|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** **THANH HÓA**  | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CÁC MÔN VĂN HÓA LỚP 9****MÔN TOÁN – VÒNG 1****Năm học 2020-2021****Ngày thi: 16/12/2020, thời gian làm bài 120 phút**  |

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. Rút gọn biểu thức 
2. Cho là các số thực đôi một khác nhau thỏa mãn Tính giá trị của biểu thức 

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. Giải phương trình : 
2. Giải hệ phương trình : 

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn phương trình 
2. Cho là hai số nguyên dương thỏa mãn chia hết cho Chứng minh rằng chia hết cho 12

**Câu 4. (6,0 điểm)** Cho đường tròn có bán kính vuông góc với nhau. Kẻ hai tiếp tuyến với đường tròn tại và F, cắt nhau tại Trên tia đối của tia lấy điểm sao cho qua kẻ tiếp tuyến thứ hai của đường tròn là tiếp điểm, cắt tại C. Gọi là giao điểm của và 

1. Chứng minh rằng hai tam giác và đồng dạng
2. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với cắt tại P. Gọi là trung điểm của cắt AC tại Q. Chứng minh rằng tam giác là tam giác cân
3. Xác định vị trí của điểm để chu vi tam giác đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó theo 

**Câu 5. (2,0 điểm)** Cho các số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. Với điều kiện đã cho, ta có :

. Ngoài ra :


Suy ra . Vậy 

1. Nhận xét là ba nghiệm của phương trình . Theo định lý , ta có : 

Do đó ,

Vậy Q=6

**Câu 2.**

1. Ta có : Chia cả 2 vế của phương trình cho ta được: 

Đặt . Phương trình đã cho trở thành :



Với 

1. Nhận xét không thỏa mãn. Xét hệ phương trình tương đương



Đặt . Hệ đã cho trở thành ,Do đó :



Vậy hệ đã cho có hai nghiệm 

**Câu 3.**

1. Phương trình tương đương: 

Nếu thì và 15 chia hết cho 3, chia 3 dư 1 nên phương trình vô nghiệm
Do đó không chia hết cho 3

Nếu lẻ thì Khi đó, Suy ra mà nên phải là số chẵn.

Do đó và . Phương trình đã cho trở thành :





Thử lại thấy thỏa mãn,Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất 

1. Theo đề bài ta có : 

Đặt với Khi đó ta có với 
Thay vào phương trình ta được: . Suy ra 

Vì nên  củng lẻ hoặc một trong hai số có một số chẵn, 1 số lẻ

Nếu có một số chẵn, không mất tính tổng quát, giả sử chẵn thì suy ra chẵn, vô lý

Vậy cả và y cùng lẻ. Suy ra lẻ

Do đó đặt với chia hết cho 4. Do đó chia hết cho 4

Một số chính phương chia 3 dư 0 hoặc 1. Nếu không chia hết cho 3 do . Khi đó chia 3 dư 1 mà chia hết cho 3, vô lý. Do đó cả đều không chia hết cho 3.

Khi đó ta có . Do đó 

Vì chia hết cho 12 mà không chia hết cho nên chia hết cho 12

**Câu 4.**

****

1. Nhận xét chính là tâm đường tròn nội tiếp tam giác 

Khi đó 

Tứ giác nội tiếp nên 

Suy ra 

Do đó Mà 

Nên hai tam giác và đồng dạng với nhau

1. Gọi T là giao điểm của và Theo bổ đề quen thuộc đi qua tiếp điểm của đường tròn bàng tiếp tại AC và Mặt khác, theo bổ đề hình thang trong hình thang có lần lượt là trung điểm của ta có thẳng hàng

Mà và cắt nhau tại Q nên suy ra 

**Câu 5.** Ta có :



Suy ra . Đặt , ta được :



Mặt khác nên ta có :

. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta được :



Suy ra Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

Vậy 