Nhận xét: Nếu $x\in Z,\sqrt{x}\notin Z$ với $x\geq 0,x\ne 1$ thì $P=\frac{x}{\sqrt{x}-1}\notin Z$ (loại).

Do đó $x\in Z,\sqrt{x}\in Z$ với $x\geq 0,x\ne 1$.

Ta có $P=\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}=\sqrt{x}+1+\frac{1}{\sqrt{x}-1}$.

Vì $\sqrt{x}\in Z$ nên $P\in Z$ khi và chỉ khi $\frac{1}{\sqrt{x}-1}\in Z$.

Do đó $\sqrt{x}-1\in U(1)=\{-1;1\}$. Suy ra $x\in \{0;4\}$ (thoả mãn điều kiện)

Vậy để $P\in Z$ thì $x\in \{0;4\}$.

**Câu III. (2,5 điểm)**

1. Gọi số lớp dự kiến có thành tích tiêu biểu là $x\left(\right.$ lớp), $x\in N^{\*}$, số tiền trong quỹ khen thưởng cố định là y (triệu đồng), $y>1,2$.
2. Theo để bài ta có phương trình $1,2x=y$ hay $1,2x-y=0$.
3. Do có thêm hai lớp được đủa vào danh sách khen thưởng và mỗi lớp nhận được 1000000 đồng nên ta có $1⋅(x+2)=y$ hay $x-y=-2$.
4. Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\left\{\begin{matrix}1,2x-y=0\\x-y=-2\end{matrix}\right.$.
5. Giải hệ phương trình ta được $\left\{\begin{matrix}x=10\\y=12\end{matrix}\right.$ (thoả mãn điều kiện).
6. Vậy quỹ khen thưởng cố định của trường là 12000000 đông.
7. Gọi số xe cỡ lớn cẩn dùng để chở hết số học sinh là $x(xe),x\in N^{\*}$.

Theo đề bài ta có phương trình $\frac{360}{x}-\frac{360}{x+4}=15$.

Suy ra $x^{2}+4x-96=0$.

Giải phương trình tìm được $x=8$ (thoả mãn điều kiện) và $x=-12$ (loại).

Vậy cần 8 xe cỡ lớn để chở hết số học sinh trong đoàn.

3. Vì phương trình có hai nghiệm $x\_{1},x\_{2}$ nên theo định lí Viète ta có $\left\{\begin{matrix}x\_{1}+x\_{2}=2\\x\_{1}x\_{2}=a\end{matrix}\right.$.

Ta có $2x\_{1}+3x\_{2}=2\left(x\_{1}+x\_{2}\right)+x\_{2}=2⋅2+x\_{2}=1$. Suy ra $x\_{1}=-3$, do đó $x\_{2}=5$. Khi đó $x\_{1}x\_{2}=-15$.

Ta có $A=x\_{1}\left(x\_{1} ^{2}+x\_{2}\right)+x\_{2}\left(x\_{2} ^{2}-x\_{1}\right)=x\_{1}^{3}+x\_{1}x\_{2}+x\_{2}^{3}-x\_{1}x\_{2}$

$$=\left(x\_{1}+x\_{2}\right)^{3}-3x\_{1}x\_{2}\left(x\_{1}+x\_{2}\right)=2^{3}-3⋅(-15)⋅2=98.$$

Câu IV. (4,0 điểm)

1. a) Diện tích xung quanh của bể nước (không có nắp) là

$$S=2⋅(2,1+11,5)⋅2,3=67,16\left( m^{2}\right).$$

b) Tổng lượng nước cần bơm vào bể là $3,1⋅11⋅5⋅1,5=53,475( m3)=53475$ (lít).

Vì trong quá trình bơm thì hệ thống bơm bị rò rỉ $5\%$ lượng nước nên thời gian bơm nước là $\frac{53475⋅(100\%+5\%)}{240}≈234$ (phút).

2. a) Ta có $\hat{AMO}=\hat{ANO}=90^{∘}$ (giả thiết), $\hat{ADO}=90^{∘}$ (giả thiết). Suy ra bốn điểm D , $M,N,O$ cùng thuộc đường tròn đường kính AO.

b) Ta chứng minh được $△OAM=△OAN$ (ch -gn). Do đó $OM=ON$.

![](data:application/octet-stream;base64...)

Vì tứ giác MDON nội tiếp nên $\hat{ODN}=\hat{OMN}$ và $\hat{BDM}=\hat{ONM}$.

Mà $\hat{ONM}=\hat{OMN}($ do $△OMN$ cân tại O$)$. Suy ra $\hat{ODN}=\hat{BDM}$ (đpcm).

c) Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt $AB,AC$ lẩn lượt tại $P,Q$.

Xét đường tròn đường kính OP có $\hat{IOP}=\hat{IMP}$.

Xét đường tròn đường kính OQ có $\hat{INA}=\hat{IOQ}$.

Mà $\hat{IMP}=\hat{INA}$ nên $\hat{IOP}=\hat{IOQ}$, suy ra OI là phân giác của góc POQ. Lại có $OI⊥PQ$ nên $△OPQ$ cân tại O , suy ra OI cũng là trung tuyến của $△OPQ$.

Vì $PQ//BC$ nên $\frac{IP}{KB}=\frac{AI}{AK}=\frac{IQ}{KC}$. Mà $IP=IQ$ nên $KB=KC$.

Vậy K là trung điểm của BC .

**Câu V. (0,5 điểm)**

Giả sử giữ lại $x(m)$ chiều dài và phá đi $12-x(m)$ chiều dài của bức tường cũ để lấy gạch xây một phần tường của nhà kho (xem hình vẽ).

Nếu a (đổng) là giá xây 1 m tường với vật liệu mới thì giá sửa chửa $x(m)$ tường cũ là $\frac{ax}{4}$ (đồng).

![](data:application/octet-stream;base64...)

Giá xây $12-x(m)$ tường khi tận dụng vật liệu cũ là $\frac{4(12-x)}{2}$ (đông).

Để hoàn chỉnh việc xây cạnh y phải xây $y-(12-x)(m)$ tường nữa và cần thêm $a(x+y-12)$ (đông).

Giá xây hai bức tường còn lại là $a(x+y)$ (đông).

Chi phí xây tường tổng cộng là

$$\frac{ax}{4}+\frac{a(12-x)}{2}+a(x+y-12)+a(x+y)=\frac{a(7x+8y)}{4}-6a (đông). $$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $7x+8y\geq 2\sqrt{56xy}=112$.

Do đó $7x+8y$ nhỏ nhất khi $7x=8y$.

Từ $xy=56$ và $7x=8y$ ta có $x=8,y=7$.

Vậy cần giữ lại 8 m chiều dài bức tường cũ và tận dụng vật liệu tháo dỡ 4 m chiều dài của bức tường đó để tiết kiệm chi phí xây dựng.

**ĐỂ TƯ' LUYỆN SỐ 5**

**Câu I. (1,5 điểm)**

1. Tổng số người tham gia bình chọn là $150+84+96+70+100=500$ (người).

Có 100 người bình chọn cho cẩu thủ Văn Toàn nên tần số tương đối cho số lượng bình chọn của cầu thủ Văn Toàn là $\frac{100}{500}⋅100\%=20\%$.

2. Kí hiệu mặt ngủ̉a là $N$, mặt sấp là $S$.

Không gian mẫu của phép thử là $Ω=\{NN;NS;SN;SS\}$, khi đó $n(Ω)=4$.

Vì gieo ngẫu nhiên một đồng xu cân đối và đồng chất nên các kết quả có thể xảy ra là đổng khả năng.

Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $SS,SN$. Khi đó $n(A)=2$.

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(Ω)}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

Câu II. (1,5 điểm)

a) Ta có $x=25$ (thoả mãn điê̂u kiện), suy ra $\sqrt{x}=5$.

Thay vào biểu thức $A$, ta có $A=\frac{25+5}{5-2}=10$.

b) Ta có $B=\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{2}{\sqrt{x}-2}+\frac{x-3\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$

$$\begin{matrix}& =\frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}-\frac{2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}+\frac{x-3\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}\\& =\frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\frac{(\sqrt{x}-2)^{2}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}\end{matrix}$$

c) Ta có

$P=AB=\frac{x+5}{\sqrt{x}-2}⋅\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}=\frac{x+5}{\sqrt{x}+2}=\sqrt{x}-2+\frac{9}{\sqrt{x}+2}=\sqrt{x}+2+\frac{9}{\sqrt{x}+2}-4$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

$$P=\sqrt{x}+2+\frac{9}{\sqrt{x}+2}-4\geq 2\sqrt{(\sqrt{x}+2)⋅\frac{9}{\sqrt{x}+2}}-4=2$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $2khi(\sqrt{x}+2)^{2}=9$ hay $x=1$.

**Câu III. (2,5 điểm)**

1. Gọi $x,y$ (triệu đông) lẩn lượt là giá niêm yết của tủ lạnh và máy giặt ( $0<x,y<25,4$ ).
2. Theo để bài ta có phương trình $x+y=25,4$.
3. Vì giá bán của tủ lạnh được giảm $40\%$ và giá bán của máy giặt được giảm $25\%$ nên ta có phương trình $60\%x+75\%y=16,77$ hay $0,6x+0,75y=16,77$.
4. Tử (1) và (2) ta có hệ phương trình $\left\{\begin{matrix}x+y=25,4\\0,6x+0,75y=16,77\end{matrix}\right.$.
5. Giải hệ phương trình ta được $\left\{\begin{matrix}x=15,2\\y=10,2\end{matrix}\right.$ (thoả mãn điều kiện).
6. Vậy giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh là 15,2 triệu đồng và một chiếc máy giặt là 10,2 triệu đồng.
7. Đổi: 30 phút $=\frac{1}{2}$ giờ.

Gọi vận tốc của xe máy là $x(km/h),x>0$.

Theo để bài ta có phương trình $\frac{60}{x}-\frac{60}{x+20}=\frac{1}{2}$. Suy ra $x^{2}+20x+2400=0$.

Giải phương trình tìm được $x=40$ (thoả mãn điều kiện) và $x=-60$ (loại).

Vậy vận tốc của xe máy là $40 km/h$.

3. Vì phương trình (1) có hai nghiệm $x\_{1},x\_{2}$ nên theo định lí Viète ta có $\left\{\begin{matrix}x\_{1}+x\_{2}=a\\x\_{1}x\_{2}=a-2\end{matrix}\right.$.

Ta có $x\_{1}+x\_{2}+2x\_{1}x\_{2}=a+2(a-2)=3a-4=-1$. Suy ra $a=1$.

Khi đó $x\_{1}+x\_{2}=1;x\_{1}x\_{2}=-1$.

Ta có $A=\left(x\_{1}-2\right)\left(x\_{1}-1\right)+\left(x\_{2}-2\right)\left(x\_{2}-1\right)$

$$\begin{matrix}& =x\_{1}^{2}-3x\_{1}+2+x\_{2}^{2}-3x\_{2}+2=\left(x\_{1}+x\_{2}\right)^{2}-2x\_{1}x\_{2}-3\left(x\_{1}+x\_{2}\right)+4\\& =1^{2}-2⋅(-1)-3⋅1+4=4.\end{matrix}$$

**Câu IV. (4,0 điểm)**

1. a) Gọi bán kính đáy của lon nước là $r(cm),r>0$.

Ta có $V=πr^{2} h=πr^{2}⋅4r=4πr^{3}=108π\left( cm^{3}\right)$.

Suy ra $r=3 cm$ và $h=12 cm$.

b) Diện tích phần vỏ lon nước được sơn tĩnh điện bằng diện tích xung quanh của lon nước, ta có $S\_{xq}=2πrh=2π⋅3⋅12=72π\left( cm^{2}\right)$.

2. a) Vì BE và CF là các đường cao của $△ABC$ nên $\hat{BEC}=\hat{BFC}=90^{∘}$. Suy ra bốn điểm $B,C,E,F$ cùng thuộc đường tròn đường kính BC .

Vậy tứ giác BCEF là tứ giác nội tiếp.

![](data:application/octet-stream;base64...)

b) Ta có $△HAF∝△HCD(g.g)$ nên $\frac{HA}{HC}=\frac{HF}{HD}$, suy ra $HA⋅HD=HC⋅HF$. (1)

Ta có $△HAE∝ΔHBD(g.g)$ nên $\frac{HA}{HB}=\frac{HE}{HD}$, suy ra $HA⋅HD=HB⋅HE$.

Từ (1) và (2) suy ra $HA⋅HD=HB⋅HE=HC⋅HF$.

c) Ta có $\hat{EDH}=\hat{FDH}$ (cùng bằng $\hat{ABH}$ ), suy ra DH là tia phân giác của $\hat{EDF}$. Chứng minh được $\hat{EID}=2\hat{ECI}$ suy ra $EI=CI$.

Mà $\hat{BEC}=90^{∘}$ nên $EI=CI=BI$ ( $‡ccm$ ).

**Câu V. (0,5 điểm)**

Gọi chiều rộng của đáy hình hộp chữ nhật là $x( cm),x>0$.

Khi đó chiều dài của đáy hình hộp chữ nhật là $30-x(cm)$.

Thể tích của hình hộp chữ nhật là $V=x⋅(30-x)⋅20\left( cm^{3}\right)$. Áp dụng bất đẳng thức $(a+b)^{2}\geq 4ab$ ta có

$$x⋅(30-x)⋅20\leq 20⋅\frac{(x+30-x)^{2}}{4}=4500$$

Dấu "=" xảy ra khi $x=30-x$ hay $x=15$.

Vậy thể tích của chiếc hộp đạt giá trị lớn nhất là $4500 cm^{3}$.

**ĐÊ TƯ LUYẸN SỐ 6**

**Câu I. ( 1,5 điểm)**

1. Bảng tần số:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Hình quạt màu | Cam | Đỏ | Xanh |
| Số lần | 11 | 14 | 15 |

Tần số tương đối khi mũi tên chỉ vào hình quạt màu xanh là $\frac{15}{40}⋅100\%=37,5\%$.

2. Gọi n là số quả bóng màu trắng có trong hộp, $n>0$.

Số cách lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp là $n+5$.

Do các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng nên các kết quả có thể xảy ra là đồng khả năng.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là 5 nên xác suất của biến cố A là

$$P(A)=\frac{5}{n+5}=0,25. Suy ra n=15$$

Vậy trong hộp có 15 quả bóng màu trắng.

Câu II. ( 1,5 điểm)

a) Ta có $x=9$ (thoả mãn điều kiện), suy ra $\sqrt{x}=3$.

Thay vào biểu thức A ta có $A=\frac{3-1}{3+1}=\frac{1}{2}$.

b) Ta có $B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$

$$\begin{matrix}& =\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}-\frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}\\& =\frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}.\end{matrix}$$

c) Ta có $P=AB=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}⋅\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}=1-\frac{3}{\sqrt{x}+1}$.

Điểu kiện: $P\geq 0$ nên $\sqrt{x}-2\geq 0$ suy ra $\sqrt{x}\geq 2$.

Ta có $\sqrt{P}<\frac{1}{2}$ hay $P<\frac{1}{4}$. Suy ra $1-\frac{3}{\sqrt{x}+1}<\frac{1}{4}$ hay $\frac{3}{\sqrt{x}+1}>\frac{3}{4}$.

Khi đó $\sqrt{x}+1<4$ hay $\sqrt{x}<3$.

Kết hợp điều kiện ta có $\sqrt{P}<\frac{1}{2}$ khi và chỉ khi $2\leq \sqrt{x}<3$ hay $4\leq x<9$ (thoả mãn điều kiện xác định).

Vậy để $\sqrt{P}<\frac{1}{2}$ thì $4\leq x<9$.

**Câu III. (2,5 điểm)**

1. Gọi $x,y$ (ngày) lần lượt là số ngày nghỉ tại Nha Trang và Huế, $x,y\in N^{\*}$.

Theo để bài ta có phương trình $x+y=6$.

Do chi phí mỗi ngày ở Nha Trang là 1500000 đồng và mỗi ngày ở Huế là 2000000 đồng nên ta có phương trình

$$\begin{array}{c}1500000x+2000000y=10000000\#(2)\end{array}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\left\{\begin{matrix}x+y=6\\1500000x+2000000y=10000000\end{matrix}\right.$.

Giải hệ phương trình ta được $\left\{\begin{matrix}x=4\\y=2\end{matrix}\right.$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy gia đình bạn An ở Nha Trang 4 ngày, ở Huế 2 ngày.

2. Đổi: 12 phút $=\frac{1}{5}$ giờ.

Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là $x(km/h),x>0$.

Theo đề bài ta có phương trình $\frac{84}{x}-\frac{84}{x+10}=\frac{1}{5}$.

Giải phương trình tìm được hai nghiệm $x=60$ (thoả mãn điều kiện) và $x=-70$ (loại).

Vậy vận tốc của ô tô thứ nhất là $60 km/h$ và vận tốc của ô tô thứ hai là $70 km/h$.

3. Vìphương trình cóhai nghiệm $x\_{1},x\_{2}$ nên theo địnhlíVièteta có $\left\{\begin{matrix}x\_{1}+x\_{2}=a+1\\x\_{1}x\_{2}=a\end{matrix}\right.$. Ta có $x\_{1} ^{2}-x\_{2} ^{2}=\left(x\_{1}+x\_{2}\right)^{2}-2x\_{1}x\_{2}=5$ suy ra $(a+1)^{2}-2a-5=0$. Dẫn tới $a^{2}=4$ suy ra $a=2($ do $a>0)$.

Do đó $x\_{1}+x\_{2}=3,x\_{1}x\_{2}=2$. Ta có

$$A=x\_{1}^{3}+x\_{2}^{3}=\left(x\_{1}+x\_{2}\right)^{3}-3x\_{1}x\_{2}\left(x\_{1}+x\_{2}\right)=3^{3}-3⋅2⋅3=9.$$

**Câu IV. (4,0 điểm)**

1. a) Chiều cao của khúc gỗ là $h=2⋅2⋅10=40( cm)$.
2. b) Thể tích của khúc gỗ là

$$V=πR^{2} h=π⋅10^{2}⋅40=4000π\left( cm^{3}\right)=0,004π\left( m^{3}\right).$$

Khối lượng của khúc gỗ là $0,004⋅3,14⋅1000=12,65( kg)$.

2. a) Ta có $\hat{CNM}=90^{∘}$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) và $\hat{COM}=90^{∘}$ (giả thiết). Suy ra bốn điểm $O,M,N,C$ cùng thuộc đường tròn đường kính CM .

b) Ta có $△DOM∝△DNC$ (g.g). Suy ra $\frac{DO}{DN}=\frac{DM}{DC}$ hay $DM⋅DN=DO⋅DC=2R^{2}$.

![](data:application/octet-stream;base64...)

Áp dụng định lí Pythagore ta có $DA=\sqrt{OA^{2}+OD^{2}}=\sqrt{2}⋅OD$ suyra $DO=\frac{DA}{\sqrt{2}}$.

Khi đó $DC=2DO=2⋅\frac{DA}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}⋅DA$.

Do đó $DM⋅DN=DO⋅DC=\sqrt{2}⋅DA⋅\frac{DA}{\sqrt{2}}=DA^{2}$. Vậy $DM⋅DN=DA^{2}=2R^{2}$.

c) Ta có $△ADE=△BDF$ (g.c.g). Suy ra $AE=BF$.

Do đó $CE+CF=(CA+AE)+(CB-BF)=2CA$.

Mặt khác $CA=\sqrt{OA^{2}+OC^{2}}=R\sqrt{2}$. Do đó $CE+CF=2R\sqrt{2}$.

Vậy khi M di chuyển trên OA thì tổng $CE+CF$ luôn không đổi và bằng $2R\sqrt{2}$.

**Câu V. (0,5 điểm)**

Đặt $NP=x(dm),0<x<3$. Khi đó $PQ=2\sqrt{R^{2}-x^{2}}=2\sqrt{9-x^{2}}$.

Từ đó diện tích hình chữ nhật MNPQ là $S=2x\sqrt{9-x^{2}}$.

![](data:application/octet-stream;base64...)

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $S=2x\sqrt{9-x^{2}}\leq x^{2}+9-x^{2}=9$.

Dấu "=" xảy ra khi $x=\sqrt{9-x^{2}}$ hay $x=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích lớn nhất có thể có của miếng tôn hình chữ nhật là $9dm^{2}$.

**ĐÊ TƯ LUYÊN SÓ 7**

Câu I. (1,5 điểm)

1. Bảng tần số:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Thời tiết | Nắng | Mưa nhỏ | Mưa to |
| Số ngày | 17 | 7 | 6 |

Tần số xuất hiện của ngày "Nắng" trong dãy dữ liệu trên là 17 .

Tần số tương đối của ngày "Mưa to" trong dãy dữ liệu trên là $\frac{6}{30}⋅100\%=20\%$.

2. a) Ta có bảng mô tả không gian mẫu như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Xúc xắc I | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | $$(1;1)$$ | $$(1;2)$$ | $$(1;3)$$ | $$(1;4)$$ | $$(1;5)$$ | $$(1;6)$$ |
| 2 | $$(2;1)$$ | $$(2;2)$$ | $$(2;3)$$ | $$(2;4)$$ | $$(2;5)$$ | $$(2;6)$$ |
| 3 | $$(3;1)$$ | $$(3;2)$$ | $$(3;3)$$ | $$(3;4)$$ | $$(3;5)$$ | $$(3;6)$$ |
| 4 | $$(4;1)$$ | $$(4;2)$$ | $$(4;3)$$ | $$(4;4)$$ | $$(4;5)$$ | $$(4;6)$$ |
| 5 | $$(5;1)$$ | $$(5;2)$$ | $$(5;3)$$ | $$(5;4)$$ | $$(5;5)$$ | $$(5;6)$$ |
| 6 | $$(6;1)$$ | $$(6;2)$$ | $$(6;3)$$ | $$(6;4)$$ | $$(6;5)$$ | $$(6;6)$$ |

Không gian mẫu của phép thử là $Ω=\{(1;1);(1;2);…;(6;6)\}$.

b) Số phần tử của không gian mẫu là $n(Ω)=36$.

Vỉ hai xúc xắc cân đối và đổng chất nên các kết quả có thể xảy ra là đồng khả năng. Các kết quả thuận lợi cho biến cố $B$ là $(2;6),(6;2),(3;5),(5;3),(4;4)$.

Khi đó $n(B)=5$. Xác suất của biến cố B là $P(B)=\frac{n(B)}{n(Ω)}=\frac{5}{36}$.

**Câu II. ( 1,5 điểm)**

a) Ta có $x=25$ (thoả mãn điều kiện), suy ra $\sqrt{x}=5$.

Thay vào biểu thức A ta có $A=\frac{5-2}{5-1}=\frac{3}{4}$.

b) Ta có $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$

$$\begin{matrix}& =\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}-\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}+\frac{2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}\\& =\frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{(\sqrt{x}-1)^{2}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}.\end{matrix}$$

c) Ta có $P=AB=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}⋅\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$.

Khi đó $|P|+P=0$ suy ra $|P|=-P$. Từ đó $P\leq 0$.

Do đó $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}\leq 0$ suy ra $\sqrt{x}-2\leq 0$ (vì $\sqrt{x}+1>0$ với $x\geq 0,x\ne 1$ ).

Suy ra $\sqrt{x}\leq 2$ hay $x\leq 4$.

Kết hợp với điê̂u kiện xác định, các giá trị nguyên của x để $|P|+P=0$ là 0; 2; 3; 4.

**Câu III. (2,5 điểm)**

1. Gọi số tiền gửi trong tài khoản nhận $6\%$ lãi suất/năm là $x$ (triệu đổng), $x>0$; số tiển gửi trong tài khoản nhận $8\%$ lãi suất/năm là $y$ (triệu đồng), $y>0$.
2. Theo để bài ta có các phương trình $x+y=20$ (1) và $0,06x+0,08y=1,38$ (2).
3. Từ (1) và ( 2 ) ta có hệ phương trình $\left\{\begin{matrix}x+y=20\\0,06x+0,08y=1,38\end{matrix}\right.$.
4. Giải hệ phương trình ta được $\left\{\begin{matrix}x=11\\y=9\end{matrix}\right.$ (thoả mãn điều kiện).
5. Vậy số tiền gửi trong tài khoản nhận $6\%$ lãi suất/năm là 11 triệu đổng, số tiền gửi trong trong tài khoản nhận $8\%$ lãi suất/năm là 9 triệu đổng.
6. Gọi số sản phẩm mà đội phải làm trong một ngày theo dự định là x (sản phẩm), $x\in N^{\*}$.
7. Theo đề bài ta có phương trình $\frac{500}{x}-\frac{540}{x+5}=2$ hay $x^{2}+25x-1250=0$.
8. Giải phương trình ta được $x=25$ (thoả mãn điều kiện) và $x=-50$ (loại).
9. Vậy số sản phẩm mà đội phải sản xuất trong một ngày theo dự định là 25 sản phẩm.
10. Ví phương trình có hai nghiệm $x\_{1},x\_{2}$ nên theo định lí Viète ta có $\left\{\begin{matrix}x\_{1}+x\_{2}=-a\\x\_{1}x\_{2}=b\end{matrix}\right.$.

Ta có $a+b=-\left(x\_{1}+x\_{2}\right)+x\_{1}x\_{2}=4$.

Mà $x\_{1}=x\_{2}^{2}+x\_{2}$ suy ra $x\_{2}^{3}+x\_{2}^{2}-\left(x\_{2}^{2}+2x\_{2}\right)=4$.

Suy ra $x\_{2} ^{3}-2x\_{2}-4=0$ dẫn tới $\left(x\_{2}-2\right)\left(x\_{2} ^{2}+2x\_{2}+2\right)=0$. Do đó $x\_{2}=2$.

Vì $x=2$ là nghiệm của phương trình (1) nên ta có $2^{2}+2a+b=0$ suy ra $2a+b=-4$.

Tữ đó ta có $\left\{\begin{matrix}2a+b=-4\\a+b=4\end{matrix}\right.$. Suy ra $\left\{\begin{matrix}a=-8\\ b=12\end{matrix}\right.$.

Thử lại: $a=-8$ và $b=12$ thoả mãn yêu cầu bài toán. Vậy $a=-8$ và $b=12$.

**Câu IV. (4,0 điểm)**

1. a) Bán kính đáy của cốc là $6:2=3( cm)$.
2. b) Vì viên bi sắt đặc được thả chìm hoàn toàn trong nước nên thể tích của lượng nước dâng lên chính là thể tích của viên bi. Thể tích của viên bi là $V=π⋅3^{2}⋅3=27π\left( cm^{3}\right)$.
3. Vậy thể tích của viên bi là $27π cm^{3}$.
4. a) Ta có $\hat{BEM}=90^{∘}$ và $\hat{BIM}=90^{∘}$. Suy ra bốn điểm $B,E,M,I$ cùng thuộc đường tròn đường kính BM .
5. b) Vì $DH⊥AB,ME⊥AB$ nên $DH//EM$. Suy ra $\frac{AH}{AE}=\frac{AD}{AM}$. Vì $DG⊥BC,MI⊥BC$ nên $DG//IM$. Suy ra $\frac{AG}{AI}=\frac{AD}{AM}$. Do đó $\frac{AH}{AE}=\frac{AG}{AI}$.
6. c) Ta có $\hat{BME}=\hat{BIE}$ và $\hat{CIF}=\hat{CMF}$.

Vì tứ giác ABMC nội tiếp đường tròn $(O)$

![](data:application/octet-stream;base64...)

 nên $\hat{MBE}=\hat{MCF}$, khi đó $\hat{BME}=\hat{CMF}$.

Suy ra $\hat{BIE}=\hat{CIF}$. Từ đó suy ra ba điểm $E,I,F$ thẳng hàng.

**Câu V. (0,5 điểm)**

Ta cần tìm lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất, tức là tìm x sao cho $H(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $H(x)=0,025x^{2}(30-x)=0,0025x^{2}⋅10⋅(30-x)$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

$$\begin{matrix}H(x)& \leq 0,0025x^{2}⋅\frac{(10+30-x)^{2}}{4}=0,0025⋅\frac{1}{4}⋅[x(40-x)]^{2}\\& \leq 0,0025⋅\frac{1}{4}⋅\left[\frac{(x+40-x)^{2}}{4}\right]^{2}=0,0025⋅\frac{1}{4}⋅160000=100.\end{matrix}$$

Dấu "=" xảy ra khi $\left\{\begin{matrix}x=40-x\\30-x=0\end{matrix}\right.$ hay $x=20$.

Vậy lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân trên để huyết áp giảm nhiều nhất là 20 mg .