|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****VĨNH PHÚC****ĐỀ CHÍNH THỨC**  | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN** **NĂM HỌC 2022-2023****ĐỀ THI MÔN: TOÁN** *Thời gian làm bài: 150 phút , không kể giao đề*  |

**Câu 1. (3,5 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Giải phương trình 
3. Giải hệ phương trình 

**Câu 2. (1,5 điểm)**

1. Tìm tất cả các số nguyên tố sao cho là một số chính phương
2. Tìm tất cả các số nguyên tố sao cho tồn tại các số tự nhiên thỏa mãn 

**Câu 3. (1,0 điểm)** Cho các số thực dương thỏa mãn điều kiện . Chứng minh rằng :





**Câu 4. (3,0 điểm)** Cho tứ giác nội tiếp đường tròn sao cho hai tia và cắt nhau tại điểm Hai tia cắt nhau tại điểm Gọi lần lượt là trung điểm của Đường phân giác của các góc và cắt nhau tại điểm Gọi L là hình chiếu vuông góc của trên đường thẳng Chứng minh rằng :

và 

b) và 

c) trong đó là giao điểm của hai đường thẳng và BC, là giao điểm của hai đường thẳng  và 

**Câu 5. (1,0 điểm)** Thầy Hùng viết các số nguyên lên bảng. Thầy Hùng xóa đi 1010 số bất kỳ trên bảng. Chứng minh rằng trong các số còn lại trên bảng luôn tìm được:

1. 3 số có tổng các bình phương là hợp số
2. số có tổng các bình phương chia hết cho 4

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (3,5 điểm)**

1. **Giải phương trình **

Với không là nghiệm của phương trình. Với chia 2 vế của phương trình cho ta được :

. Đặt , phương trình trở thành



Vậy 

1. **Giải phương trình (2)**

Điều kiện : , Đặt 

Ta có . Phương trình (2) trở thành



Vậy 

1. **Giải hệ phương trình **

Với 

Với chia cả 2 vế phương trình cho y ta được : 

Đặt hệ phương trình trở thành 



Vậy hệ phương trình có 6 nghiệm



**Câu 2. (1,5 điểm)**

1. **Tìm tất cả các số nguyên tố sao cho là một số chính phương**

Giả sử là cặp số nguyên tố sao cho luôn tồn tại số nguyên dương thỏa mãn 

Giả sử đểu khác 3. Ta có :

nên (mod3) (vô lý vì số chính phương chia cho 3 khác 2)

Do đó hoặc mà là số nguyên tố nên 

Nếu thay vào (1) ta được :



Mặt khác 

Nên 

Điều nầy vô lý nên trường hợp này không có giá trị thỏa mãn

Nếu thay vào (1) ta được : 



Nên , do đó 



Vậy 

1. **Tìm tất cả các số nguyên tố sao cho tồn tại các số tự nhiên thỏa mãn **

Với các số thỏa mãn giả thiết, ta có :





là ước của p



Do nguyên dương nên mặt khác p nguyên tố nên ta có :



Xét phương trình 



Vì có vai trò như nhau nên giả sử 

Mà ; x,y là các số nguyên và nên xảy ra các trường hợp sau :



Với 

Với 

Hai trường hợp còn lại làm tương tự cũng cho ra 

Vậy 

**Câu 3. (1,0 điểm) Cho các số thực dương thỏa mãn điều kiện . Chứng minh rằng :**

****

Ta có : 



Mặt khác: 



Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi 

****

Từ giả thiết ta có :



Tương tự ta có :

. Do đó :



Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi 

**Câu 4. (3,0 điểm) Cho tứ giác nội tiếp đường tròn sao cho hai tia và cắt nhau tại điểm Hai tia cắt nhau tại điểm Gọi lần lượt là trung điểm của Đường phân giác của các góc và cắt nhau tại điểm Gọi L là hình chiếu vuông góc của trên đường thẳng Chứng minh rằng :**

****

**và **

Theo tính chất tổng 3 góc trong tam giác, ta có : 



Tứ giác nội tiếp nên 



(tính chất tổng ba góc của 



Do đó vuông tại K, có là đường cao nên theo hệ thức ta được :

suy ra 



**b) và **

Xét và có :

là góc chung, (góc nội tiếp cùng chắn 



Mà (do H là trung điểm của là trung điểm của AC)

Nên từ 

Ta có (góc nội tiếp cùng chắn của (O))

Mà (kề bù) nên (kề bù) nên 

Xét và có :





Từ (2). Tương tự ta có:

Do đó 

**c) trong đó là giao điểm của hai đường thẳng và BC, là giao điểm của hai đường thẳng  và **

Từ (2)

EK là tia phân giác của nên 



là tia phân giác của . Tương tựlà tia phân giác của 

Gọi là giao điểm của . Theo tính chất đường phân giác, ta có :



có nên là đường phân giác của 

Do đó là giao ba đường phân giác thẳng hàng

có (theo tính chất đường phân giác )

và có chung và (cùng bù 



có (theo tính chất đường phân giác)

Tương tự ta có : 

**Câu 5. (1,0 điểm) Thầy Hùng viết các số nguyên lên bảng. Thầy Hùng xóa đi 1010 số bất kỳ trên bảng. Chứng minh rằng trong các số còn lại trên bảng luôn tìm được:**

1. **3 số có tổng các bình phương là hợp số**

Dãy các số nguyên ****có 1011 số chẵn và 1011 số lẻ

Nếu xóa đi sổ lẻ thì trên bảng còn 1011 số chẵn. Chọn ra 3 số chẵn bất kỳ trong các số chẵn còn lại thì tổng các bình phương của ba số này là 1 số chẵn

Nếu xóa đi 1010 số chẵn thì trên bảng còn 1 số chẵn. Chọn ra số chẵn đó và 2 số lẻ bất kỳ còn lại thi tổng các bình phương 3 số này là 1 số chẵn

Tổng các bình phương của ba số chia hết cho 2 và lớn hơn 2 nên tổng này là hợp số

1. **số có tổng các bình phương chia hết cho 4**

Các số chính phương lẻ chia 4 dư 1. Các số chính phương chẵn chia hết cho 4

Tổng số chính phương lẻ chia hết cho 4

Sau khi xóa 1010 số trên bảng thì còn lại số

+Nếu trong 1012 số này có 504 số lẻ thì 504 số này có tổng các bình phương chia hết cho 4.

+Nếu trong 1012 số trên có ít hơn 504 số lẻ thì có ít nhất 506 số chẵn. 506 số chẵn này có tổng các bình phương chia hết cho 4 . (đpcm)