

THPT CHUYÊN NGUYỄN THIỆN THÀNH – TRÀ VINH

Câu 1:

Một hòn bi được thả rơi tự do từ độ cao $h_0 = 25 \text{ cm}$ so với đỉnh của một mặt phẳng nghiêng, xuống tại đỉnh của mặt phẳng nghiêng. Mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng $\alpha = 30^\circ$ so với mặt phẳng nằm ngang có chiều dài $L = 10 \text{ m}$. Va chạm giữa bi với mặt phẳng nghiêng là hoàn toàn đàn hồi. Hỏi hòn bi va chạm với mặt phẳng nghiêng được bao nhiêu lần.

Câu 2:

Một ống hình trụ bán kính R , chiều dài L , có thể quay quanh trục đối xứng đặt thẳng đứng. Có một vòng dây đồng chất, khối lượng m , bao quanh lấy ống hình trụ với lực căng T . Ban đầu vòng dây ở đầu trên của ống hình trụ.

Quay ống hình trụ với tốc độ quay ω thì vòng dây trượt xuống phía dưới, hệ số ma sát giữa vòng dây và ống hình trụ là μ .

1. Tìm thời gian để vòng dây trượt hết ống hình trụ.
2. Tìm điều kiện của lực căng T của vòng dây và giá trị tối thiểu của tốc độ góc ω để vòng dây trượt xuống.

Câu 3:

Trên mặt phẳng nằm ngang đặt một thanh AB đồng chất, khối lượng phân bố đều. Người ta nâng nó lên một cách từ từ bằng cách đặt vào đầu B của nó một lực F luôn có phương vuông góc với thanh. Hỏi hệ ma sát giữa thanh và mặt ngang có giá trị cực tiểu bằng bao nhiêu để dựng được thanh lên ở vị trí thẳng đứng mà đầu dưới của nó không bị trượt?

Câu 4:

Một vật có khối lượng m_1 được thả không vận tốc ban đầu và trượt trên một máng nghiêng tiếp xúc với một vòng tròn bán kính r . Ở thời điểm thấp nhất A nó va chạm đàn hồi vào một vật đứng yên có khối lượng m_2 . Vật này trượt theo vòng tròn đến độ cao h thì tách khỏi vòng tròn ($h > r$). Vật 1 giạt lùi theo máng rồi lại trượt xuống, tiếp tục trượt theo vòng tròn cũng đến độ cao h thì tách khỏi vòng tròn. Tính độ cao ban đầu H của vật 1 và tỉ số các khối lượng. Bỏ qua ma sát.

Câu 5:

Khối lượng riêng của một hỗn hợp khí gồm nitơ và khí hydro ở nhiệt độ $t = 47^\circ \text{C}$ và áp suất $p = 2 \text{ atm}$ bằng $\rho = 0,30 \text{ kg/m}^3$. Tìm mật độ phân tử khí nitơ (n_1) và hydro (n_2) trong hỗn hợp.

Câu 6:

Một mol khí lý tưởng có chu trình biến đổi: từ trạng thái 1 ($p_1 = 10^5 \text{ Pa}$; $T_1 = 600 \text{ K}$) giãn nở đẳng nhiệt đến trạng thái 2 ($p_2 = 2,5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$) rồi bị nén đẳng áp đến trạng thái 3 ($T_3 = 300 \text{ K}$) và bị nén đẳng nhiệt đến trạng thái 4, cuối cùng trở về trạng thái 1 bằng quá trình đẳng tích.

1. Tính V_1, V_2, V_3, V_4 và vẽ đồ thị biểu diễn quá trình biến đổi trên hệ tọa độ p - V .
2. Trong mỗi quá trình và trong cả chu trình chất khí nhận hay sinh bao nhiêu công, nhận hay tỏa bao nhiêu nhiệt?

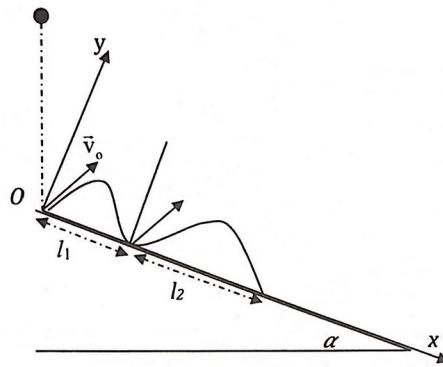
Cho:

- Nhiệt dung mol đẳng tích $C_v = 2,5R$; $R = 8,31 \text{ J/mol.K}$

- Công mà khí sinh ra trong quá trình giãn nở đẳng nhiệt từ thể tích V đến thể tích V' là $A = RT \ln \frac{V'}{V}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1:



+ Vận tốc của bi trước khi chạm vào mpn: $v_0 = \sqrt{2gh_0}$

+ Chọn hệ trục Ox hướng dọc theo mpn, Oy vuông góc với mpn, O là điểm chạm đầu tiên của bi với mpn.

Gia tốc của bi theo phương Ox: $g_x = g \sin \alpha$

Và theo phương Oy: $g_y = -g \cos \alpha$

vận tốc ban đầu: $v_{ox} = v_0 \sin \alpha$; $v_{oy} = v_0 \cos \alpha$

Do va chạm là hoàn toàn đàn hồi nên sau va chạm bi có vận tốc v_0 hợp với trục Oy góc α

$$\text{PT chuyển động của bi sau va chạm lần 1: } x = v_0 \sin \alpha \cdot t + \frac{1}{2} g \sin \alpha \cdot t^2 \quad (1)$$

$$y = v_0 \cos \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cos \alpha \cdot t^2 \quad (2)$$

Khi bi chạm mpn lần thứ 2 thì $y = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{2v_0}{g}$

Lúc đó $x = l_1 = \frac{4v_0^2 \sin \alpha}{g} = 8h_0 \sin \alpha$ và vận tốc của bi trước va chạm:

$$v_{1x} = v_0 \sin \alpha + g_x \cdot t_1 = 3v_0 \sin \alpha$$

$$v_{1y} = v_0 \cos \alpha + g_y \cdot t_1 = -v_0 \cos \alpha$$

Sau va chạm, bi nảy lên tại O_1 , với các thành phần vận tốc: $v_{2x} = v_{1x}$; $v_{2y} = v_0 \cos \alpha$

Phương trình chuyển động cho lần bay thứ hai, với gốc tại O_1

$$x = 3v_0 \sin \alpha \cdot t + \frac{1}{2} g \sin \alpha \cdot t^2 \quad (3)$$

$$y = v_0 \cos \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cos \alpha \cdot t^2 \quad (4)$$

Thời gian bay lần 2 là $t_2 = t_1 = \frac{2v_0}{g}$

Quãng đường đi theo phương Ox: $x = l_2 = 16h_0 \sin \alpha$

Tương tự, quãng đường đi theo phương Ox ở lần bay thứ ba là $24h_0 \sin \alpha$

Quãng đường đi theo phương Ox ở lần bay thứ n là $8nh_0 \sin \alpha$

Tổng quãng đường đi sau n lần bay

$$S = l_1 + l_2 + \dots + l_n = 8h_0 \sin \alpha \cdot (1 + 2 + \dots + n) = 8h_0 \sin \alpha \cdot \frac{n(n+1)}{2} = 4h_0 \sin \alpha \cdot n(n+1)$$

Số lần bay lớn nhất trên mp nghiêng là giá trị n lớn nhất thoả:

$$S \leq L \Leftrightarrow 4h_0 \sin \alpha \cdot n(n+1) \leq L \text{ (với } n \text{ nguyên dương)}$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - \frac{L}{4h_0 \sin \alpha} \leq 0 \Leftrightarrow n^2 + n - 20 \leq 0$$

Suy ra: n = 4 và số va chạm là 5

Câu 2:

1. Xét đoạn dây MN có chiều dài Δl là nhỏ

$$+ \text{ Khối lượng } \Delta m = \frac{m}{2\pi R} \cdot \Delta l$$

+ Lực tác dụng: P, N, F_{ms} , T_1 , T_2 ($T_1 = T_2 = T$)

$$+ \text{ Theo định luật II Newton: } P + N + F_{ms} + T_1 + T_2 = \Delta m \cdot a \quad (1)$$

$$+ \text{ Chiếu (1) lên trục Ox: } N - 2T \sin \alpha = -\Delta m \cdot \omega^2 \cdot R$$

$$+ \text{ Chiếu (1) lên trục Oy: } P - F_{ms} = \Delta m \cdot a_t$$

$$+ \text{ Ta có: } F_{ms} = \mu N \text{ và } \sin \alpha = \alpha = \frac{\Delta l}{2R}$$

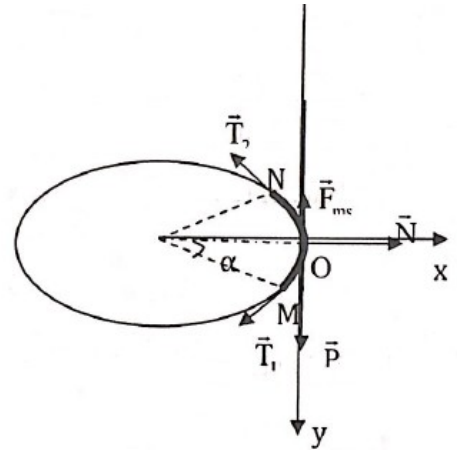
$$\text{Suy ra: } a_t = g - \mu \left(\frac{2\pi T}{m} - \omega^2 R \right)$$

$$+ \text{ Thời gian trượt: } t = \sqrt{\frac{2L}{a_t}} = \sqrt{\frac{2L}{g - \mu \left(\frac{2\pi T}{m} - \omega^2 R \right)}}$$

2. Điều kiện:

$$+ a_t \geq 0 \Leftrightarrow \mu \left(\frac{2\pi T}{m} - \omega^2 R \right) \leq g \Leftrightarrow \omega \geq \frac{1}{R} \left(\frac{2\pi T}{m} - \frac{g}{\mu} \right) \Rightarrow \omega_{\min} = \sqrt{\frac{1}{R} \left(\frac{2\pi T}{m} - \frac{g}{\mu} \right)}$$

$$+ \text{ Điều kiện: } \frac{2\pi T}{m} - \frac{g}{\mu} > 0 \Leftrightarrow T > \frac{mg}{2\pi\mu}$$



Câu 3:

Ký hiệu chiều dài và khối lượng của thanh lần lượt là l và m. Do nâng thanh từ từ do vậy có thể coi rằng thanh luôn cân bằng ở mọi vị trí.

Xét khi thanh hợp với phương ngang một góc α . Các lực tác dụng lên thanh như hình vẽ ta có:

$$F + N + F_{ms} + P = 0 \quad (1)$$

$$\text{Chiếu phương trình (1) lên phương ngang và phương thẳng đứng ta được: } F \cdot \sin \alpha = F_{ms} \quad (2)$$

$$\text{Và } mg = N + F \cdot \cos \alpha \quad (3)$$

$$\text{Chọn trục quay A, ta có: } F \cdot l = mg \cdot \frac{1}{2} \cos \alpha \quad (4)$$

$$\text{Từ (2), (3) và (4) rút ra: } F_{ms} = \frac{mg}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha; \quad N = \frac{mg}{2} \cdot (1 + \sin^2 \alpha)$$

Để thanh không trượt thì: $F_{ms} \leq \mu N$

$$\Rightarrow \mu \geq \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} = \frac{\tan \alpha}{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{2 \tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} \leq \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Vậy để nâng thanh đến vị trí thẳng đứng mà đầu dưới không bị trượt thì:

$$\mu \geq \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \mu_{\min} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Câu 4:

Chọn mốc thế năng tại A

+ Xét chuyển động của vật 2:

Vật m_2 chịu tác dụng của P và phản lực Q . Theo định luật II Niuton: $P + Q = m_2 a$

$$\text{Xét theo phương bán kính: } m_2 g \cos \alpha + Q = \frac{m_2 v_B^2}{r} \quad (1)$$

Khi tách vật khỏi vòng tròn thì $Q = 0$, thì vận tốc của vật tại B là: $v_B^2 = gr \cos \alpha$

$$\text{Mà } \cos \alpha = \frac{h - r}{r} \text{ nên } v_B^2 = g(h - r) \quad (2)$$

Tại A vật m_2 có vận tốc v_2 (sau va chạm)

$$\text{Theo định luật bảo toàn cơ năng ta có: } \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_2 v_B^2}{2} + m_2 gh \quad (3)$$

$$\text{Thay (2) vào (3), suy ra: } v_2^2 = g(3h - r) \quad (4)$$

+ Xét chuyển động của vật 1

Vật m_1 bắt đầu trượt từ nơi có độ cao H , khi tới A có vận tốc V_1 , theo định luật bảo toàn cơ năng ta

$$\text{có: } W = m_1 g H = \frac{m_1 V_1^2}{2} \quad (5)$$

Sau va chạm phần năng lượng này chuyển thành động năng W_{d2} cho vật 2 và động năng W_{d1} giạt lùi của vật 1: $W = W_{d1} + W_{d2}$ (6)

Vật 1 chuyển động giạt lùi theo máng rồi lại trượt xuống tới A vẫn có động năng $W_{d1} = \frac{m_1 v_1^2}{2}$, với v_1 là vận tốc giạt lùi sau va chạm và cũng là vận tốc khi tới A lần thứ hai (chỉ đổi chiều).

$$\text{Vật 1 cũng đi tới B thì tách khỏi vòng tròn, nên ta cũng có: } v_1^2 = g(3h - r) \quad (7)$$

Từ (3) và (7), ta suy ra: $v_1 = v_2$

$$(6) \text{ được viết lại: } \frac{m_1 V_1^2}{2} = \frac{m_1 + m_2}{2} v_1^2 \quad (8)$$

Theo định luật bảo toàn động lượng cho sự va chạm:

$$m_1 V_1 = m_2 v_2 - m_1 v_1 = (m_1 - m_2) v_1 \Leftrightarrow m_1^2 V_1^2 = (m_2 - m_1)^2 \cdot v_1^2 \quad (9)$$

$$\text{Từ (9)} \Rightarrow V_1 = 2v_1$$

$$\text{Từ (5)} \Rightarrow H = \frac{V_1^2}{2g} = \frac{2V_1^2}{g} = 2(3h - r)$$

$$\text{Lấy (9) chia cho (8), ta được: } m_1 = \frac{(m_1 - m_2)^2}{m_1 + m_2} \Rightarrow m_2 = 3m_1$$

Câu 5:

$$+ \text{ Mật độ phân tử của hỗn hợp: } n = n_1 + n_2 = \frac{p}{k \cdot T} \quad (1)$$

$$+ \text{ Khối lượng mol của hỗn hợp: } \mu = \frac{mRT}{pV} = \rho \cdot \frac{RT}{p} \quad (2)$$

$$+ \text{ Theo định luật Dalton đối với hỗn hợp khí: } p = p_1 + p_2$$

$$\Leftrightarrow \frac{m}{\mu} \cdot \frac{RT}{V} = \frac{m_1}{\mu_1} \cdot \frac{RT}{V} + \frac{m_2}{\mu_2} \cdot \frac{RT}{V} \Leftrightarrow \frac{m}{\mu} = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}$$

$$\text{Thay: } m_1 = \frac{n_1 \cdot V \cdot \mu_1}{N_A}; m_2 = \frac{n_2 \cdot V \cdot \mu_2}{N_A} \text{ và } m = m_1 + m_2 \text{ ta được}$$

$$\mu = \frac{n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2}{n_1 + n_2} \quad (3)$$

$$\text{Từ (2), (3) ta được: } \frac{n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2}{n_1 + n_2} = \rho \cdot \frac{RT}{p} \quad (4)$$

$$\text{Giải hệ (1) và (4), ta tìm được: } n_1 = \frac{\rho RT - p \mu_2}{kT(\mu_1 - \mu_2)} \text{ và } n_2 = \frac{\rho RT - p \mu_1}{kT(\mu_2 - \mu_1)}$$

$$\text{Thay số: } p = 2.1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2; T = 320\text{K}; \rho = 0,30 \text{ kg/m}^3$$

$$R = 8,31 \text{ J/mol.K}; k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$\mu_1 = 0,028 \text{ kg/mol}; \mu_2 = 0,002 \text{ kg/mol}$$

$$\text{Ta được: } n_1 = 2,4 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3} \text{ và } n_2 = 4,2 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$$

Câu 6:

1. Tính V_1, V_2, V_3, V_4 :

$$+ V_1 = \frac{RT_1}{p_1} = 0,05 \text{ m}^3; V_3 = \frac{RT_3}{p_3} = 0,1 \text{ m}^3$$

$$+ V_4 = V_1 = 0,5 \text{ m}^3 \text{ và } p_4 = \frac{p_3 V_3}{V_4} = 5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

2. Tính công và nhiệt:

+ Quá trình 1-2: giãn đẳng nhiệt

Nhiệt nhận Q_1 để khí giãn nở bằng công sinh A_1 :

$$Q_1 = A_1 = R \cdot T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = R \cdot T_1 \cdot \ln 4 = 6911 \text{ (J)}$$

+ Quá trình 2-3: nén đẳng áp công nhận được: $A_2 = - p_2 (V_2 - V_3) = - 2500 \text{ (J)}$

Nhiệt tỏa ra: $Q_2 = - C_p \cdot \Delta t = - (C_v + R) \cdot \Delta t = - 3,5 \cdot 8,31 \cdot 300 = - 8726 \text{ (J)}$

+ Quá trình 3-4: nén đẳng nhiệt, hệ nhận công và tỏa nhiệt công nhận được bằng nhiệt tỏa ra:

$$A_3 = Q_3 = - R \cdot T_3 \ln \frac{V_3}{V_4} = - 1728 \text{ (J)}$$

+ Quá trình 4-1: giãn tích, hệ nhận nhiệt để làm tăng áp suất

$$Q_4 = C_v \cdot \Delta t = 2,5 R \cdot \Delta t = 2,5 \cdot 8,31 \cdot 300 = 6232 \text{ (J)}$$

Trong cả chu trình, khí nhận nhiệt là Q:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 6911 - 8726 - 1728 + 6232 = 2689 \text{ (J)} \text{ và khí sinh công là A:}$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 6911 - 2500 - 1728 = 2683 \text{ (J)}$$

Về nguyên tắc công sinh ra bằng nhiệt nhận vào, ở đây có sai số là do R lấy giá trị gần đúng

($R = 8,31448 \text{ J/mol.K}$)