

(Đề gồm có 16 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

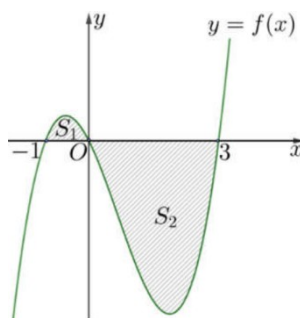
- Câu 1:** Hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(0; 4)$ **B.** $(-\infty; 0)$ **C.** $(2; +\infty)$ **D.** $(0; 2)$
- Câu 2:** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ là
A. $y = x - 3$ **B.** $y = x + 1$ **C.** $y = -3x + 1$ **D.** $x = -3y + 1$.
- Câu 3:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là
A. $\sin x + 3x^2 + C$ **B.** $-\sin x + 3x^2 + C$ **C.** $\sin x + 6x^2 + C$ **D.** $-\sin x + C$.
- Câu 4:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$
A. 1 **B.** -1 **C.** 0 **D.** 2.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$. Mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là
A. $2x + y + z - 7 = 0$ **B.** $2x - y + z - 3 = 0$ **C.** $x - 2y + z = 0$ **D.** $2x - y + z - 7 = 0$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x - 2y + 2z + 3 = 0$ là
A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$ **B.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$ **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$
- Câu 7:** Cho hai biến cố A và B , với $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,8$, $P(A \cap B) = 0,4$. Tính $P(A|B)$
A. $P(A|B) = 0,4$ **B.** $P(A|B) = 0,8$ **C.** $P(A|B) = \frac{1}{5}$ **D.** $P(A|B) = \frac{1}{2}$.
- Câu 8:** Cho bảng số liệu khảo sát về tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của một loại bóng đèn:
- | Tuổi thọ | $[3; 5)$ | $[5; 7)$ | $[7; 9)$ | $[9; 11)$ | $[11; 13)$ |
|-------------|----------|----------|----------|-----------|------------|
| Số bóng đèn | 11 | 20 | 29 | 40 | 30 |
- Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.
A. $\Delta_Q = \frac{87}{8}$ **B.** $\Delta_Q = \frac{206}{29}$ **C.** $\Delta_Q = \frac{4171}{232}$ **D.** $\Delta_Q = \frac{875}{232}$
- Câu 9:** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 3,41. B. 11,62. C. 0,017. D. 0,36.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết các diện tích $S_1 = \frac{7}{12}$ và $S_2 = \frac{45}{4}$. Tính tích phân $I = \int_1^3 f(x) dx$.

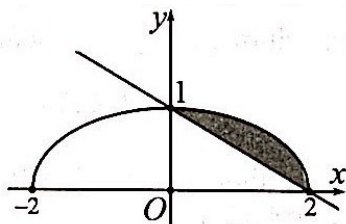


- A. $I = -\frac{32}{3}$. B. $I = \frac{71}{6}$. C. $I = -\frac{71}{6}$. D. $I = \frac{32}{3}$.

Câu 11: Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng là $N(t)$ con. Biết rằng $N'(t) = \frac{4000}{1+0,5t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 250000 con. Hỏi sau 10 ngày số lượng vi trùng gần với số nào sau đây nhất.

- A. 251000 con. B. 261000 con. C. 264334 con. D. 274334 con.

Câu 12: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 1$ và nửa đường elip có phương trình $y = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) (phần tô đậm trong hình vẽ).



Diện tích của (H) bằng:

- A. $\frac{\pi - 1}{4}$. B. $\frac{\pi - 2}{4}$. C. $\frac{\pi + 1}{2}$. D. $\frac{\pi - 2}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$.

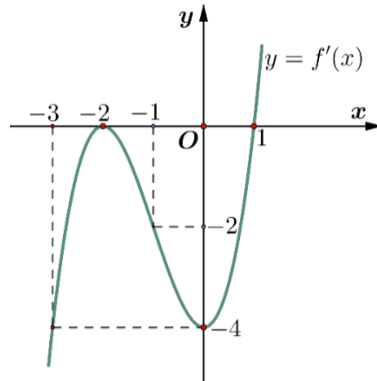
a) Vectơ $n = (1; -2; 3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

b) Điểm $A(1; -1; 0)$ thuộc mặt phẳng (P) .

c) Khoảng cách từ điểm $B(2; 1; 2)$ đến (P) bằng $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

d) Mặt phẳng (Q) qua $C(1; 1; 0)$, $D(-2; 1; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình $(Q): 2x + y + 6z - 3 = 0$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Xét tính đúng hoặc sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) $f'(2) = 4$.

d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2})$.

Câu 3: Một ô tô đang chạy với vận tốc 16 m/s thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây sau đó đạp phanh khẩn cấp. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 15$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

a) Công thức biểu diễn hàm số $s(t)$ là $s(t) = -\frac{5t^2}{2} + 15t + 16$

b) Thời gian kể từ khi ô tô đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng 3 giây.

c) Kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được quãng đường là $38,5 \text{ m}$.

d) Xe ô tô không va chạm với chướng ngại.

Câu 4: Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A: "Khách hàng chọn được sản phẩm loại I";

B: "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng".

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $P(A) = 0,85$

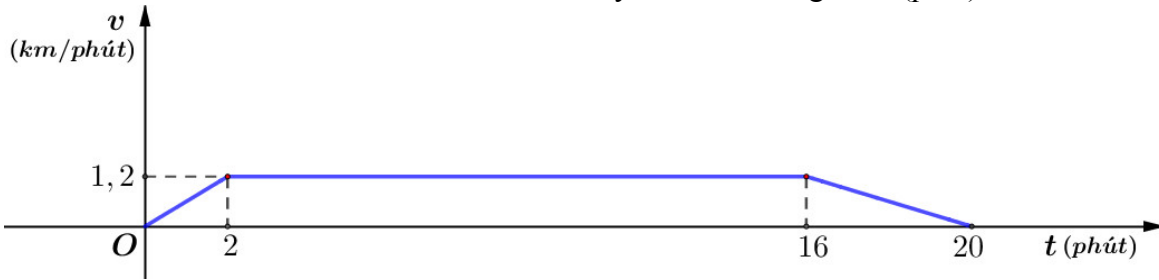
b) $P(B|A) = 0,99$

c) $P(B) = 0,9855$

d) $P(A|B) = 0,95$

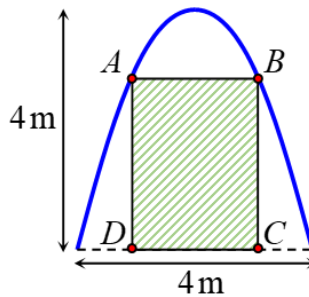
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tốc độ v (km/phút) của một ca nô cao tốc thay đổi theo thời gian t (phút) như đồ thị ở hình vẽ sau

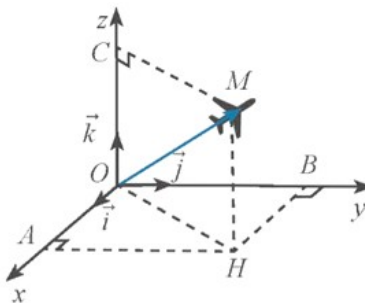


Tính tốc độ trung bình của ca nô trong khoảng thời gian 20 phút đầu tiên.

Câu 2: Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Hỏi diện tích phần trang trí hoa văn bé nhất là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)?



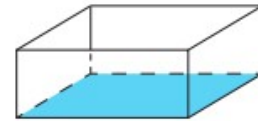
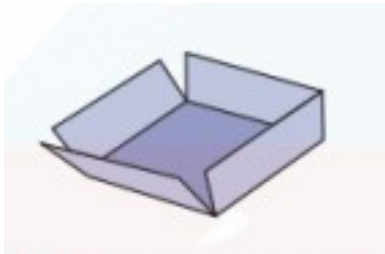
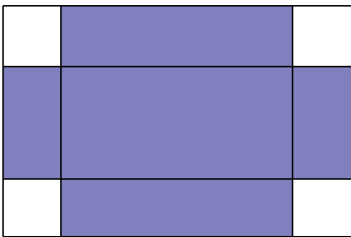
Câu 3: Ở một sân bay, vị trí của một máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ như hình vẽ.



Gọi điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M xuống mặt phẳng (Oxy) . Biết $OM = 60$, $\angle(OH, OM) = 45^\circ$ và $M(a; b; c)$. Giá trị của $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

Câu 4: Có 10 học sinh làm bài kiểm tra Xác suất – Thống kê, trong đó có 2 học sinh giỏi (trả lời được 100% các câu hỏi), 3 học sinh khá (trả lời được 80% các câu hỏi), 5 học sinh trung bình (trả lời được 50% các câu hỏi). Bài kiểm tra có 4 câu hỏi được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu hỏi. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một bài làm của học sinh để chấm điểm. Xác suất bài làm đó trả lời được cả 4 câu hỏi là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 5: Trong một trò chơi, mỗi đội chơi được phát một tấm bìa hình chữ nhật kích thước 21 cm, 29,5 cm. Nhiệm vụ của mỗi đội là cắt ở bốn góc của tấm bìa này bốn hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm bìa lại và dán keo để được một cái hộp không nắp có dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ.



Đội nào thiết kế được chiếc hộp có thể tích lớn nhất sẽ dành chiến thắng. Hãy xác định cạnh của hình vuông bị cắt để thu được hộp có thể tích lớn nhất. (Coi mép dán không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6: Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày phát hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t$, $t \in \mathbb{N}$, $t \leq 30$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Trong 30 ngày đầu tiên, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200?

ĐÁP ÁN MINH HOẠ

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	A	A	B	B	D	D	D	D	A	C	D

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ☉ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ☉ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ☉ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ☉ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) S	a) S	a) S	a) Đ
b) S	b) S	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) S	c) S	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1,02	4,51	3600	0,33	4,03	9

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(0; 4)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(2; +\infty)$ **D. $(0; 2)$**

Giải

Chọn D

Câu 2: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ là
A. $y = x - 3$ B. $y = x + 1$. C. $y = -3x + 1$. D. $x = -3y + 1$.

Giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Phương trình đường tiệm cận xiên có dạng: $y = ax + b$.

Trong đó,
$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + x} = 1;$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x + 3}{x + 1} = -3$$

Ta cũng có
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = -3.$$

Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 3$.

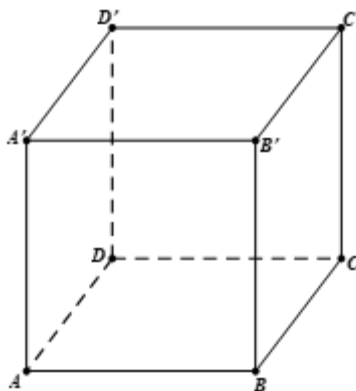
Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A.** $\sin x + 3x^2 + C$ **B.** $-\sin x + 3x^2 + C$ **C.** $\sin x + 6x^2 + C$ **D.** $-\sin x + C$

Lời giải

Ta có
$$\int f(x) dx = \int (\cos x + 6x) dx = \sin x + 3x^2 + C$$

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$



- A.** 1. **B.** -1 **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Ta có:
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 1 \cdot 1 \cdot \cos 180^\circ = -1.$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$. Mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

- A.** $2x + y + z - 7 = 0$ **B.** $2x - y + z - 3 = 0$ **C.** $x - 2y + z = 0$ **D.** $2x - y + z - 7 = 0$

Lời giải

Đường thẳng d có một vec tơ chỉ phương là $u = (2; -1; 1)$.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên nhận vec tơ $u = (2; -1; 1)$ làm vec tơ pháp tuyến, do đó (P) có phương trình là:

$$2(x-1) - 1(y-2) + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + z - 3 = 0$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x - 2y + 2z + 3 = 0$ là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$ B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$ **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$

Lời giải

$$R = \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 2$$

Mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng đã cho có bán kính

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$

Câu 7: Cho hai biến cố A và B , với $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,8$, $P(A \cap B) = 0,4$. Tính $P(A|B)$

- A. $P(A|B) = 0,4$ B. $P(A|B) = 0,8$ C. $P(A|B) = \frac{1}{5}$ **D.** $P(A|B) = \frac{1}{2}$

Lời giải

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2}$$

Ta có:

Câu 8:

Cho bảng số liệu khảo sát về tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của một loại bóng đèn:

Tuổi thọ	$[3; 5)$	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$
Số bóng đèn	11	20	29	40	30

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

- A. $\Delta_Q = \frac{87}{8}$ B. $\Delta_Q = \frac{206}{29}$ C. $\Delta_Q = \frac{4171}{232}$ **D.** $\Delta_Q = \frac{875}{232}$

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 130$.

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{130} là mẫu số liệu tuổi thọ của các bóng đèn được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, \dots, x_{11} \in [3; 5)$; $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{31} \in [5; 7)$; $x_{32}, x_{33}, \dots, x_{60} \in [7; 9)$; $x_{61}, x_{62}, \dots, x_{100} \in [9; 11)$; $x_{101}, x_{102}, \dots, x_{130} \in [11; 13)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{33} \in [7; 9)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{130}{4} - (11 + 20)}{29} \cdot (9 - 7) = \frac{206}{29}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{98} \in [9; 11)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 9 + \frac{\frac{130.3}{4} - (11+20+29)}{40} \cdot (11-9) = \frac{87}{8}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{87}{8} - \frac{206}{29} = \frac{875}{232}$$

Câu 9: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 3,41.

B. 11,62.

C. 0,017.

D. 0,36.

Lời giải

Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,39$$

Phương sai:

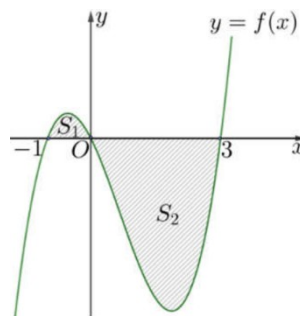
$$S^2 = \frac{3 \cdot 2,85^2 + 6 \cdot 3,15^2 + 5 \cdot 3,45^2 + 4 \cdot 3,75^2 + 2 \cdot 4,05^2}{20} - 3,39^2 = 0,1314$$

Độ lệch chuẩn:

$$\sigma = \sqrt{0,1314} \approx 0,36$$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết các diện tích $S_1 = \frac{7}{12}$ và $S_2 = \frac{45}{4}$. Tính tích phân

$$I = \int_1^3 f(x) dx$$



A. $I = -\frac{32}{3}$

B. $I = \frac{71}{6}$

C. $I = -\frac{71}{6}$

D. $I = \frac{32}{3}$

Lời giải

Ta có
$$I = \int_1^3 f(x) dx = \int_1^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx = S_1 - S_2 = \frac{7}{12} - \frac{45}{4} = -\frac{32}{3}$$

- Câu 11:** Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng là $N(t)$ con. Biết rằng $N'(t) = \frac{4000}{1+0,5t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 250000 con. Hỏi sau 10 ngày số lượng vi trùng gần với số nào sau đây nhất.
- A. 251000 con. B. 261000 con. **C. 264334 con.** D. 274334 con.

Lời giải

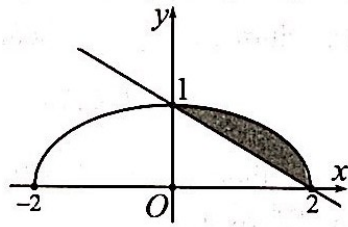
$$N(t) = \int N'(t) dt = \int \frac{4000}{1+0,5t} dt = 8000 \cdot \ln|1+0,5t| + C$$

Lúc đầu có 250000 con, suy ra $N(0) = 250000 \Rightarrow C = 250000$

$$N(t) = 8000 \cdot \ln|1+0,5t| + 250000 \Rightarrow N(10) \approx 264334,0758$$

Vậy

- Câu 12:** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 1$ và nửa đường elip có phương trình $y = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) (phần tô đậm trong hình vẽ).



Diện tích của (H) bằng:

- A. $\frac{\pi-1}{4}$ B. $\frac{\pi-2}{4}$ C. $\frac{\pi+1}{2}$ **D. $\frac{\pi-2}{2}$**

Lời giải

Diện tích (H) là:
$$S = \int_0^2 \left(\frac{1}{2}\sqrt{4-x^2} - \left(-\frac{1}{2}x+1\right) \right) dx = \frac{\pi-2}{2}$$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai

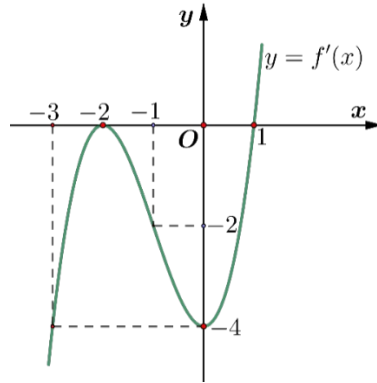
Câu 1:

- a) Sai: Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_1 = (1; -2; 0)$. Ta thấy n không cùng phương với \vec{n}_1 nên n không là vector pháp tuyến của (P) .
- b) Sai: Do $1 - 2(-1) + 3 = 6 \neq 0$ nên $A(1; -1; 0)$ không thuộc mặt phẳng (P) .

c) Đúng: Ta có
$$d(B, (P)) = \frac{|2 - 2 \cdot 1 + 3|}{\sqrt{1 + (-2)^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

d) Đúng: Ta có (Q) chứa C, D nên $\vec{CD} = (-3; 0; 1)$ là một vector chỉ phương của (Q) . Lại có (Q) vuông góc với (P) nên $\vec{n}_1 = (1; -2; 0)$ là một vector chỉ phương của (Q) . Khi đó $[\vec{CD}; \vec{n}_1] = (2; 1; 6)$ là một vector pháp tuyến của (Q) . Vậy $(Q): 2x + y + 6z - 3 = 0$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Xét tính đúng hoặc sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) $f'(2) = 4$.

d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2})$.

Lời giải

a) Sai. Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) \geq 0$ với $\forall x \geq 1$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

b) Sai. Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu một lần qua $x = 1$ nên hàm số có một điểm cực trị.

c) Sai. Vì:

Từ đồ thị ta có hàm số $f'(x)$ có dạng: $f'(x) = a(x+2)^2(x-1)$.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua $(0; -4)$ nên: $-4 = a(0+2)^2(0-1) \Leftrightarrow a = 1$.

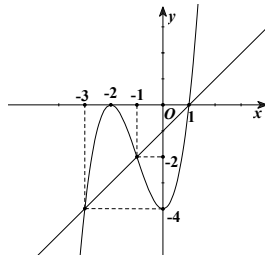
Vậy $f'(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f'(2) = (2+2)^2(2-1) = 16$.

d) Đúng. Vì:

$$g'(x) = f'(x) - x + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1$$

Ta có:

Vẽ đường thẳng $y = x - 1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$.



$$f'(x) = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Khi đó:

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$			$g(-1)$			$g(1)$	$+\infty$

Ta có hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ nên $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 3:

a) Ta có $s(t) = \int (-5t + 15) dt = -\frac{5t^2}{2} + 15t + C$

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Vậy $s(t) = -\frac{5t^2}{2} + 15t$

Mệnh đề sai.

b) Ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow -5t + 15 = 0 \Leftrightarrow t = 3$.

Mệnh đề đúng.

c) Quãng đường ô tô di chuyển được từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là:

$$s(3) = \frac{-5 \cdot 9}{2} + 15 \cdot 3 = 22,5(m)$$

Mệnh đề sai.

d) Do trước khi đạp phanh tài xế còn phản ứng một giây nên kể từ lúc phát hiện chướng ngại đến khi

dừng hẳn ô tô đi được quãng đường là: $16 + 22,5 = 38,5(m)$. Do đó ô tô không va chạm với chướng ngại vật.

Mệnh đề đúng.

Câu 4:

a) **Đúng**

Ta có: $P(A) = 0,85$

b) **Đúng**

Ta có: $P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,01 = 0,99$

c) **Đúng**

Ta có: $P(\bar{A}) = 0,15$

$P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,04 = 0,96$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,85.0,99 + 0,15.0,96 = 0,9855$$

d) **Sai**

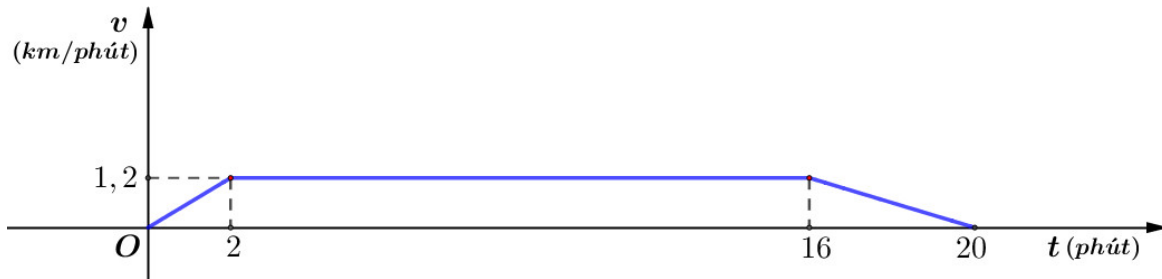
$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,85.0,99}{0,9855} \approx 0,854$$

Theo công thức Bayes, ta có:

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Câu 1: Tốc độ v (km/phút) của một ca nô cao tốc thay đổi theo thời gian t (phút) như đồ thị ở hình vẽ sau



Tính tốc độ trung bình của ca nô trong khoảng thời gian 20 phút đầu tiên.

Lời giải

Từ đồ thị, ta có tốc độ của ca nô được tính theo công thức

$$v(t) = \begin{cases} 0,6t & \text{khi } 0 \leq t < 2 \\ 1,2 & \text{khi } 2 \leq t < 16 \\ 6 - 0,3t & \text{khi } 16 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

Quãng đường ca nô di chuyển được trong 20 phút đầu tiên là

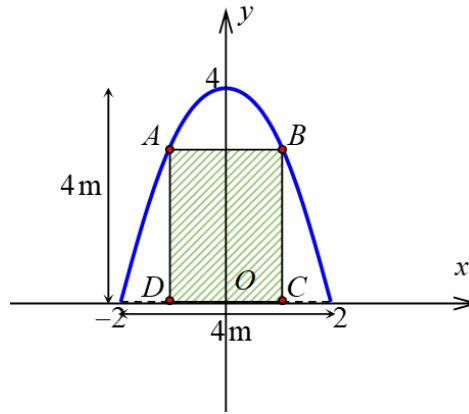
$$s = \int_0^2 0,6t dt + \int_2^{16} 1,2 dt + \int_{16}^{20} (6 - 0,3t) dt = \frac{6}{5} + \frac{84}{5} + \frac{12}{5} = \frac{102}{5} \text{ (km)}$$

Tốc độ trung bình của ca nô trong 20 phút đầu tiên là $v_b = \frac{s}{20} = \frac{102}{100} = 1,02$ (km/phút).

Đáp số: 1,02

Câu 2:

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó phương trình đường parabol có dạng: $y = ax^2 + b$.



Parabol cắt trục tung tại điểm $(0; 4)$ và cắt trục hoành tại $(2; 0)$ nên:

$$\begin{cases} b = 4 \\ a \cdot 2^2 + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}$$

Do đó, phương trình parabol là $y = -x^2 + 4$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường parabol và trục hoành là:

$$S_1 = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}$$

Gọi $C(t; 0) \Rightarrow B(t; 4 - t^2)$ với $0 < t < 2$.

Ta có $CD = 2t$ và $BC = 4 - t^2$. Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là

$$S_2 = CD \cdot BC = 2t \cdot (4 - t^2) = -2t^3 + 8t$$

Diện tích phần trang trí hoa văn là:

$$S = S_1 - S_2 = \frac{32}{3} - (-2t^3 + 8t) = 2t^3 - 8t + \frac{32}{3}$$

Xét hàm số $f(t) = 2t^3 - 8t + \frac{32}{3}$ với $0 < t < 2$.

$$\text{Ta có } f'(t) = 6t^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{2}{\sqrt{3}} \in (0; 2) \\ t = -\frac{2}{\sqrt{3}} \notin (0; 2) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

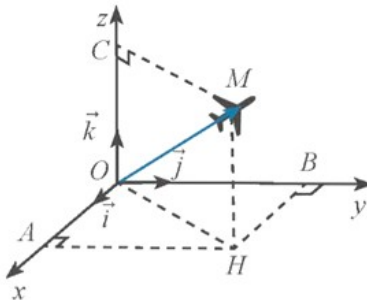
x	0	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$			$\frac{96 - 32\sqrt{3}}{9}$	

$$\frac{96 - 32\sqrt{3}}{9} \text{ m}^2 \approx 4,51 \text{ m}^2$$

Như vậy, diện tích phần trang trí nhỏ nhất là bằng

Đáp số: 4,51

Câu 3: Ở một sân bay, vị trí của một máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ như hình vẽ.



Gọi điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M xuống mặt phẳng (Oxy) . Biết $OM = 60$, $(\vec{i}, \vec{OH}) = 60^\circ$, $(\vec{OH}, \vec{OM}) = 45^\circ$ và $M(a; b; c)$. Giá trị của $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

A. 3006. B. 3600. C. 3060. D. 6300.

Lời giải

Ta có $(\vec{i}, \vec{OH}) = 60^\circ \Rightarrow \angle AOH = 60^\circ$, $(\vec{OH}, \vec{OM}) = 45^\circ \Rightarrow \angle MOH = 45^\circ$

Tam giác MOH vuông tại H có $\angle MOH = 45^\circ$ nên ΔMOH vuông cân tại H

$$\Rightarrow OH = MH = \frac{OM}{\sqrt{2}} = \frac{60}{\sqrt{2}} = 30\sqrt{2}$$

$$OC = MH \Rightarrow OC = 30\sqrt{2}$$

Tam giác OAH vuông tại A có $OA = OH \cdot \cos \angle AOH = 30\sqrt{2} \cdot \cos 60^\circ = 15\sqrt{2}$

Ta lại có $OB = AH = OH \cdot \sin \angle AOH = 30\sqrt{2} \cdot \sin 60^\circ = 15\sqrt{6}$

Từ đó ta có $M(15\sqrt{2}; 15\sqrt{6}; 30\sqrt{2}) \Rightarrow a = 15\sqrt{2}, b = 15\sqrt{6}, c = 30\sqrt{2} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 3600$

Đáp số: 3600

Câu 4:

Gọi A là biến cố chọn được bài làm trả lời được cả 4 câu hỏi.

Gọi B_1, B_2, B_3 lần lượt là biến cố chọn được bài làm của học sinh giỏi, khá, trung bình.

Khi đó: $P(B_1) = \frac{2}{10}, P(B_2) = \frac{3}{10}, P(B_3) = \frac{5}{10}$

Học sinh giỏi trả lời được 100% các câu hỏi, nghĩa là trả lời được 20 câu, suy ra $P(A | B_1) = \frac{C_{20}^4}{C_{20}^4}$

Học sinh khá trả lời được 80% các câu hỏi, nghĩa là trả lời được 16 câu, suy ra $P(A | B_2) = \frac{C_{16}^4}{C_{20}^4}$

Học sinh trung bình trả lời được 50% các câu hỏi, nghĩa là trả lời được 10 câu, suy ra $P(A | B_3) = \frac{C_{10}^4}{C_{20}^4}$

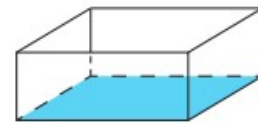
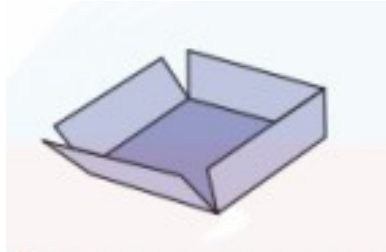
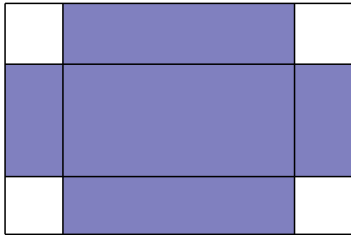
Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B_1) \cdot P(A | B_1) + P(B_2) \cdot P(A | B_2) + P(B_3) \cdot P(A | B_3)$$

$$= \frac{2}{10} \cdot \frac{C_{20}^4}{C_{20}^4} + \frac{3}{10} \cdot \frac{C_{16}^4}{C_{20}^4} + \frac{5}{10} \cdot \frac{C_{10}^4}{C_{20}^4} = \frac{108}{323} \approx 0,33436$$

Đáp số: 0,33

Câu 5: Trong một trò chơi, mỗi đội chơi được phát một tấm bìa hình chữ nhật kích thước 21 cm, 29,5 cm. Nhiệm vụ của mỗi đội là cắt ở bốn góc của tấm bìa này bốn hình vuông bằng nhau, rồi gấp tấm bìa lại và dán keo để được một cái hộp không nắp có dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ.



Đội nào thiết kế được chiếc hộp có thể tích lớn nhất sẽ dành chiến thắng. Hãy xác định cạnh của hình vuông bị cắt để thu được hộp có thể tích lớn nhất. (Coi mép dán không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 4,03 cm

Gọi cạnh của hình vuông bị cắt ở bốn góc là: x .

Điều kiện: $0 < 2x < 21 \Leftrightarrow 0 < x < 10,5$, đơn vị cm .

Ta có kích thước của khối hộp chữ nhật là: $x, 21 - 2x; 29,5 - 2x$.

Thể tích của khối hộp là: $V = (21 - 2x) \cdot (29,5 - 2x) \cdot x = 619,5x - 101x^2 + 4x^3 = f(x)$

Thể tích khối hộp lớn nhất khi hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

$$f'(x) = 12x^2 - 202x + 619,5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 \approx 12,80 \\ x_1 \approx 4,03 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	10,5	x_2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$+\infty$	

Suy ra $\max_{(0;10,5)} f(x) = f(x_1)$

Vậy cạnh của hình vuông xấp xỉ 4,03 cm.

Câu 6:

Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày phát hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t$, $t \in \mathbb{N}$, $t \leq 30$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Trong 30 ngày đầu tiên, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200?

Lời giải

Đáp số: 9

Ta có $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t \Rightarrow f'(t) = -3t^2 + 90t + 600$

Tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200 nên

$$f'(t) > 1200 \Leftrightarrow -3t^2 + 90t + 600 > 1200 \Leftrightarrow -3t^2 + 90t - 600 > 0 \Leftrightarrow 10 < t < 20$$

Vậy có 9 ngày tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200.