**ĐỀ 06**

**ĐỀ HSG 9 ĐẶNG THAI MAI – TP VINH Năm 2023-2024**

**Câu 1.** (5 điểm)

1. Rút gọn các biểu thức sau:
2. A =
3. B =
4. C = sin.cos với 0
5. Cho biểu thức P =
6. Tìm ĐKXĐ và rút gọn P
7. Tìm GTNN của P

**Câu 2.** (3 điểm)

1. Chứng minh rằng biểu thức có giá trị là số vô tỷ.
2. Giải phương trình nghiệm nguyên:
3. Tìm các số tự nhiên n để là số nguyên tố

**Câu 3.** (4,5 điểm)

1. Giải các phương trình:
2. =
3. Cho a, b, c là ba số thực dương. Chứng minh rằng:

**Câu 4.** (6 điểm)

Cho nhọn, có ba đường cao AD, BI, CK cắt nhau tại H. Gọi chân các đường vuông góc hạ từ D xuống AB, AC lần lượt tại E và F.

1. Chứng minh rằng: AE.AB = AF.AC
2. Giả sử HD = Chứng minh rằng: tanB.tanC = 3
3. Gọi M, N lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ D đến BI và CK. Chứng minh rằng: 4 điểm E, M, N, F thẳng hàng.

**Câu 5.** (1,5 điểm)

Trên bảng đang có hai số 2 và 8. Thực hiện ghi thêm số lên bảng theo qui tắc sau: Mỗi lần viết lên bảng một số c = ab + a + b với hai số a và b đã có trên bảng. Hỏi với cách viết số như trên thì có thể viết được số lên bảng không? Tại sao?

**--- Hết ---**

**LỜI GIẢI**

**Câu 1.** (5 điểm)

1. Rút gọn các biểu thức sau:
2. A = =

= = = 3 - 1 = 2

1. = 4 - 2

4 - 2 = 6 - =

Vì B < 0 nên B = 1 -

1. C = sin.cos

= sin.cos

= sin.cos

= sin.cos

= sin.cos

= sin.cos 1 - sin.cos= 1

1. Cho biểu thức P =
2. ĐKXĐ: x 9, ta có:

P = = =

1. ĐKXĐ: x 9, ta có:

P = = -2 + + 2 + - 4

Áp dụng BĐT Cô-si cho 2 số không âm + 2 và ta có:

P = + 2 +

Dấu đẳng thức xảy ra = x = 4 (tm)

Vậy GTNN của P = 4

**Câu 2.** (3 điểm)

1. Giả sử x = là số hữu tỷ.

Suy ra = x - => = 5 + 2 => + x =

=> 6 + 5 => = (hiển nhiên x

Do x là số hữu tỷ nên là số hữu tỷ. Mà là số vô tỷ (vô lý)

Suy ra là số vô tỷ.

1. Ta có: => (y - 2)( - y + 2) = 3

Nên y + 2 và - y + 2 =

Giải ra ta có: (x,y)

1. Ta có:

=

= + + n + 1

= + n + 1

= (n - 1)( + n + 1)( + n) + + n + 1

= ( + n + 1) + + n + 1

= ( + n + 1)

Do là số nguyên tố

=>

(vì n là số nguyên)

Thử lại: n = 1 (tm). Vậy n = 1

**Câu 3.** (4,5 điểm)

1. Giải các phương trình:
2. ĐKXĐ:

Dấu bằng = (tm ĐKXĐ)

Vậy PT có nghiệm là

1. ĐKXĐ: x

= + 2(

Đặt: = t (t ). Ta có phương trình:

= 0

\* Với t = 2x => = 2x

\* Với t = x + 1 => = x + 1

Vậy PT có nghiệm duy nhất x = 1

1. Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

= =

Chứng minh tương tự:

Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta có:

Đẳng thức xảy ra khi a = b = c

**Câu 4.** (6 điểm)



1. Chứng minh được: AE.AB =

Chứng minh được: AF.AC =

Suy ra: AE.AB = AF.AC

1. Biểu thị được: tanB = ; tanB.tanC =

Biểu thị được: tanB = tanDHC = tanC = tanDHB = tanB.tanC =

Suy ra: = => tanB.tanC =

1. CM được: IK

CM được: IK => M

Tương tự CM được N và suy ra 4 điểm E, M, N, F thẳng hàng

**Câu 5.** (1,5 điểm)

Ta sẽ CM nếu hai số tự nhiên a, b chia 3 đều dư 2 thì c = ab + a + b chia 3 cũng dư 2

Đặt a = 3k + 2; b = 3n + 2 (m, n

c = ab + a + b =(3m + 2)(3n + 2) + 3m + 2 + 3n + 2

= 3(3mn + 3m + 3n + 2) + 2

Suy ra c chia cho 3 dư 2

Trên bảng đang có 2 số 2 và 8 chia cho 3 đều dư 2, nên theo quy tắc viết trên thì trên bảng toàn là các số chia cho 3 dư 2

Mà số chia hết cho 3 nên không thể viết lên bảng.