

Bài 13. Hai đường thẳng song song
Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN D. CÂU HỎI ĐÚNG-SAI

Câu 1. Cho biết tính đúng sai của mỗi phát biểu sau (xét trong không gian):

- a) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chúng song song với nhau.
- b) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chúng chéo nhau.
- c) Hai đường thẳng có điểm chung thì chúng cắt nhau.
- *d) Hai đường thẳng không thể cùng nằm trên một mặt phẳng thì chúng chéo nhau.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

Phát biểu A và B sai vì hai đường thẳng không có điểm chung thì có thể là chúng chéo nhau hoặc song song với nhau.

Phát biểu C sai vì hai đường có điểm chung thì chúng có thể cắt nhau hoặc trùng nhau.

Phát biểu D đúng (tính chất cơ bản).

Câu 2. Trong không gian cho ba đường thẳng a, b và c phân biệt. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng, phát biểu nào sai?

*a) Nếu hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

b) Nếu hai đường thẳng cùng chéo nhau với đường thẳng thứ ba thì chúng chéo nhau.

*c) Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b , đường thẳng b và đường thẳng c chéo nhau thì đường thẳng a và đường thẳng c chéo nhau hoặc cắt nhau.

d) Nếu đường thẳng a cắt b , hai đường thẳng b và c chéo nhau thì a và c chéo nhau hoặc song song với nhau.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Phát biểu A đúng (xem định lý 3).

Phát biểu B sai. Vì nếu hai đường a, c chéo nhau và hai đường b, c chéo nhau thì đường thẳng a và đường thẳng b có đến ba khả năng: chéo nhau, song song hoặc cắt nhau.

Phát biểu C đúng.

Phát biểu D sai vì đường thẳng a có thể cắt cả hai đường chéo nhau là b và c , tức là đường thẳng a có thể cắt đường thẳng c .

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Khi đó:

*a) AB song song CD

*b) SA cắt SC ;

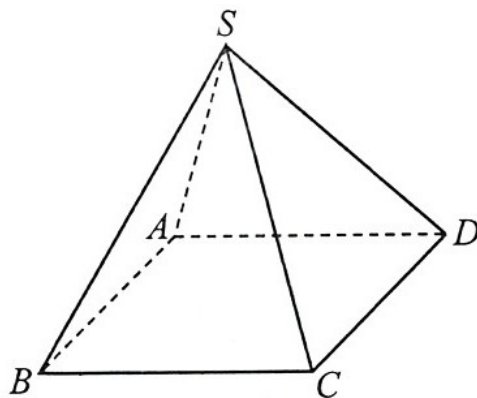
c) SA song song BC .

*d) SC chéo nhau

AB .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



- a) Ta có AB và CD cùng nằm trong một mặt phẳng và không có điểm chung nên AB song song với CD (hai cạnh đối của hình bình hành thì song song với nhau).
- b) Hai đường thẳng SA và SC cắt nhau tại S .
- c) Hai đường thẳng SA và BC không đồng phẳng, vì vậy SA và BC là hai đường thẳng chéo nhau.
- d) SC chéo nhau AB .

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$ có I, J theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BC, BD . Gọi (P) là mặt phẳng qua I, J và cắt các cạnh AC, AD lần lượt tại hai điểm M, N . Khi đó:

*a) $IJ = \frac{1}{2}CD$

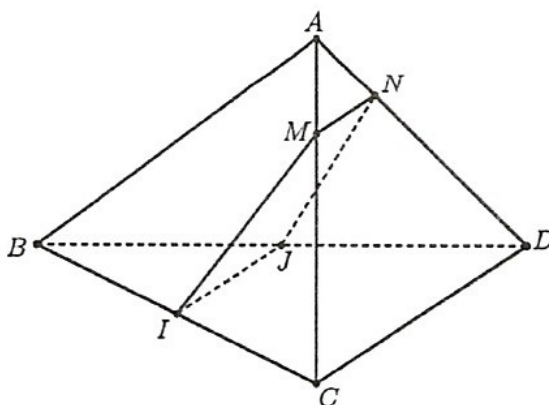
b) MN cắt DC

*c) $IJNM$ là một hình thang.

*d) Để $IJNM$ là hình bình hành thì M là trung điểm của đoạn AC .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



- Ta có IJ là đường trung bình của tam giác BCD nên $IJ \parallel CD, IJ = \frac{1}{2}CD$.

$$\begin{cases} (P) \cap (ACD) = MN \\ IJ \subset (P), CD \subset (ACD) \Rightarrow MN \parallel IJ \parallel CD. \\ IJ \parallel CD \end{cases}$$

Khi đó:

Vì vậy $IJNM$ là một hình thang.

- Theo câu a), ta có: $IJ \parallel MN$.

Vì vậy, $IJNM$ là hình bình hành khi và chỉ khi $IJ = MN$.

Khi đó, $MN = \frac{1}{2}CD, MN // CD$.

Suy ra MN là đường trung bình của tam giác ACD , hay M là trung điểm của đoạn AC .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA , điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC . Khi đó:

*a) $EF // AC$

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AC .

*c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) đường thẳng qua M và song song với BC .

*d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) là đường thẳng qua M và song song với AC .

Lời giải

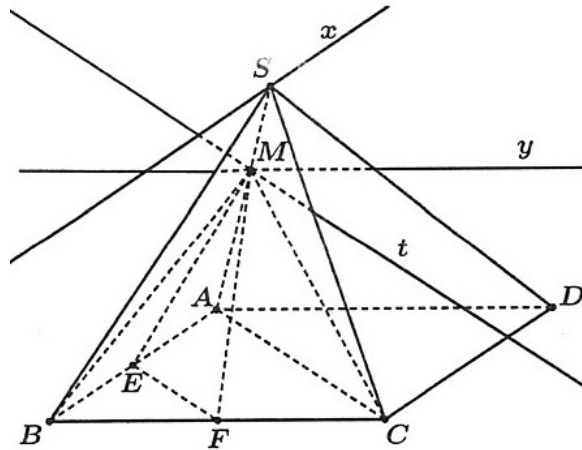
a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) :

$$\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD). \\ AB // CD \end{cases}$$

Ta có:

Suy ra $Sx = (SAB) \cap (SCD)$, với Sx là đường thẳng qua S và $Sx // AB // CD$.



c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) :

$$\begin{cases} M \in SA, SA \subset (SAD) \\ M \in (MBC) \end{cases} \Rightarrow M \in (MBC) \cap (SAD)$$

Ta có:

$$\begin{cases} M \in (MBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (MBC); AD \subset (SAD). \\ BC // AD \end{cases}$$

Khi đó:

Suy ra $My = (MBC) \cap (SAD)$, My là đường thẳng qua M và $My // BC // AD$.

d) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) :

$$\begin{cases} M \in SA, SA \subset (SAC) \\ M \in (MEF) \end{cases} \Rightarrow M \in (MEF) \cap (SAC)$$

Ta có

Xét tam giác ABC , ta có EF là đường trung bình $\Rightarrow EF // AC$.

$$\begin{cases} M \in (MEF) \cap (SAC) \\ EF \subset (MEF); AC \subset (SAC). \\ EF // AC \end{cases}$$

Khi đó:

Suy ra $Mt = (MEF) \cap (SAC), Mt$ là đường thẳng qua M và $Mt // EF // AC$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm của tam giác BCD .

*a) $IJ // CD$

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng qua G và song song với BC

c) Cho biết $CD = 6$. Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N . Khi đó $2IJ + 3MN = 17$.

d) Cho biết $CD = 6$. Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N . Khi đó $3IJ + 2MN = 18$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) :

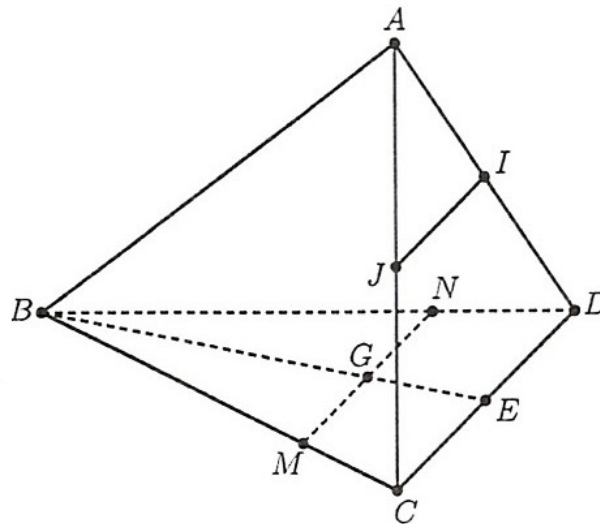
Vì IJ là đường trung bình của tam giác ACD nên $IJ // CD$.

$$\begin{cases} G \in (GIJ) \cap (BCD) \\ IJ // CD \\ IJ \subset (GIJ), CD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow Gx = (GIJ) \cap (BCD)$$

Ta có: , trong đó Gx là đường thẳng qua G và $Gx // IJ // CD$.

c) Trong mặt phẳng (BCD) , kẻ Gx song song CD cắt BC tại M , cắt BD tại N .

-Tính $2IJ + 3MN$



Gọi E là trung điểm CD , theo định lý Thalès, ta có:

$$\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BE} = \frac{2}{3} \text{ (vì } GM // CE); \frac{MN}{CD} = \frac{BM}{BC} \text{ (vì } MN // CD).$$

$$\frac{MN}{CD} = \frac{2}{3} \text{ hay } MN = \frac{2}{3} CD = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$$

$$\text{Vì } IJ \text{ là đường trung bình tam giác } ACD \text{ nên } IJ = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

$$\text{Do đó } 2IJ + 3MN = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 18.$$

d) $3IJ + 2MN = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 17$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, AC và BD cắt nhau tại O . Gọi I là trung điểm SO . Mặt phẳng (ICD) cắt SA, SB lần lượt tại M, N . Khi đó:

*a) Điểm M là giao điểm của đường thẳng SA với mặt phẳng (ICD)

b) Ta có $SN = \frac{2}{3}SB$

c) Cho $AB = a$ thì $MN = \frac{a}{2}$

d) Trong mặt phẳng $(CDMN)$, gọi K là giao điểm của CN và DM . Khi đó SK và BC chéo nhau

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

- Xác định M, N :

Trong mặt phẳng (SAC) , kẻ CI cắt SA tại M ;

Trong mặt phẳng (SBD) , kẻ DI cắt SB tại N .

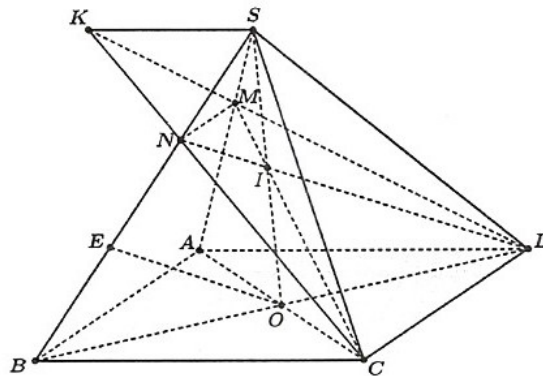
Vì $\begin{cases} M \in CI, CI \subset (ICD) \\ M \in SA \end{cases} \Rightarrow M = SA \cap (ICD)$

Tương tự: $\begin{cases} N \in DI, DI \subset (ICD) \\ N \in SB \end{cases} \Rightarrow N = SB \cap (ICD)$

-Tính MN theo a :

Gọi E là trung điểm BN, OE là đường trung bình của tam giác $BDN \Rightarrow OE \parallel DN$.

Trong tam giác SOE , ta có NI qua trung điểm I của SO và $NI \parallel OE, N$ là trung điểm của SE .



-Vậy $SN = NE = EB$ hay $SN = \frac{1}{3}SB$.

Hoàn toàn tương tự, ta chứng minh được $SM = \frac{1}{3}SA$.

Khi đó hai tam giác SMN, SAB đồng dạng vì có góc S chung và $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}$.

Xét tam giác SAB , theo định lí Thalès, ta có:

$\frac{MN}{AB} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = \frac{AB}{3} = \frac{a}{3}$.

- Chứng minh $SK \parallel BC \parallel AD$:

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) .

Ta có: $\begin{cases} K \in CN, CN \subset (SBC) \\ K \in DM, DM \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow K \in (SBC) \cap (SAD)$

Vì vậy $SK = (SBC) \cap (SAD)$

Khi đó: $\begin{cases} SK = (SBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (SBC), AD \subset (SAD) \Rightarrow SK \parallel BC \parallel AD. \\ BC \parallel AD \end{cases}$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (AD là đáy lớn, BC là đáy nhỏ). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA và SD . K là giao điểm của các đường thẳng AB và CD . Khi đó:

*a) Giao điểm M của đường thẳng SB và mặt phẳng (CDE) là điểm thuộc đường thẳng KE

b) Đường thẳng SC cắt mặt phẳng (EFM) tại N . Tứ giác $EFNM$ là hình bình hành

*c) Các đường thẳng AM, DN, SK cùng đi qua một điểm

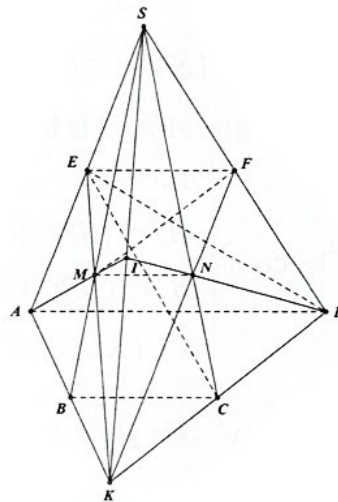
d) Cho biết $AD = 2BC$. Tỉ số diện tích của hai tam giác KMN và KEF bằng $\frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \frac{2}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Có $SK = (SAB) \cap (SCD)$.

Trong mp (SAB) , gọi $M = KE \cap SB$, có $KE \subset (CDE)$. Do đó $SB \cap (CDE) = M$.



b) Trong mp (SCD) , gọi $N = KF \cap SC$, có $KF \subset (EFM)$.

Do đó $SC \cap (EFM) = N$.

Có $\begin{cases} MN = (EFK) \cap (SBC) \\ EF \parallel BC; EF \subset (EFK), BC \subset (SBC) \end{cases}$

$\Rightarrow MN \parallel EF \parallel BC$.

Suy ra tứ giác $EFNM$ là hình thang.

c) Trong mp $(ADNM)$, gọi $I = AM \cap DN$.

Mà $\begin{cases} I \in AM, AM \subset (SAB) \\ I \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD)$

Hay $I \in SK$. Kết luận 3 đường thẳng AM, DN, SK đồng quy tại điểm I .

d) Khi $AD = 2BC$ dễ dàng chứng minh được B, C lần lượt là trung điểm của KA và KD . Suy ra M, N lần lượt là trọng tâm của hai tam giác SAK và SDK .

Do đó $MN = \frac{2}{3}EF$, gọi h_1, h_2 lần lượt là độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh K xuống hai đáy MN và EF , dễ thấy $h_1 = \frac{2}{3}h_2$.

$$\frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \frac{\frac{1}{2}MN \cdot h_1}{\frac{1}{2}EF \cdot h_2} = \frac{\frac{2}{3}EF \cdot \frac{2}{3}h_2}{EF \cdot h_2} = \frac{4}{9}$$

Vậy

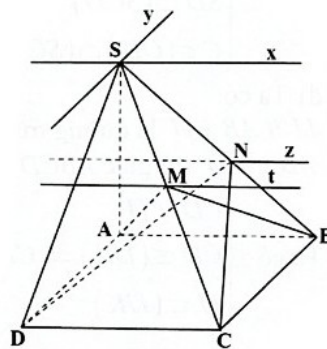
Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó

- *a) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB
- b) Giao tuyến (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AB
- *c) Gọi $M \in SC$, giao tuyến của (ABM) và (SCD) là đường thẳng đi qua M và song song với AB
- *d) Gọi $N \in SB$, giao tuyến của (SAB) và (NCD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel CD; AD \parallel BC$.



a) Ta có: $\begin{cases} AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ S \in (SAB) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Sx = (SAB) \cap (SCD) \\ Sx \parallel AB \parallel CD \end{cases}$

b) Ta có: $\begin{cases} AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ S \in (SAD) \cap (SBC) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Sy = (SAD) \cap (SBC) \\ Sy \parallel AD \parallel BC \end{cases}$

c) Ta có: $\begin{cases} AB \parallel CD \\ AB \subset (MAB) \\ CD \subset (SCD) \\ M \in (MAB) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Mt = (MAB) \cap (SCD) \\ Mt \parallel AB \parallel CD \end{cases}$

$$\left\{ \begin{array}{l} AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (NCD) \\ N \in (SAB) \cap (NCD) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Nz = (SAB) \cap (NCD) \\ Nz // AB // CD \end{array} \right.$$

d) Ta có :

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SB và SD . Khi đó:

*a) SO là giao tuyến của (SAC) và (SBD)

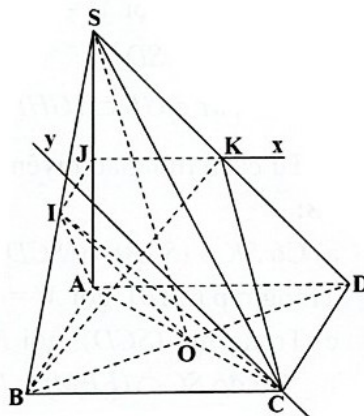
b) Giao điểm J của SA với (CKB) thuộc đường thẳng đi qua K và song song với DC

*c) Giao tuyến của (OIA) và (SCD) là đường thẳng đi qua C và song song với SD

*d) $CD // IJ$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



$$\text{a) } \left\{ \begin{array}{l} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{array} \right. \Rightarrow O \in (SAB) \cap (SCD)$$

$$S \in (SAB) \cap (SCD)$$

$$\Rightarrow SO = (SAC) \cap (SBD).$$

b) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $AB // CD; AD // BC$.

$$\left\{ \begin{array}{l} AD // CB \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ K \in (KBC) \cap (SAD) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Kx = (KBC) \cap (SAD) \\ Kx // AD // BC \end{array} \right.$$

Ta có :

$$\text{Trong } (SAD) \text{ gọi } J = Kx \cap SA, \text{ có } \left\{ \begin{array}{l} J \in SA \\ J \in Kx \subset (BKC) \end{array} \right. \Rightarrow J = SA \cap (BKC)$$

c) Có OI là đường trung bình của $\Delta SBD \Rightarrow OI // SD$.

$$\left\{ \begin{array}{l} OI // SD \\ OI \subset (OIA) \\ SD \subset (SCD) \\ C \in (OIA) \cap (SCD) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Cy = (OIA) \cap (SCD) \\ Cy // SD // OI \end{array} \right.$$

Ta có:

d) Ta có:

$IJ // AB$ (IJ là đường trung bình của ΔSAB)

$AB // CD$ (tứ giác $ABCD$ là hình bình hành) $\Rightarrow CD // IJ$.

---HẾT---