|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **BÌNH ĐỊNH**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9**  **Năm học 2020-2021**  **Môn : TOÁN –**Ngày thi : 18/03/2021  Thời gian làm bài: 150 phút |

**Bài 1. (5,0 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Cho các số thực thỏa mãn 

Chứng minh rằng phương trình : luôn có nghiệm.

**Bài 2. (6,0 điểm)**

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình 
2. Cho 69 số nguyên dương phân biệt không vượt quá Chứng minh rằng có thể chọn ra từ 69 số đó 4 số sao cho trong chúng có 1 số bằng tổng của 3 số còn lại

**Bài 3. (4,0 điểm)**

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính trên nửa đường tròn (O) lấy điểm C sao cho cung nhỏ hơn cung AC, qua C dựng tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt tại D. Kẻ , CH cắt tại E

1. Chứng minh 
2. Chứng minh 

**Bài 4. (3,0 điểm)**

Cho tam giác vuông cân tại và là điểm di động trên (khác Hình chiếu của lên lần lượt là Gọi là giao điểm của và Chứng minh rằng đường thẳng luôn đi qua một điểm cố định

**Bài 5. (2,0 điểm)**

Tìm tất cả các giá trị của để



**ĐÁP ÁN**

**Bài 1.**

1. Điều kiện 

Ta có vô nghiệm. Do đó có thể biến đổi phương trình như sau :





Vậy nghiệm của phương trình là 

1. Ta có với mọi 

Vậy phương trình đã cho luôn có nghiệm

**Bài 2.**

1. Ta có : 



Với luôn đúng với mọi 

Do đó trong trường hợp này phương trình có vô số nghiệm nguyên là với 

Với ta có 

Th1: phương trình có nghiệm kép 

Th2: Để phương trình có nghiệm nguyên thì là số chính phương, suy ra



Lập bảng, tìm được 

Do đó 



Vậy nghiệm nguyên của phương trình là :



1. Giả sử bộ 69 số đó là Suy ra và . Khi đó suy ra

dãy này có 67 số hạng

dãy này có 67 số hạng

Do đó dãy (1) và dãy (2) có 134 số hạng nhận các giá trị từ 1 đến 132 (có 132 giá trị). Theo nguyên tắc Dirichlet suy ra có ít nhất 2 số hạng bằng giá trị nhau.

Giả sử (với và 

Vậy từ 69 số nguyên dương phân biệt không vượt quá 100 luôn chọn được 4 số sao cho trong chúng có 1 số bằng tổng của 3 số còn lại.

**Bài 3.**

****

1. Tam giác có là trực tâm 

Ta có :

(cùng phụ với 

(cùng chắn cung 

Suy ra là tia phân giác của 

Từ (1) và (2) suy ra cân tại Clà đường trung trực của 

Khi đó (vì vuông tại K)

1. Gọi I là giao điểm của . Ta có :

  
(do vuông tại C và là đường cao)



Suy ra 

Ta có : 



Từ (3), (4), (5)

**Bài 4.**

****

Dựng hình vuông Gọi E là giao điểm của và là giao điểm của và 

Vì vuông cân tại H; vuông cân tại K và tứ giác là hình chữ nhật nên : và 

Chứng minh được 

Lại có , nên 

Tương tự, chứng minh được   
Từ (1), (2)là trực tâm của 

Ta có : nên (so le trong) (3)

Vì là hình chữ nhật, là hình vuông nên 

Lại có nên 

Khi đó 

Từ (3), (4) suy ra mà nên 

Do đó 

Từ (\*) và (\*\*) suy ra thẳng hàng, mà là điểm cố định

Do đó đường thẳng luôn đi qua một điểm cố định

**Bài 5.**

Điều kiện : . Áp dụng bất đẳng thức Cô si, ta có :



  


Cộng vế theo vế ta được :



Do đó bất phương trình đã cho luôn đúng với 

Vậy nghiệm của bất phương trình là 