

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 3

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + m$.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 12x^2 - 4$ trên đoạn $[0; 9]$ bằng

- A. -39. B. -40. C. -36. D. -4.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

- A. $y = 1$. B. $y = \frac{1}{5}$. C. $y = -1$. D. $y = 5$.

Câu 6. Đường thẳng $2y+1=0$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây?

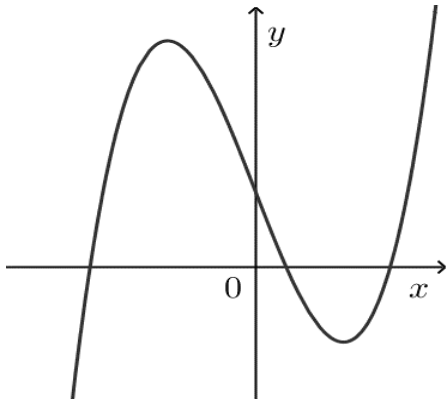
- A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$ B. $y = \frac{x^2+x+1}{1-2x}$ C. $y = \frac{2x+1}{1-x}$ D. $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	$+\infty$	4	$+\infty$	

A. $y = \frac{x^2}{x-1}$ B. $y = \frac{2x^2-2}{x-1}$ C. $y = \frac{3x^2-4x}{x-1}$ D. $y = \frac{-x^2}{x-1}$

Câu 8. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x + 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$ C. $y = x^3 - x^2 + 1$ D. $y = -x^3 + x - 1$

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$ B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$ D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng:

A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$ B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3; 0; 0)$ B. $N(0; -1; 1)$ C. $P(0; -1; 0)$ D. $Q(0; 0; 1)$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $u = (1; 3; -2)$ và $v = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vector $u - v$ là

A. $(3; 4; -3)$ B. $(-1; 2; -3)$ C. $(-1; 2; -1)$ D. $(1; -2; 1)$

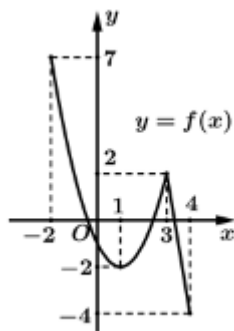
Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-3)^3$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai.

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
- b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
- c) $f(1) > f(2)$.
- d) $f(5) < f(4)$.

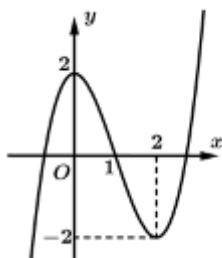
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 4]$ bằng 2.
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[1; 4]$ bằng 2.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 4]$ bằng -4.
- d) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2; 3]$ tại điểm $x_0 = 1$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.
- b) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.
- c) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d - 1 = 0$ có hai nghiệm thực dương.
- d) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d + 3 = 0$ vô nghiệm.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $a = (1; -3; 2)$ và $b = (2; 4; m)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) $|a| = 0$
- b) $a + b = (3; 1; 7)$ thì $m = 5$
- c) $a \cdot b = -8$ thì $m = 1$
- d) Có duy nhất một giá trị m thỏa mãn $|b| = 6$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên nửa khoảng $[5; +\infty)$ bằng bao nhiêu?
- Câu 2.** Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5} f(0)$ được tính bằng nghìn người) (Nguồn: Giải tích 12 nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020). Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = a$. Giá trị của a là bao nhiêu?
- Câu 3.** Một hãng điện thoại đưa ra một quy luật bán buôn cho từng đại lí, đó là đại lí nhập càng nhiều điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lí mua x điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là $6000 - 3x$ (nghìn đồng), $x \in \mathbb{N}^*, x < 2000$. Đại lí nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lí đó?
- Câu 4.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Trên cạnh AD, BC lần lượt lấy các điểm P, Q sao cho $\frac{AP}{AD} = \frac{2}{3}$ và $\frac{BQ}{BC} = \frac{2}{3}$. Biết rằng $\vec{MN} = \alpha \cdot \vec{MP} + \beta \cdot \vec{MQ}$. Hãy tính tổng $\alpha + \beta$.
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $u(1; -2; 1)$ và $v(-2; 1; 1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng bao nhiêu độ?
- Câu 6.** Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 1, x + y + z = 2$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xyz$ bằng $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $2a + b$ bằng

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1	Câu 2
Đúng Sai	Đúng Sai
a) ☐ ☐	☐ ☐
b) ☐ ☐	☐ ☐
c) ☐ ☐	☐ ☐
d) ☐ ☐	☐ ☐

Câu 3	Câu 4
Đúng Sai	Đúng Sai
a) ☐ ☐	☐ ☐
b) ☐ ☐	☐ ☐
c) ☐ ☐	☐ ☐
d) ☐ ☐	☐ ☐

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
, ☐ ☐	, ☐ ☐	, ☐ ☐	, ☐ ☐	, ☐ ☐	, ☐ ☐
0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐	0 ☐ ☐ ☐ ☐
1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐	1 ☐ ☐ ☐ ☐
2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐	2 ☐ ☐ ☐ ☐
3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐	3 ☐ ☐ ☐ ☐
4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐	4 ☐ ☐ ☐ ☐
5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐	5 ☐ ☐ ☐ ☐
6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐	6 ☐ ☐ ☐ ☐
7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐	7 ☐ ☐ ☐ ☐
8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐	8 ☐ ☐ ☐ ☐
9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐	9 ☐ ☐ ☐ ☐

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Lời giải

Chọn D

Theo bảng xét dấu thì $y' < 0$ khi $x \in (0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f'(-1) = 0$,

$f'(1)$ không xác định nhưng do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên tồn tại $f(1)$

và $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "-" khi đi qua các điểm $x = -1$, $x = 1$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + m$.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải

Trên đoạn $[-1; 2]$ ta có giá trị lớn nhất $M = 3$ khi $x = -1$ và giá trị nhỏ nhất $m = 0$ khi $x = 0$.
 Khi đó $M + m = 3 + 0 = 3$.

- Câu 4.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 12x^2 - 4$ trên đoạn $[0; 9]$ bằng
A. - 39. **B.** - 40. **C.** - 36. **D.** - 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 24x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{6} \end{cases}$

Tính được: $f(0) = -4$; $f(9) = 5585$ và $f(\sqrt{6}) = -40$.

$\min_{[0;9]} f(x) = -40$

Suy ra .

- Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là
A. $y = 1$. **B.** $y = \frac{1}{5}$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \end{cases} \Rightarrow y = 5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

- Câu 6.** Đường thẳng $2y+1=0$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây?
A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$ **B.** $y = \frac{x^2+x+1}{1-2x}$ **C.** $y = \frac{2x+1}{1-x}$ **D.** $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x+1}{2x+1}$ có tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$.

Hàm số $y = \frac{x^2+x+1}{1-2x}$ không có tiệm cận ngang.

Hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ có tiệm cận ngang $y = -2$.

Hàm số $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$ có tiệm cận ngang $y = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2y+1=0$.

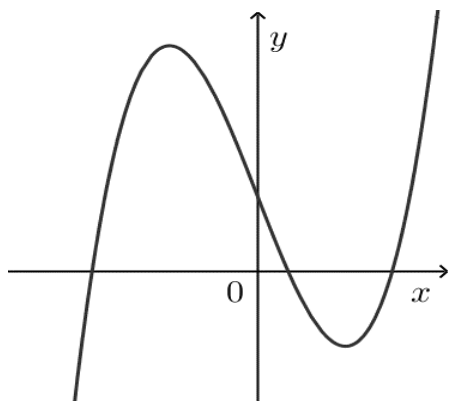
Vậy chọn đáp án **D.**

- Câu 7.** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	$+\infty$	4	$+\infty$	

- A. $y = \frac{x^2}{x-1}$ B. $y = \frac{2x^2 - 2}{x-1}$ C. $y = \frac{3x^2 - 4x}{x-1}$ D. $y = \frac{-x^2}{x-1}$

Câu 8. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$ C. $y = x^3 - x^2 + 1$ D. $y = -x^3 + x - 1$

Lời giải

Chọn A

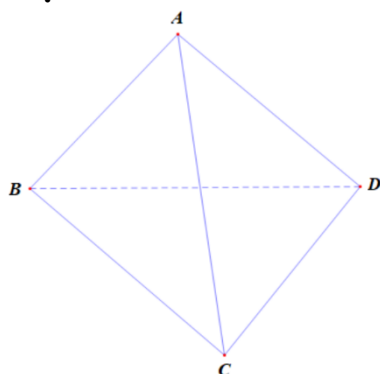
Từ đồ thị : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và đây là đồ thị hàm bậc ba nên ta chọn phương án $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $\overline{BC} + \overline{AB} = \overline{DA} - \overline{DC}$ B. $\overline{AC} - \overline{AD} = \overline{BD} - \overline{BC}$
 C. $\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{DB} - \overline{DC}$ D. $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{CD} + \overline{BC}$

Lời giải

Chọn C



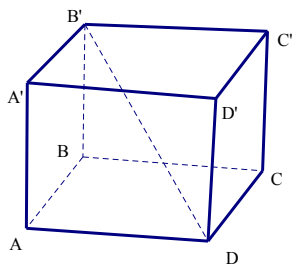
Có
$$\begin{cases} \overline{AB} - \overline{AC} = \overline{CB} \\ \overline{DB} - \overline{DC} = \overline{CB} \end{cases} \Rightarrow \overline{AB} - \overline{AC} = \overline{DB} - \overline{DC}$$

- Câu 10.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng:
- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.
- C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$



- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm
- A. $M(3; 0; 0)$ B. $N(0; -1; 1)$ C. $P(0; -1; 0)$ D. $Q(0; 0; 1)$

Lời giải

Chọn B

Khi chiếu vuông góc một điểm trong không gian lên mặt phẳng (Oyz) , ta giữ lại các thành phần tung độ và cao độ nên hình chiếu của $A(3; -1; 1)$ lên (Oyz) là điểm $N(0; -1; 1)$.

- Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $u = (1; 3; -2)$ và $v = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vector $u - v$ là
- A. $(3; 4; -3)$ B. $(-1; 2; -3)$ C. $(-1; 2; -1)$ D. $(1; -2; 1)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $u - v = (1 - 2; 3 - 1; -2 + 1) = (-1; 2; -1)$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 3)^3$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai.
- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
- b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
- c) $f(1) > f(2)$.

d) $f(5) < f(4)$.

Lời giải

a) Đúng.	b) Sai.	c) Đúng.	d) Sai.
-----------------	----------------	-----------------	----------------

Ta có: $f'(x) = x(x-3)^3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(3; +\infty)$.
 $f'(x) = x(x-3)^3 < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(0; 3)$.

a) Đúng.

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

b) Sai.

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$ và hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

c) Đúng.

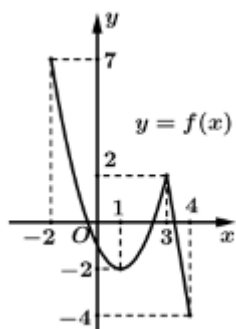
Hàm số nghịch biến trên $(0; 3)$ nên $f(1) > f(2)$.

d) Sai.

Hàm số đồng biến trên $(3; +\infty)$ nên $f(5) > f(4)$.

Câu 2.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 4]$ bằng 2.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[1; 4]$ bằng 2.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 4]$ bằng -4.

d) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2; 3]$ tại điểm $x_0 = 1$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

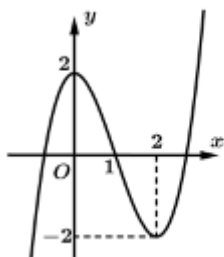
a) Sai. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 4]$ bằng 7.

b) Đúng. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[1; 4]$ bằng 2.

c) Đúng. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 4]$ bằng -4.

d) Đúng. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-2; 3]$ tại điểm $x_0 = 1$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

b) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

c) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d - 1 = 0$ có hai nghiệm thực dương.

d) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d + 3 = 0$ vô nghiệm.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

b) Đúng.

Đặt $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Khi đó: $f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -1$.

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$. Dựa vào đồ thị hàm số trên, ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$ có ba giao điểm nên phương trình $f(x) = -1$.

Hay $ax^3 + bx^2 + cx + d + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

c) Đúng.

Đặt $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Khi đó: $f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1$.

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$.

Dựa vào đồ thị hàm số trên, ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$ có ba giao điểm nên phương trình $f(x) = 1$ Hay $ax^3 + bx^2 + cx + d - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

d) Sai.

Đặt $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Khi đó: $f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -3$.

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = -3$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -3$. Dựa vào đồ thị hàm số trên, ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -3$ có một giao điểm nên phương trình $f(x) = -3$

Hay $ax^3 + bx^2 + cx + d + 3 = 0$ có 1 nghiệm.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $a = (1; -3; 2)$ và $b = (2; 4; m)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $|a| = 0$

b) $a + b = (3; 1; 7)$ thì $m = 5$

c) $a \cdot b = -8$ thì $m = 1$

d) Có duy nhất một giá trị m thỏa mãn $|b| = 6$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

a) $|a| = \sqrt{14}$

b) Ta có $a + b = (1 + 2; -3 + 4; 2 + m) = (3; 1; 2 + m) = (3; 1; 7)$, suy ra $2 + m = 7$, hay $m = 5$.

c) Ta có $a \cdot b = 1 \cdot 2 + (-3) \cdot 4 + 2m = -10 + 2m = -8$, suy ra $2m = 2$, hay $m = 1$.

d) Ta có $|b| = \sqrt{2^2 + 4^2 + m^2} = \sqrt{20 + m^2} = 6$, suy ra $m^2 = 16$, hay $m = 4$ hoặc $m = -4$.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên nửa khoảng $[5; +\infty)$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 5,2.

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \geq 0 \forall x \geq 5, f(x) \geq f(5) = 5,2$$

Câu 2. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5} (f(t)$ được tính bằng nghìn người) (Nguồn: Giải tích 12 nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020). Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = a$. Giá trị của a là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 26

Ta có $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{26t+10}{t+5} = 26$. Nên đồ thị hàm số $f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y = 26$.

Câu 3. Một hãng điện thoại đưa ra một quy luật bán buôn cho từng đại lý, đó là đại lý nhập càng nhiều điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lý mua x điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là $6000 - 3x$ (nghìn đồng), $x \in \mathbb{N}^*, x < 2000$. Đại lý nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lý đó?

Lời giải

Số tiền hãng thu được khi đại lý nhập x chiếc điện thoại là $f(x) = x(6000 - 3x)$.

Ta có: $f'(x) = -6x + 6000$. Khi đó, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1000$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là:

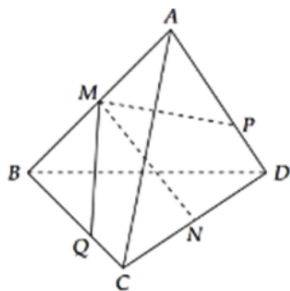
x	0	1 000	2 000
$f'(x)$		+	-
$f(x)$	0	3 000 000	0

Vậy đại lý nhập cùng lúc 1000 chiếc điện thoại thì hãng có thể thu nhiều tiền nhất từ đại lý đó với 3000000 (đồng).

Đáp số: 1000.

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Trên cạnh AD, BC lần lượt lấy các điểm P, Q sao cho $\frac{AP}{AD} = \frac{2}{3}$ và $\frac{BQ}{BC} = \frac{2}{3}$. Biết rằng $\overrightarrow{MN} = \alpha \cdot \overrightarrow{MP} + \beta \cdot \overrightarrow{MQ}$. Hãy tính tổng $\alpha + \beta$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

Mặt khác $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$;

$\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Đồng nhất $\overline{MN} = \alpha \cdot \overline{MP} + \beta \cdot \overline{MQ}$ ta được $\alpha = \beta = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{3}{2}$.

Đáp số 1,5.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $u(1; -2; 1)$ và $v(-2; 1; 1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng bao nhiêu độ

Lời giải

Ta có: $\cos(u; v) = \frac{\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}}{|\overrightarrow{u}| \cdot |\overrightarrow{v}|} = \frac{-2 - 2 + 1}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{-1}{2} \Rightarrow (u; v) = 120^\circ$

Đáp số: 120

Câu 6. Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 1, x + y + z = 2$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xyz$ bằng $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $2a + b$ bằng

Lời giải

Trả lời: 6

Ta có: $P = xyz \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \cdot z = \left(\frac{2-z}{2}\right)^2 \cdot z = \frac{1}{4}(4z - 4z^2 + z^3)$

Xét hàm số $f(z) = \frac{1}{4}(4z - 4z^2 + z^3)$ trên $[1; 2]$.

$$f'(z) = \frac{1}{4}(4 - 8z + 3z^2); f'(z) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{2}{3} \text{ (loại)} \\ z = 2 \end{cases}$$

Ta có:

Bảng biến thiên:

z	1	2
$f'(z)$		-
$f(z)$	$\frac{1}{4}$	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $P \leq \frac{1}{4}$.

Vậy $P_{\max} = \frac{1}{4}$ khi $\begin{cases} z = 1 \\ x = y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a = 1; b = 4 \Rightarrow 2a + b = 6$.