|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THANH HÓA**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN LAM SƠN**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **Môn thi: Toán chuyên Tin**  *Thời gian làm bài : 150 phút* |

**Câu I. (2,0 điểm)**

1. Cho là ba số thực thỏa mãn điều kiện và . Tính giá trị của biểu thức 
2. Cho các số thực khác 0, đôi một khác nhau và thỏa mãn . Chứng minh 

**Câu II. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Giải hệ phương trình 

**Câu III. (2,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương sao cho 
2. Cho là số nguyên tố lẻ. Tìm tất cả các số nguyên dương để là bình phương của một số nguyên dương

**Câu IV. (3,0 điểm)** Cho tam giác có và . Đường tròn tâm bán kính nôi tiếp tam giác tiếp xúc với các cạnh lần lượt tại . Đường thẳng cắt tại K, đường thẳng qua và song song với cắt theo thứ tự tại 

1. Chứng minh rằng các tứ giác và nội tiếp
2. Gọi J là giao điểm của và . Chứng minh là trung điểm của và 
3. Gọi S là diện tích tứ giác . Tính S theo r và chứng minh )(trong đó là diện tích tam giác 

**Câu V. (1,0 điểm)** Xét ba số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**ĐÁP ÁN**

**Câu I. (2,0 điểm)**

1. **Cho là ba số thực thỏa mãn điều kiện và . Tính giá trị của biểu thức **

Ta có 

Thay vào điều kiện ta có :



Vậy 

1. **Cho các số thực khác 0, đôi một khác nhau và thỏa mãn . Chứng minh **

Giả sử ta có : 



Chứng minh tương tự ta có : 

Khi đó ta có 

**Câu II. (2,0 điểm)**

1. **Giải phương trình **

ĐK : 

Khi đó : ****



Đối chiếu điều kiện 

1. **Giải hệ phương trình **

Ta có : 



Vậy 

**Câu III. (2,0 điểm)**

1. **Tìm tất cả các cặp số nguyên dương sao cho **

Ta có :



Xem phương trình đã cho là phương trình bậc hai ẩn x



Để tồn tại cặp số nguyên dương (x;y) thỏa mãn thì pt (\*) phải có nghiệm 

Mà y nguyên dương nên 



Vậy có 2 cặp số nguyên dương (x;y) thỏa mãn yêu cầu bài toán 

1. **Cho là số nguyên tố lẻ. Tìm tất cả các số nguyên dương để là bình phương của một số nguyên dương**

**(BÍ)**

**Câu IV. (3,0 điểm) Cho tam giác có và . Đường tròn tâm bán kính nôi tiếp tam giác tiếp xúc với các cạnh lần lượt tại . Đường thẳng cắt tại K, đường thẳng qua và song song với cắt theo thứ tự tại **

****

1. **Chứng minh rằng các tứ giác và nội tiếp**

Ta có 

Xét tứ giác có , mà 2 góc này đối nhau

Nên tứ giác nội tiếp (hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Xét tứ giác có , mà 2 góc này nằm ở hai đỉnh kề nhau nên tứ giác nội tiếp (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện) (2)

Từ (1) và (2) suy ra nên tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện bằng nhau)

1. **Gọi J là giao điểm của và . Chứng minh là trung điểm của và **

**\*Chứng minh J là trung điểm của BC**

Tứ giác nội tiếp (cmt)(cùng chắn cung IK)

Tứ giác nội tiếp (cmt)(cùng chắn cung IK)

Mà (cùng bằng bán kính đường tròn nội tiếp tam giác cân tại I

cân tại K

Mà là trung điểm của MN (trong tam giác cân đường cao đồng thời là đường trung tuyến)

Vì (gt), nên áp dụng định lí Ta-let ta có mà 

là trung điểm của 

\***Chứng minh **

Áp dụng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có : . Khi đó ta có :



Mà J là trung điểm của 

Vậy 

1. **Gọi S là diện tích tứ giác . Tính S theo r và chứng minh )(trong đó là diện tích tam giác **

**\*Tính diện tích theo r**

Áp dụng tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau nên ta có : AI là phân giác của 

. Xét tam giác vuông có :



Vậy S

**\*Chứng minh** **)(trong đó** **là diện tích tam giác** 

Gọi H là giao điểm của AI và EF. Ta có :

(tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)thuộc trung trực của EF

trung trực của EF

là trung trực của tại H

Tứ giác có mà 2 góc này đối nhau nên là tứ giác nội tiếp



Mà là phân giác của (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Xét tam giác có 

Tứ giác nội tiếp (cm câu a) (tính chất tứ giác nội tiếp)



Tam giác cân tại I (cmt) nên đường cao đồng thời là phân giác



Xét tam giác vuông có 

Lại có (quan hệ vuông góc, đường xiên)

Do đó từ (3) và (4) suy ra . Ta có 

Xét tam giác có đều 

.Mà 

**Câu V. (1,0 điểm) Xét ba số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức **

Phá căn bằng AM-GM và áp dụng dồn biến bằng cộng mẫu, ta có :



Đưa từ bậc 2 về bậc 1 bằng BĐT Bunhia copxki cho 3 số, ta được :



Biến đổi bểu thức P về mô hình 1 biến nghịch đảo :

