|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT NAM TRỰC** | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN****NĂM HỌC: 2022-2023****MÔN TOÁN LỚP 8****Thời gian làm bài: 150 phút** |

**Bài 1: (4,0 điểm)**

Cho biểu thức  (với  )

a) Rút gọn biểu thức .

b) Tính giá trị biểu thức  biết 

c) Tìm giá trị nguyên lớn nhất của để nhận giá trị nguyên.

**Bài 2: (4,0 điểm)**

**1.** Giải phương trình sau: 

**2.** Tìm các số nguyên ; thỏa mãn: 

**Bài 3:(2,0 điểm)**

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**Bài 4:(6,0 điểm)**

Cho  nhọn . Các đường cao  của  cắt nhau tại .

a) Chứng minh  và  đồng dạng với 

b)Gọi  là điểm đối xứng với  qua trung điểm  của . Chứng minh rằng .

c) Gọi là giao điểm của  và . Chứng minh 

**Bài 5:(2,0 điểm)**

Cho  nhọn, các đường cao  của  cắt nhau tại . Chứng minh rằng 

**Bài 6: (2,0 điểm)**

 Tìm 4 số tự nhiên liên tiếp sao cho tổng lập phương của ba số đầu bằng lập phương của số thứ tư.

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**Bài 1: (4,0 điểm)**

Cho biểu thức  (với  )

a) Rút gọn biểu thức .

b)Tính giá trị biểu thức  biết 

c)Tìm giá trị nguyên lớn nhất của để nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

a)  (với  )







Vậy  với .

b) 











Thay vào biểu thức 



c) Để  nguyên thì . Ta có hai trường hợp:





Vậy  thì  nguyên.

**Bài 2: (4,0 điểm)**

**1.** Giải phương trình sau: 

**2.** Tìm các số nguyên ;  thỏa mãn: 

**Lời giải**

**1.**  ĐK: 



















Vậy 

**2.** 





 hoặc 

 hoặc 

Vậy 

**Bài 3:(2,0 điểm)**

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**Lời giải**

Xét







Dấu  xảy ra khi 

Xét 







Dấu  xảy ra khi 

Vậy  khi ;

 khi 

**Bài 4:(6,0 điểm)**

Cho  nhọn . Các đường cao  của  cắt nhau tại .

a) Chứng minh  và  đồng dạng với 

b) Gọi  là điểm đối xứng với  qua trung điểm  của . Chứng minh rằng .

c) Gọi là giao điểm của  và . Chứng minh 



**Lời giải**

a)(g.g)( Vì có góc chung, ( cùng phụ với góc ))



Lại có  là góc chung

 (c.g.c)

b) Gọi  giao điểm của  và 

Ta có ( tính chất đối xứng)

( gt)

Tứ giác là hình bình hành.



Mà 

Xét (g.g)

 hay 

Lại có 

 (c.g.c)

 hay 

Mà ( do )



Do đó (g.g)





c) Chứng minh:

Ta cần chứng minh 

Ta có 



Ta thấy (g.g)( Vì có góc chung, ( cùng phụ với góc ))



Xét  và  có

chung và  nên (c.g.c)

 hay  (1)

Lại có 

Lại có: 



 ( Vì tổng 4 góc trong 1 tứ giác bằng  và 

 (2)

Từ (1) và (2) 

Và  chung

(g.g)

 (1)

Do  (2)

Từ (1) và (2) 

Hay  (đpcm)

**Bài 5: (2,0 điểm)**

Cho  nhọn, các đường cao  của  cắt nhau tại . Chứng minh rằng 

**Lời giải**



Gọi diện tích các tam giác  lần lượt là 

Ta có 

 hay 

Tương tự  và 

 Áp dụng bất đẳng thức Nesbit:

Với  ta có 



Dấu  xảy ra khi là trọng tâm của 

 đều

**Bài 6: (2,0 điểm)**

 Tìm 4 số tự nhiên liên tiếp sao cho tổng lập phương của ba số đầu bằng lập phương của số thứ tư.

**Lời giải**

Gọi 4 số tự nhiên liên tiếp là 

Ta có 











Vậy bốn số cần tìm là : 3; 4; 5; 6.

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**