**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9**

**HUYỆN CẨM THỦY NĂM 2019-2020**

**Bài 1.**

Cho các số dương và . Xét biểu thức 

1. Chứng minh xác định. Rút gọn P
2. Khi thay đổi. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất

**Bài 2.** Tìm thỏa mãn hệ sau:



**Bài 3.** Với mỗi số nguyên dương đặt 

1. Chứng minh rằng với ta có: 
2. Chứng minh rằng với mọi thỏa mãn điều kiện đề bài, là số nguyên
3. Chứng minh Tìm tất cả các số để là số chính phương.

**Bài 4.** Cho đoạn thẳng và điểm nằm giữa điểm và B sao cho Vẽ đường tròn đường kính và đường tròn đường kính Vẽ tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn nói trên, với là tiếp điểm thuộc và là tiếp điểm thuộc 

1. Gọi là giao điểm của các đường thẳng Chứng minh rằng đường thẳng vuông góc với đường thẳng 
2. Với Vẽ đường tròn (O) đường kính Đường thẳng cắt đường tròn ở C và D, sao cho điểm thuộc cung nhỏ Tính độ dài đoạn thẳng 

**Bài 5.** Cho đường thẳng cắt và trung tuyến theo thứ tự là 

1. Chứng minh 
2. Giả sử đường thẳng Trên tia đối của tia lấy điểm đường thẳng cắt tại P, đường thẳng cắt tại Chứng minh 

**Bài 6.** Cho Chứng minh rằng 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1.**

1. Ta có: 

Xét 

Ta có 

Từ (1), (2), (3) suy ra xác định

Rút gọn : Ta có:







1. Xét hai trường hợp :



Ta có : , dấu xảy ra 

Mặt khác, dấu xảy ra 

Vậy 

**Bài 2.**

Biên đổi tương đương hệ ta có :



Nhân các vế của 3 phương trình với nhau ta được :



Thay vào hệ đều có 

Vậy

**Bài 3.**

1. Với thì (1)

Mặt khác : 

Từ (1) và (2) ta có điều phải chứng minh

1. Ta có: 

Do nên theo 1) ta có: 

Do nên do 

Tiếp tục quá trình trên ta được 

1. Ta có:



Đặt 

Xét 

Với thì 



Ta có : 

Tiếp tục quá trình trên ta được nguyên nên lẻ

Vậy là số chính phương với và 

**Bài 4.**

****

1. 

Do thẳng hàng nên 

Các tam giác lần lượt cân tại nên ta có:

Mặt khác ta có : 



Tứ giác có 3 góc vuông nên tứ giác là hình chữ nhật



Do 

Do tam giác cân tại nên 

Từ (3), (4), (5) ta có:hay 

1. Ta có : 

cắt tại S với A nằm giữa S và B

Gọi I là trung điểm của 



Do 

Mặt khác 

Xét tam giác vuông vuông tại I ta có:



Ta có: 

**Bài 5.**

****

1. Kẻ 

Ta có: 

Ta có: 

Vậy 

Thay vào (\*) ta được đpcm

1.



Khi là trung điểm của 

Từ F kẻ đường thẳng song song với cắt KP tại L

Ta có: . Do đó:



Từ kẻ đường thẳng song song với cắt tại H

Ta có: 

Do đó : 

Từ (1) và (2) suy ra 

**Bài 6.**

Do và  nên :

 hay 

Mặt khác , 

Vậy tương tự ta cũng có: 

