

CẤU TRÚC ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 2 KHỐI 11 – MÔN TOÁN

Bài 1 (1đ): Tính giới hạn hàm số (1 câu) (NB -TH).

Bài 2 (1đ): Xét tính liên tục hoặc tìm tham số để hàm số liên tục **TẠI MỘT ĐIỂM** (1 câu) (NB -TH).

Bài 3 (1,5đ): Tính đạo hàm hoặc tính giá trị đạo hàm của hàm số tại một điểm (2 câu).(có thể cho đạo hàm cấp 2) (NB -TH).

Bài 4 (1đ): Bài toán liên quan đến đạo hàm: chứng minh đẳng thức, giải phương trình, giải bất phương trình (1 câu). **không cho giải PT, BPT lượng giác, không cho giải BPT căn** . (TH- VD).

Bài 5 (1đ): Viết phương trình tiếp tuyến biết **hoành độ** tiếp điểm hoặc **tung độ** tiếp điểm (1câu).

Bài 6 (1đ): Viết phương trình tiếp tuyến biết hệ số góc của tiếp tuyến hoặc biết tiếp tuyến **song song** hoặc **vuông góc** với đường thẳng cho trước (1 câu) (TH) (**không cho song song, vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ nhất, góc phần tư thứ hai**) (TH).

Bài 7 (2đ): Cho hình chóp có xác định cụ thể **chân đường cao** của hình chóp (**không cho hình chóp đều**).

a) Chứng minh đường thẳng vuông góc mặt phẳng, 2 mặt thẳng vuông góc (NB).

b) Tính góc, khoảng cách (**không có góc giữa hai đường thẳng**, chỉ có khoảng cách **từ 1 điểm đến 1 mặt phẳng**) (NB -TH).

Bài 8 (1đ) Lăng trụ đứng (Đề nói rõ **cho lăng trụ đứng**).: chứng minh vuông góc, tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (NB -TH).

LƯU Ý:

- Muốn cho lăng trụ đều thì ghi là cho lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.
- Muốn cho hình hộp đứng, hình hộp chữ nhật thì ghi là lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành, hình chữ nhật....
- Muốn cho hình lập phương thì ghi là lăng trụ đứng có tất cả các mặt đều là hình vuông.

Bài 9 (0,5đ): Bài toán liên quan đạo hàm (VD CAO).

CHÚ Ý:

- Hình mỗi câu 1 ý.
- **Không** cho kiến thức **ngoài** chương trình HS đã học.

ĐỀ 1

Đề chính thức

Họ tên thí sinh Lớp:

Câu 1 (1 điểm): Tính giới hạn sau : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1-2x)^3 (6x+5)}{(3-4x)^2}$

Câu 2 (1 điểm): Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} 2 - \sqrt{x+2} & \text{khi } x > 2 \\ \frac{x^2 - 4}{-x^2 - 2x} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ tại $x = 2$.

Câu 3 (1,5 điểm):

a) Tính đạo hàm của $y = (2x+1)\sqrt{x^2+7x+1}$

b) Cho $y = \sin 3x$. Tính $y''\left(\frac{-\pi}{2}\right)$.

Câu 4 (1 điểm): Cho $y = x \sin x$. Chứng minh rằng : $x.y'' - 2(y' - \sin x) + xy = 0$.

Câu 5 (1 điểm): Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 2}{x - 1}$ tại điểm có hoành độ bằng 0.

Câu 6 (1 điểm): Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \sqrt{2x+1}$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $3x + y + 1 = 0$.

Câu 7 (2 điểm): Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$.

a) Chứng minh: $(SAC) \perp (SBD)$.

b) Tính khoảng cách từ A đến (SBD) .

Câu 8 (1 điểm): Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính góc giữa $A'M$ và (ABC) .

Câu 9 (0,5 điểm): Tính đạo hàm của $y = \frac{\sin^2 2x + 4 \cos^2 x - 4}{\sin^2 2x - 4 \cos^2 x}$

-----Hết -----

ĐỀ 2

Bài 1: (1,0 điểm) Tìm giới hạn hàm số sau: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 - 2x^2 + 5}{2x^3 + 1}$

Bài 2: (1,0 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{-2x^2 + 5x - 3}{1 - x^3} & \text{khi } x < 1 \\ x - \frac{4}{3} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$

Xét tính liên tục của hàm số $f(x)$ tại $x=1$.

Bài 3: (1,5 điểm)

a) Tính đạo hàm của hàm số: $y = x^5 - 5\sqrt{x} + 2$.

b) Tính đạo hàm cấp hai y'' của hàm số $y = \sin 2x$ tại $x=0$.

Bài 4: (1 điểm) Giải bất phương trình $f'(x) > 0$ biết $f(x) = \frac{3x-5}{x^2-5x+6}$

Bài 5: (1 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến của (H) : $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại điểm có tung độ $y_0 = 5$.

Bài 6: (1 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) : $y = x^3 - x^2 + x$

Biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x + 9$.

Bài 7: (2 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm của AB.

a) Chứng minh $BC \perp (SAB)$.

b) Tính khoảng cách từ I đến (SAC).

Bài 8: (1 điểm) cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, $AA'=a$. Tính góc giữa BC' và $(AA'C'C)$

Bài 9: (0,5 đ) Cho hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{2x+1}}$

Chứng minh rằng: $(y')^2 \cdot \frac{y}{x} = \frac{(x + \frac{3+\sqrt{5}}{2})(\frac{\sqrt{5}-3}{2} - x)}{(2x+1)^3 \sqrt{2x+1}} - y''$

-HẾT-

Họ tên thí sinh SBD

Bài 1: (1 điểm) Tính giới hạn hàm số sau: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 - 7x + 2}{1 - x^2 - 3x^3}$.

Bài 2: (1 điểm) Xét tính liên tục của hàm số sau tại điểm $x = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{3x+6}}{x^2 + 3x - 4} & \text{khi } x > 1 \\ \frac{x^2 - 3x}{20} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$$

Bài 3: (1,5 điểm)

a) Cho hàm số $y = 3 \tan x + \sin 2x$. Tính $y' \left(\frac{\pi}{6} \right)$.

b) Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{1}{5} (x - x^2)^5$.

Bài 4: (1 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3x^2 - x + 2}{x - 2}$. Giải bất phương trình $f'(x) \leq 3$.

Bài 5: (1 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+7}{x-3}$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

Bài 6: (1 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{4}x + 5$.

Bài 7: (2 điểm) Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình thoi cạnh a, AC = a, SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm AB.

a) Chứng minh rằng : mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SBD).

b) Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB).

Bài 8: (1 điểm) Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C', tam giác ABC vuông cân tại A, AC=AB = a, BB' = 2a. Xác định và tính góc giữa đường thẳng CB' và mặt phẳng (ABB'A').

Bài 9: (0,5 điểm) Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{(2x-1)\sqrt{x^2+3}}}$ tại $x = 1$.

HẾT.

ĐÁP ÁN ĐỀ 3

Bài 1: (1 điểm) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \left(5 - \frac{7}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right)}{x^3 \left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x} - 3 \right)} (0,25 + 0,25) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(5 - \frac{7}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right)}{\left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x} - 3 \right)} (0,25) = -\frac{5}{3} (0,25).$

Bài 2: (1 điểm) $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\frac{1}{10} (0,25)$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3-3x}{(x^2+3x-4)(3+\sqrt{3x+6})} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-3}{(x+4)(3+\sqrt{3x+6})} = -\frac{1}{10} (0,5)$$

Vậy hàm số liên tục tại $x = 1$. (0,25)

Bài 3: (1,5 điểm)

a) $y' = 3 \cdot 1 + \tan^2 x + 2 \cos 2x (0,25 + 0,25)$. Tính $y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = 5 (0,25)$.

b) $y' = (x - x^2)^4 (1 - 2x) (0,25); y'' = 4(x - x^2)^3 (1 - 2x)^2 - 2(x - x^2)^4 (0,5)$

Bài 4: (1 điểm) $f'(x) = \frac{3x^2 - 12x}{(x-2)^2} (0,5); f'(x) \leq 3 \Leftrightarrow \frac{-12}{(x-2)^2} \leq 0 \Leftrightarrow x \neq 2 (0,5)$

Bài 5: (1 điểm) $x_0 = 2; y_0 = -11 (0,25); y' = \frac{-13}{(x-3)^2} (0,25); y'(2) = -13 (0,25)$

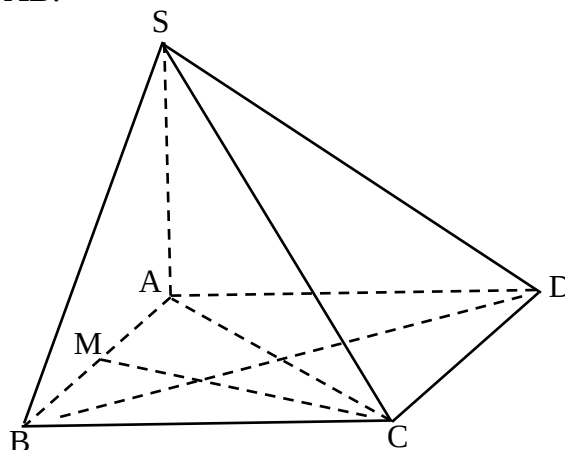
Pttt: $y = -13x + 15 (0,25)$

Bài 6: (1 điểm) $y' = -3x^2 + 4x; y'(x_0) = -4 (0,25) \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -\frac{2}{3} \end{cases} (0,25)$

Tại $M(2; -1) \Rightarrow pttt: y = -4x + 7 (0,25)$

Tại $M\left(-\frac{2}{3}; \frac{5}{27}\right) \Rightarrow pttt: y = -4x - \frac{67}{27} (0,25)$

Bài 7: (2 điểm) Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình thoi cạnh a, AC = a, SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm AB.



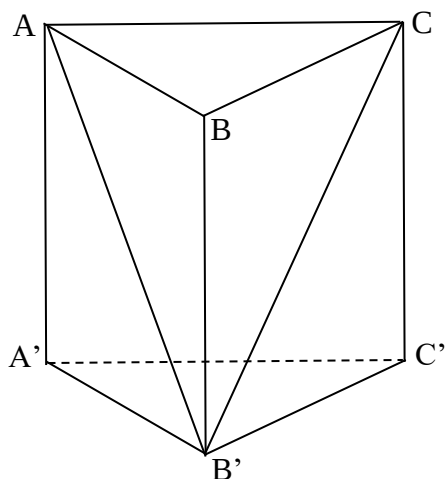
a) Chứng minh rằng : mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SBD).

$$\left. \begin{array}{l} BD \perp SA \left(SA \perp (ABCD) \right) \\ BD \perp AC \text{ (gt)} \end{array} \right\} (0,5) \Rightarrow BD \perp (SAC) \quad (0,25) \Rightarrow (SBD) \perp (SAC) \quad (0,25)$$

b) Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB).

$$\left. \begin{array}{l} CM \perp AB \\ CM \perp SA \end{array} \right\} (0,25) \Rightarrow CM \perp (SAB) \quad (0,25) \Rightarrow d(M; (SAB)) = CM \quad (0,25) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad (0,25)$$

Bài 8: (1 điểm) Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C', tam giác ABC vuông cân tại A, AC=AB = a, BB' = 2a. Xác định và tính góc giữa đường thẳng CB' và mặt phẳng (ABB'A').



$$\left. \begin{array}{l} CA \perp AB \\ CA \perp AA' \end{array} \right\} \Rightarrow CA \perp (ABB'A') \quad (0,25) \\ \Rightarrow AB' \text{ là hcvg của } CB' \text{ lên } (ABB'A') \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow [CB', (ABB'A')] = AB'C \quad (0,25)$$

$$AB' = a\sqrt{5}, \quad \tan AB'C = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow AB'C \approx 24^\circ \quad (0,25)$$

Bài 9: (0,5 điểm) Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{(2x-1)\sqrt{x^2+3}}}$ tại $x = 1$.

$$y' = \frac{-\left(2\sqrt{x^2+3} + \frac{(2x-1)x}{\sqrt{x^2+3}}\right)}{2(2x-1).\sqrt{x^2+3}.\sqrt{(2x-1)\sqrt{x^2+3}}} \quad (0,25) = \frac{-4x^2 + x - 6}{2(2x-1).(x^2+3).\sqrt{(2x-1)\sqrt{x^2+3}}}$$

$$y'(1) = \frac{-9}{8\sqrt{2}} \quad (0,25).$$

HẾT.

Câu 1 (1điểm):

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1-2x)^3(6x+5)}{(3-4x)^2} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 \left(\frac{1}{x} - 2\right)^3 \left(6 + \frac{5}{x}\right)}{x^2 \left(\frac{3}{x} - 4\right)^2} (0,25 \times 2) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(\frac{1}{x} - 2\right)^3 \left(6 + \frac{5}{x}\right)}{\left(\frac{3}{x} - 4\right)^2} = -\infty (0,25 \times 2)\end{aligned}$$

Câu 2 (1điểm):

$$\begin{aligned}f(x) &= \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{x+2}}{x^2 - 4} & \text{khi } x > 2 \\ \frac{-x^2 - 2x}{128} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases} \\ f(2) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{-x^2 - 2x}{128} \right) = \frac{-1}{16} (0,25d) \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt{x+2}}{x^2 - 4} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - x}{(x-2)(x+2)(2 + \sqrt{x+2})} (0,25d) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-1}{(x+2)(2 + \sqrt{x+2})} = \frac{-1}{16} (0,25d)\end{aligned}$$

Vậy hàm số liên tục tại $x = 2$ (0,25d)

Câu 3 (1,5điểm):

$$\begin{aligned}y &= (2x+1)\sqrt{x^2+7x+1} \\ y' &= (2x+1)' \sqrt{x^2+7x+1} + \left(\sqrt{x^2+7x+1} \right)' (2x+1) \\ \text{a)} \quad &= 2\sqrt{x^2+7x+1} + \frac{(2x+7)(2x+1)}{2\sqrt{x^2+7x+1}} (0,25d \times 2) \\ &= \frac{4(x^2+7x+1) + (2x+7)(2x+1)}{2\sqrt{x^2+7x+1}} = \frac{8x^2+44x+11}{2\sqrt{x^2+7x+1}} (0,25d)\end{aligned}$$

b) Cho $y = \sin 3x$. Tính $y''\left(\frac{-\pi}{2}\right)$.

$$\begin{aligned}y' &= 3 \cos 3x (0,25d) \\ y'' &= -9 \sin 3x (0,25d) \\ y''\left(\frac{-\pi}{2}\right) &= -9 (0,25d)\end{aligned}$$

Câu 4 (1điểm): Cho $y = x \sin x$. Chứng minh rằng : $x.y'' - 2(y' - \sin x) + xy = 0$.

$$y = x \sin x$$

$$y' = \sin x + x \cos x (0,25d)$$

$$y'' = \cos x + \cos x - x \sin x (0,25d)$$

$$x.y'' - 2(y' - \sin x) + xy = 0$$

$$\Leftrightarrow x(\cos x + \cos x - x \sin x) - 2(\sin x + x \cos x - \sin x) + x(x \sin x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x \cos x - x^2 \sin x - 2 \sin x - 2x \cos x + 2 \sin x + x^2 \sin x = 0 (0,25d)$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 (dpcm) (0,25d)$$

Câu 5 (1điểm):

$$M(0; y_0) \in y = \frac{x^2 - 2x - 2}{x - 1}$$

$$\Rightarrow y_0 = 2 (0,25d)$$

$$y' = \frac{x^2 - 2x + 4}{(x - 1)^2} (0,25d)$$

$$y'(0) = 4 (0,25d) \Rightarrow ptt : y = 4x + 2 (0,25d)$$

Câu 6 (1điểm): Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \sqrt{2x + 1}$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $3x + y + 1 = 0$.

$$M(x_0; y_0) \in y = \sqrt{2x + 1}$$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{2x + 1}} (0,25d)$$

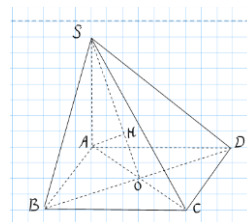
$$\frac{1}{\sqrt{2x_0 + 1}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sqrt{2x_0 + 1} = 3$$

$$\Leftrightarrow 2x_0 + 1 = 9 \Leftrightarrow x_0 = 4 (0,25d) \Rightarrow y_0 = 3 (0,25d)$$

$$\Rightarrow ptt : y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3} (0,25d)$$

Câu 7 (2 điểm): Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$.

a) Chứng minh: $(SAC) \perp (SBD)$.



$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \\ AC \cap SA = A \end{cases} (0,25 \times 2)$$

$$\Rightarrow BD \perp (SAC) (0,25d), BD \subset (SBD) \Rightarrow (SAC) \perp (SBD) (0,25d)$$

b) Tính khoảng cách từ A đến (SBD) .

Kẻ $AH \perp SO(0,25d)$

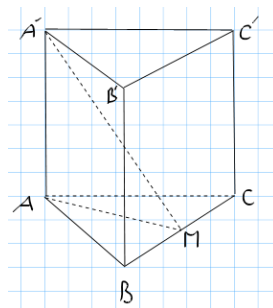
$$\begin{cases} AH \perp SO \\ AH \perp BD(BD \perp (SAC)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow AH \perp (SBD)(0,25d) \Rightarrow d(A, (SBD)) = AH(0,25d)$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AO^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7}(0,25d)$$

Câu 8 (1điểm): Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính góc giữa $A'M$ và (ABC) .



$$\begin{cases} A'M \cap (ABC) = M \\ A'A \perp (ABC) = A \end{cases}$$

$$\Rightarrow (A'M; (ABC)) = (A'M; AM)(0,25d) = A'MA(0,25d)$$

$$\tan A'MA = \frac{A'A}{AM} = \frac{4\sqrt{3}}{3}(0,25d) \Rightarrow A'MA \approx 66,6^\circ(0,25d)$$

Câu 9 (0,5 điểm). Tính đạo hàm của $y = \frac{\sin^2 2x + 4\cos^2 x - 4}{\sin^2 2x - 4\cos^2 x}$

$$\begin{aligned} y &= \frac{4\sin^2 x \cos^2 x - 4(1 - \cos^2 x)}{4\sin^2 x \cos^2 x - 4\cos^2 x} \\ &= \frac{4\sin^2 x (\cos^2 x - 1)}{4\cos^2 x (\sin^2 x - 1)} = \tan^4 x(0,25d) \\ y' &= 4\tan^3 x(1 + \tan^2 x)(0,25d) \end{aligned}$$

Bài 1: (1,0 điểm) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 - 2x^2 + 5}{2x^3 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3(4 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^3})}{x^3(2 + \frac{1}{x^3})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^3}}{2 + \frac{1}{x^3}} = 2$

Bài 2: (1,0 điểm) $f(1) = 1 - \frac{4}{3} = \frac{-1}{3} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x - \frac{4}{3}), \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-3}{x^2+x+1} = \frac{-1}{3}$. Vậy hs liên tục tại $x=1$

Bài 3: (1,5 điểm)

a) $y' = 5x^4 - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

b) $y' = 2\cos 2x, y'' = -4\sin 2x, y''(0) = 0$

Bài 4: (1 điểm) $f'(x) = \frac{-3x^2 + 10x - 7}{(x^2 - 5x + 6)^2}, f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{-3x^2 + 10x - 7}{(x^2 - 5x + 6)^2} > 0 \Leftrightarrow x \in (1; \frac{7}{3}) \setminus \{2\}$

Bài 5: (1 điểm) $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$. Ta có $y_0 = 5 \Leftrightarrow \frac{2x_0 + 1}{x_0 - 1} = 5 \Leftrightarrow x_0 = 2$, $f'(2) = -3$. Pttt: $y = -3(x-2) + 5 = -3x + 11$

Bài 6: (1 điểm) Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm. $y' = 3x^2 - 2x + 1$

Ta có $y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 2x_0 + 1 = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 2x_0 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -\frac{4}{3} \end{cases}$

Với $x_0 = 2, y_0 = 6, y'(2) = 9$. pttt: $y = 9(x-2) + 6 = 9x - 12$.

Với $x_0 = -\frac{4}{3}, y_0 = \frac{-148}{27}, y'(-\frac{4}{3}) = 9$ Pttt: $y = 9(x + \frac{4}{3}) - \frac{148}{27} = 9x + \frac{176}{27}$

Bài 7: (2 điểm) a) Chứng minh $BC \perp (SAB)$

BC vg AB (ABCD là hv)

BC vg SA (SA vg (ABCD)) $\Rightarrow$ BC vg (SAB)

b) Tính khoảng cách từ I đến (SAC)

Kẻ IH vg AC

IH vg SA (SA vg (ABCD)) $\Rightarrow$ IH vg (SAC) tại H $\Rightarrow d(I, (SAC)) = IH = \frac{BN}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ (IH là đtb trong ΔABN)

Kẻ BN vg AC. $\frac{1}{BN^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{2}{a^2} \Rightarrow BN = \frac{a}{\sqrt{2}}$

Bài 8: (1 điểm) Tính góc giữa BC' và $(AA'C'C)$. Ta có $BC' \cap (AA'C'C) = C'$

Kẻ BH vg AC, BH vg CC' (CC' vg (ABC)) $\Rightarrow$ BH vg $(AA'C'C)$ tại H

$\Rightarrow C'H$ là hình chiếu của BC' lên $(AA'C'C) \Rightarrow (BC', (AA'C'C)) = \widehat{BC'H}$

$BH = AC/2 = \frac{\sqrt{AB^2 + BC^2}}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$. $BC' = \sqrt{BC^2 + C'C^2} = a\sqrt{2}$. $\sin \widehat{BC'H} = BH/BC' = 1/2$. $\widehat{BC'H} = 30^\circ$

Bài 9: (0,5 đ) $y' = \frac{x+1}{(\sqrt{2x+1})^3} \Rightarrow y'' = \frac{-2x^2 - 5x - 2}{(\sqrt{2x+1})^7}$ (0,25đ)

$(y')^2 \cdot \frac{y}{x} = \frac{(x + \frac{3+\sqrt{5}}{2})(\frac{\sqrt{5}-3}{2} - x)}{(2x+1)^3 \sqrt{2x+1}} - y'' \Leftrightarrow \frac{(x+1)^2}{(\sqrt{2x+1})^6} \cdot \frac{x}{\sqrt{2x+1}} + \frac{-2x^2 - 5x - 2}{(\sqrt{2x+1})^7} = \frac{-x^2 - 3x - 1}{(2x+1)^3 \sqrt{2x+1}}$

$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 1}{(\sqrt{2x+1})^6} \cdot \frac{1}{\sqrt{2x+1}} + \frac{-2x^2 - 5x - 2}{(\sqrt{2x+1})^7} = \frac{-x^2 - 3x - 1}{(2x+1)^3 \sqrt{2x+1}} \Leftrightarrow \frac{-x^2 - 3x - 1}{(2x+1)^3 \sqrt{2x+1}} = \frac{-x^2 - 3x - 1}{(2x+1)^3 \sqrt{2x+1}}$ (đúng) (0,25đ)

$\Rightarrow$ đpcm