|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT LÂM THAO****ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN****NĂM HỌC 2020-2021**MÔN: TOÁN 8*Đề thi có* ***02*** *trang**Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)* |

*Thí sinh làm bài (cả phần trắc nghiệm khách quan và phần tự luận) vào tờ giấy thi*

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8,0 điểm)**

***Hãy chọn phương án trả lời đúng***

**Câu 1.** Cho $x-y= -1; xy=12 $và $x>0.$ Giá trị của $x+y$ bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. $7.$ | B. $6.$ | C. $-6.$ | D. $-7.$ |

**Câu 2.** Cho đa thức $P\left(x\right)=(x^{2}-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2})^{1011}=a\_{2022}x^{2022}+a\_{2021}x^{2021}+ … + a\_{1}x+a\_{0}. $

Giá trị của $Q= a\_{0}+a\_{2}+a\_{4}+ …+a\_{2022}$ bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. $Q=1.$ | B. $Q=0,5.$ | C. $Q=0.$ | D. $Q=-0,5.$ |

**Câu 3.** Số dư của phép chia đa thức $\left(x+1\right)\left(x+3\right)\left(x+5\right)\left(x+7\right)+2020$ cho đa thức  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. $2000.$ | B. $2005.$ | C. $2010.$ | D. $2020.$ |

**Câu 4.** Cho $x, y$ là các số nguyên thỏa mãn $x^{2}-2y=xy$ và $y\ne 0;x+y\ne 0.$ Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $Q=\frac{x-y}{x+y}$ bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. $\frac{-1}{3}.$ | B. $\frac{-1}{5}.$ | C. $\frac{1}{5}.$ | D. $\frac{1}{3}.$ |

**Câu 5.** Cho phương trình $\frac{x-m}{x+5}+\frac{x-5}{x+m}=2$ (ẩn x, tham số m). Điều kiện của m để phương trình có một nghiệm duy nhất là

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. $m=-5.$ | B. $m\ne -5.$ | C. $m\ne \pm 5.$ | D. $m=5.$ |

**Câu 6.** Số các cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $5x+7y=112$ là

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. $1.$ | B. $2.$ | C. $3.$ | D. $4.$ |

**Câu 7.** Số các giá trị nguyên dương của $x$ để phân thức $\frac{2x^{3}-6x^{2}+x-8}{x-3}$ có giá trị là số nguyên là

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. 4$.$ | B. 3$.$ | C. 2$.$ | D. 1$.$ |

**Câu 8.** Giá trị nhỏ nhất của $A= \frac{2}{6x-5-9x^{2}}$ bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. 4$.$ | B. $-4.$ | C. $\frac{1}{2}.$ | D. $\frac{-1}{2}.$ |

**Câu 9.** Tam giác $ABC$ có $AB = 6 cm, AC = 8 cm$, các trung tuyến $BD$ và $CE$ vuông góc với nhau. Độ dài $BC$ bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. $2\sqrt{5 }cm.$  | B. $\sqrt{5}cm.$  | C. $7\sqrt{5} cm.$  | D. $4\sqrt{5}cm.$  |

**Câu 10.** Cho tam giác $ABC$ có $\hat{A}=120^{0}, AB=4cm, AC=6cm.$ Độ dài đường trung tuyến $AM$ bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. $2 cm.$ | B. $\sqrt{7} cm.$ | C. $2\sqrt{6} cm.$ | D. $2\sqrt{2} cm.$ |

**Câu 11.** Cho tam giác $ABC$ có các đường trung tuyến $AM, BE,CF$. Diện tích của tam giác có độ dài các cạnh bằng $AM,BE,CF$ là 1. Diện tích của tam giác $ABC$ bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. $\frac{2}{3}.$  | B. $\frac{3}{4}.$  | C. $\frac{3}{2}.$  | D. $\frac{4}{3}.$ |

**Câu 12.** Cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích là 1. Lấy điểm $E$ thuộc cạnh $AB$ sao cho $AB=3AE$, điểm $F$ là trung điểm của cạnh $BC$. Gọi $M, N$ theo thứ tự là giao điểm của $DE, DF$ với $AC$. Diện tích của tam giác $DMN$ bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. $\frac{1}{6}.$  | B. $\frac{1}{4}.$  | C. $\frac{5}{24}.$  | D. $\frac{7}{24}.$ |

**Câu 13.** Cho hình thang cân có đường chéo vuông góc với cạnh bên, đáy nhỏ dài $14 cm$, đáy lớn dài $50 cm$. Độ dài đường cao của hình thang bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. $30 cm.$  | B. $18 cm.$  | C. $24 cm.$  | D. $32 cm.$ |

**Câu 14.** Cho một đa giác có số đường chéo là . Tổng các góc của đa giác đó bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. $.$ | B. $.$ | C. $.$ |  D. $.$ |

**Câu 15.** Một tam giác vuông có tỉ số hai cạnh góc vuông bằng , tỉ số hai hình chiếu của hai cạnh góc vuông đó trên cạnh huyền bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. $\frac{16}{81}.$  | B. $\frac{2}{3}.$  | C. $\frac{4}{9}.$  | D. $\frac{9}{4}.$ |

**Câu 16.** Một hộp đựng 52 viên bi, trong đó có 13 viên màu xanh, 13 viên màu đỏ, 13 viên màu vàng và 13 viên màu trắng. Cần phải lấy ra ít nhất bao nhiêu viên bi (mà không nhìn trước) để chắc chắn trong số đó có ít nhất 7 viên bi cùng màu?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. $24.$ | B. 25$.$ | C. 28$.$ |  D. 29$.$ |

**II. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm)**

**Câu 1 (3,0 điểm):**

a) Chứng minh rằng: Với mọi số tự nhiên $n$ ta có số $A\_{n}=7.5^{2n}+12.6^{n} $chia hết cho 19.

b) Tìm số tự nhiên $n$ để biểu thức $B=n^{4}-27n^{2}+121 $có giá trị là một số nguyên tố.

**Câu 2 (4,0 điểm):** Giải các phương trình sau:

a) $\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^{2}+6\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^{2}=\frac{7\left(x^{2}-9\right)}{x^{2}-4}$ b) 

**Câu 3 (4,0 điểm):** Cho tam giác $ABC$ vuông cân tại $A$. Điểm $M$ trên cạnh $BC$. Từ $M$ kẻ $ME$ vuông góc với $AB$, $MF$ vuông góc với $AC$ ($E\in AB, F\in AC).$

 a) Chứng minh $FC.BA+AC.BE=AB^{2}$ và chu vi tứ giác $AEMF$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm $M$.

 b) Chứng tỏ đường thẳng đi qua $M$ vuông góc với $EF$ luôn đi qua một điểm cố định.

**Câu 4 (1,0 điểm):** Cho $a, b, c$ là các số dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$P=\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}+\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}.$

|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****HUYỆN LÂM THAO** | **KỲ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN****NĂM HỌC 2020-2021**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 8*(Hướng dẫn chấm có 04 trang)* |

**I. Một số chú ý khi chấm bài**

|  |
| --- |
| - Hướng dẫn chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Khi chấm thi, giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.- Thí sinh làm bài theo cách khác với hướng dẫn chấm mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của hướng dẫn chấm.- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số. |

**II. Đáp án – thang điểm**

 **I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8,0 điểm).** Mỗi câu đúng cho 0,5 điểm

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Đáp án | A | C | B | D | B | C | B | D | A | B | D | C | C | B | A | B |

**II. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm).**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Hướng dẫn chấm** | **Điểm** |
| **Câu 1 (3,0 điểm):**a) Chứng minh rằng: Với mọi số tự nhiên $n$ ta có số $A\_{n}=7.5^{2n}+12.6^{n} $chia hết cho 19.b) Tìm số tự nhiên $n$ để biểu thức $B=n^{4}-27n^{2}+121 $có giá trị là một số nguyên tố. |
| **1a****(1,5 đ)** | + Với $n=0$ ta có $A\_{0}=19\vdots 19.$+ Với $n=1$ ta có: $A\_{1}=247\vdots 19.$ | 0,5 |
| + Giả sử $A\_{n}\vdots 19 $ với mọi $n=k, k\geq 2, k\in N$ . Nghĩa là:$$A\_{k}=7.5^{2k}+12.6^{k}\vdots 19$$Ta đi chứng minh $A\_{k+1}\vdots 19.$ Thật vậy: $A\_{k+1}=7.5^{2\left(k+1\right)}+12.6^{k+1}=7.5^{2k}.5^{2}+12.6^{k}.6$ $=7.5^{2k}.19+6.\left(7.5^{2k}+12.6^{k}\right)= 7.5^{2k}.19+6.A\_{k}$ | 0,75 |
| Vì $7.5^{2k}.19\vdots 19$ và $A\_{k}\vdots 19 $ suy ra $A\_{k+1}=7.5^{2k}.19+6.A\_{k}\vdots 19.$Theo nguyên lý quy nạp $A\_{n}=7.5^{2n}+12.6^{n} $chia hết cho 19 với mọi số tư nhiên $n$. | 0,25 |
| **1b****(1,5đ)** | Ta có : $B=n^{4}-27n^{2}+121=\left(n^{4}+22n^{2}+121\right)-49n^{2}$$$=\left(n^{2}+11\right)^{2}-49n^{2}=(n^{2}+11+7n)(n^{2}+11-7n)$$ | 0,5 |
| + Với $n=0$ không t/m. + Với $n\in N^{\*}$ thì $\left(n^{2}+11+7n\right)>(n^{2}+11-7n)$ Do đó: $B$ là số nguyên tố thì điều kiện cần là: $\left(n^{2}+11-7n\right)=1$ $⟹n=2 $ hoặc $n=5$. | 0,5 |
| + Với $n=2 $ thì $B=29$ là số nguyên tố + Với $n=5$ thì $B=71$ là số nguyên tốVậy $n=2 $ hoặc $n=5$ thì $B=n^{4}-27n^{2}+121 $ là số nguyên tố. | 0,5 |
| **Câu 2 (4,0 điểm):** Giải các phương trình sau: a) $\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^{2}+6\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^{2}=\frac{7\left(x^{2}-9\right)}{x^{2}-4}.$  b)  |
| **2a****(2,0đ)** | ĐKXĐ : $x\ne \pm 2$ | 0,25 |
| Đặt $\left(\frac{x+3}{x-2}\right)=a; \left(\frac{x-3}{x+2}\right)=b$ thì $\frac{\left(x^{2}-9\right)}{x^{2}-4}=a.b$ Khi đó phương trình có dạng: $a^{2}-7ab+6b^{2}=0 $$$⟺\left(a-b\right)\left(a-6b\right)=0 ⟺\left[\begin{array}{c}a=b\\a=6b\end{array}\right. $$ | 0,75 |
| + Với $a=b$ thì $\left(\frac{x+3}{x-2}\right)=\left(\frac{x-3}{x+2}\right) $$$⟹x^{2}+5x+6=x^{2}-5x+6⟺10x=0 ⟺x=0 (TMĐK)$$ | 0,5 |
| + Với $a=6b$ thì $\left(\frac{x+3}{x-2}\right)=6\left(\frac{x-3}{x+2}\right)$$$⟹x^{2}-7x+6=0⟺\left(x-1\right)\left(x-6\right)=0⟺\left[\begin{array}{c}x=1 (TMĐK)\\x=6 (TMĐK)\end{array}\right.$$Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{0;1;6\right\} $ | 0,5 |
| **2b****(2,0đ)** | Đặt  ta được PT:   | 0,5 |
| (1)  | 0,5 |
| - Nếu . PT này vô nghiệm. | 0,5 |
| - Nếu  Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{-2;-4\right\} $ | 0,5 |
| **Câu 3 (4,0 điểm):**Cho tam giác $ABC$ vuông cân tại $A$. Điểm $M$ trên cạnh $BC$. Từ $M$ kẻ $ME$ vuông góc với $AB$, $MF$ vuông góc với $AC$ $(E\in AB, F\in AC).$  a) Chứng minh $FC.BA+AC.BE=AB^{2}$ và chu vi tứ giác $AEMF$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm $M$. b) Chứng tỏ đường thẳng đi qua $M$ vuông góc với $EF$ luôn đi qua một điểm cố định. |
|  |
| **3a****(2,5đ)** | Ta có $MF//AB$ (vì cùng vuông góc với $AC$) nên $ME//AC$ (vì cùng vuông góc với $AB$) nên  | 0,5đ0,5đ |
| Suy ra  | 0,5đ |
| Tứ giác $AEMF$ có  nên là hình chữ nhật Chu vi tứ giác $AEMF$ bằng $2(AE + AF)$. | 0,5đ |
| Mặt khác vuông tại $E$ có $\hat{B}=45^{0}$ (Vì $∆ABC$ vuông cân tại $A$) vuông tại cân $E$ $ME = BE$Mà $AF = ME$ (vì $AEMF$ là hình chữ nhật) $⟹AF = BE$ Khi đó chu vi tứ giác $AEMF$ bằng: $2(AE + BE) = 2AB$ (không đổi)Chu vi tứ giác $AEMF$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm $M$. | 0,5đ |
| **3b****(1,5đ)** | Gọi $I$ là trung điểm của $BC$, $O$ là giao điểm của $AM$ và $EF$, đường thẳng qua $M$ vuông góc với $EF$ tại $H$ và cắt tia $AI$ tại $N$. | 0,25đ |
| Ta có (cùng phụ với góc $MEF$); (vì $AEMF$ là hình chữ nhật) . | 0,25đ |
| Lại có  (vì các tam giác $BEM$, $MFC$ lần lượt vuông cân tại $E$, $F$) hay , mà  (đối đỉnh) nên . | 0,25đ |
| Tam giác $ABC$ vuông cân tại $A$ có $I$ là trung điểm của $BC$ nên $AI$ là đường trung tuyến đồng thời là đường cao . | 0,25đ |
| Khi đó tam giác $AMN$ có $MI$ vừa là đường cao, vừa là đường phân giác nên tam giác $AMN$ cân tại $M$ $MI$ là trung trực của $AN$  $N$ đối xứng với $A$ qua $BC$$N$ là điểm cố định.Vậy, đường thẳng đi qua $M$ vuông góc với $EF$ luôn đi qua điểm $N $cố định. | 0,5đ |
| **Câu 4 (1,0 điểm):**Cho $a, b, c$ là các số dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:$$P=\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}+\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}.$$ |
| **4****(1,0đ)** | Ta có: $P=\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}+\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}$$$= \frac{3}{4}\left(\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}\right)+\left(\frac{1}{4}.\frac{b+c}{a}+\frac{a}{b+c}\right)+\left(\frac{1}{4}.\frac{c+a}{b}+\frac{b}{c+a}\right)+(\frac{1}{4}.\frac{a+b}{c}+\frac{c}{a+b})$$ | 0,25 |
| Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:$$ \frac{3}{4}\left(\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}\right)= \frac{3}{4}\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)+\frac{3}{4}\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)+ \frac{3}{4}\left(\frac{c}{b}+\frac{b}{c}\right) \geq \frac{3}{4}.\left(2+2+2\right)=\frac{9}{2}$$$$\left(\frac{1}{4}.\frac{b+c}{a}+\frac{a}{b+c}\right)\geq 2\sqrt{\frac{1}{4}.\frac{b+c}{a}.\frac{a}{b+c}}=2.\frac{1}{2}=1$$$$\left(\frac{1}{4}.\frac{c+a}{b}+\frac{b}{c+a}\right)\geq 2.\sqrt{\left(\frac{1}{4}.\frac{c+a}{b}.\frac{b}{c+a}\right)}=2.\frac{1}{2}=1 $$$$(\frac{1}{4}.\frac{a+b}{c}+\frac{c}{a+b})\geq 2.\sqrt{\frac{1}{4}.\frac{a+b}{c}+\frac{c}{a+b}}=2.\frac{1}{2}=1 $$ | 0,5đ |
| Khi đó: $P\geq \frac{9}{2}+1+1+1=\frac{15}{2}$Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c$Vậy $Min P= \frac{15}{2} $khi $a = b = c$. | 0,25đ |