt{14}}{2}$

Bài giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Áp dụng công thức tính độ dài đoạn thẳng ta tính được

$$AB = CD = \sqrt{10}; AC = BD = \sqrt{13}; AD = BC = \sqrt{5}$$

Vậy tứ diện $ABCD$ có các cạnh đối đôi một bằng nhau

b) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 3), \overrightarrow{CD} = (-1; 0; -3)$ gọi φ là góc giữa AB và CD ,
 $\cos \varphi = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{|-8|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} = \frac{4}{5}$

Vậy góc giữa AB và CD là $\varphi = \arccos 0,8$

c) Lấy I trung điểm của AB, J là trung điểm của CD

$\triangle ACD = \triangle BCD$ (c.c.c) nên 2 đường trung tuyến tương ứng $AJ = BJ$. Vậy $\triangle AJB$ cân đỉnh J nên IJ vuông góc với AB tại I . Tương tự $\triangle ICD$ cân đỉnh I nên IJ vuông góc với CD tại J . Vậy IJ là đường vuông góc chung của AB và CD ta được $I\left(\frac{3}{2}; 1; \frac{3}{2}\right)$ và $J\left(\frac{3}{2}; -1; \frac{3}{2}\right)$ vậy khoảng cách giữa AB và CD chính là độ dài đoạn vuông góc chung IJ .

$$d(AB; CD) = II = \sqrt{\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\right)^2 + [1 - (-1)]^2 + \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\right)^2} = 2$$

d) Theo kết quả câu 3. Lấy G là trung điểm của IJ ta được:

$$GA = GB \text{ vì } \triangle GAB \text{ cân đỉnh } G$$

$$GC = GD \text{ vì } \triangle GCD \text{ cân đỉnh } G$$

$$\text{Mà } GA = \sqrt{GI^2 + IA^2} \text{ mà } GI = GJ, IA = ID$$

$$GC = \sqrt{GJ^2 + ID^2}$$

$$\text{Do đó } GA = GB = GC = GD = R$$

Do đó G : Tâm mặt cầu ngoại tuyến khối tứ diện $ABCD: G\left(\frac{3}{2}; 0; \frac{3}{2}\right)$ và bán kính của mặt cầu là
 $R = GA = \frac{\sqrt{14}}{2}$

(G : cũng chính là trọng tâm của khối tứ diện đều $ABCD$)

Câu 18. Trong hệ trục $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0), B(0; 0; 1), C(2; 1; 1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Diện tích của tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (đvdt)

b) Gọi $D(x; y; z)$ sao cho tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành khi đó $x + y + z = 3$

c) Độ dài đường cao của tam giác ABC hạ từ A bằng $\frac{\sqrt{30}}{5}$ (đơn vị dài)

d) Thể tích của khối chóp $SABCD$ với đỉnh $S(0; 3; 4)$ bằng 2 (đvtt)

Bài giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có $\vec{AB} = (-1; 0; 1)$, $\vec{AC} = (1; 1; 1)$

Tính $[\vec{AB}, \vec{AC}] = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1; 2; -1) \neq \vec{0}$

Do đó: 2 véc tơ $\vec{AB}$ và $\vec{AC}$ không cùng phương. Vậy A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác

Diện tích tam giác ABC : $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ (đvdt)

b) $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi

$\vec{AD} = \vec{BC}$. Gọi $D(x; y; z)$ ta có: $\vec{AD} = (x-1; y; z)$; $\vec{BC} = (2; 1; 0)$

$$\vec{AD} = \vec{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=2 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$$

Vậy

Đáp số: $D(3; 1; 0)$

c) Diện tích $\Delta ABC = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{\sqrt{6}}{2} \Leftrightarrow AH = \frac{\sqrt{6}}{BC}$. Ta có $BC = \sqrt{5}$

$$\Leftrightarrow AH = \frac{\sqrt{30}}{5} \text{ (đơn vị dài)}$$

d) Thể tích của khối chóp $SABCD = V$

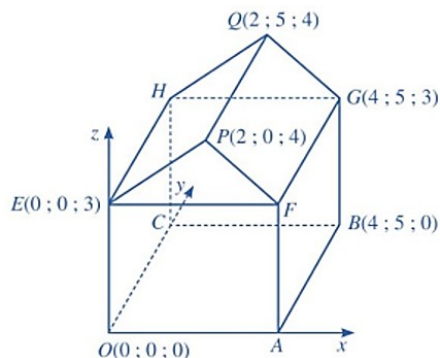
Ta có $V = 2V_{SABC} = \frac{1}{3} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AS}|$

Tính $\vec{AS} = (-1; 3; 4)$ do kết quả câu 1

Nên $[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AS} = -1 + 6 - 4 = 1 > 0$

Do đó $V = 1$ (đvtt)

Câu 19. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ điểm A là $(4; 0; 0)$.

b) Tọa độ $\overrightarrow{AH} = (4; 5; 3)$

c) $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$

d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Vì nền nhà là hình chữ nhật nên tứ giác $OABC$ là hình chữ nhật, suy ra $x_A = x_B = 4$, $y_C = y_B = 5$. Do A nằm trên trục Ox nên tọa độ điểm A là $(4; 0; 0)$. Tường nhà là hình chữ nhật nên tứ giác $OCHE$ là hình chữ nhật, suy ra $y_H = y_C = 5$, $z_H = z_E = 3$. Do H nằm trên mặt phẳng (Oyz) nên tọa độ điểm H là $(0; 5; 3)$. Tứ giác $OAFE$ là hình chữ nhật nên $x_F = x_A = 4$, $z_F = z_E = 3$. Do F nằm trên mặt phẳng (Ozx) nên tọa độ điểm F là $(4; 0; 3)$.

b) Nên $\overrightarrow{AH} = (-4; 5; 3)$ và $\overrightarrow{AF} = (0; 0; 3)$

c) Suy ra $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 + 0 + 9 = 9$

d) Để tính góc dốc của mái nhà, ta đi tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$. Do mặt phẳng (Ozx) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên góc PFE là góc phẳng nhị diện ứng với góc nhị diện đó. Ta có: $\overrightarrow{FP} = (-2; 0; 1)$, $\overrightarrow{FE} = (-4; 0; 0)$.

$$\cos \widehat{PFE} = \cos(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{|\overrightarrow{FP}| \cdot |\overrightarrow{FE}|}$$

Suy ra

$$= \frac{(-2) \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Do đó, $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$. Vậy góc dốc của mái nhà khoảng $26,6^\circ$.