

**Câu 1.** (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(-1; 2; 3)$ ,  $B(6; -5; 8)$  và  $\vec{OM} = a\vec{i} + b\vec{j}$  trong đó  $a, b$  là các số thực luôn thay đổi. Nếu  $|\vec{MA} - 2\vec{MB}|$  đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị  $a - b$  bằng?

Trả lời: .....

**Câu 2.** (Sở Hà Nội 2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 1)$ ;  $B(2; -1; 3)$  và điểm  $M(a; b; 0)$  sao cho  $MA^2 + MB^2$  nhỏ nhất. Giá trị của  $a + b$  là?

Trả lời: .....

**Câu 3.** (THPT Nghĩa Hưng Nđ- 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(2; 1; 3)$ ,  $B(1; -1; 2)$ ,  $C(3; -6; 1)$ . Điểm  $M(x; y; z)$  thuộc mặt phẳng  $(Oyz)$  sao cho  $MA^2 + MB^2 + MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức  $P = x + y + z$ .

Trả lời: .....

**Câu 4.** (Lê Quý Đôn - Hải Phòng - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho  $A(3; 2; 1)$ ,  $B(-2; 3; 6)$ . Điểm  $M(x_M; y_M; z_M)$  thay đổi thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$ . Tìm giá trị của biểu thức  $T = x_M + y_M + z_M$  khi  $|\vec{MA} + 3\vec{MB}|$  nhỏ nhất.

Trả lời: .....

**Câu 5.** (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$  và hai điểm  $A(4; 3; 1)$ ,  $B(3; 1; 3)$ ;  $M$  là điểm thay đổi trên  $(S)$ . Gọi  $m, n$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = 2MA^2 - MB^2$ . Xác định  $(m - n)$ .

Trả lời: .....

**Câu 6.** (Chuyên Vĩnh Phúc - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có phương trình là  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 6z + 7 = 0$ . Cho ba điểm  $A, M, B$  nằm trên mặt cầu  $(S)$  sao cho  $\angle AMB = 90^\circ$ . Diện tích tam giác  $AMB$  có giá trị lớn nhất bằng?

Trả lời: .....

**Câu 7.** (Phan Đình Phùng - Hà Tĩnh - 2018) Cho  $a, b, c, d, e, f$  là các số thực thỏa mãn  $\begin{cases} (d-1)^2 + (e-2)^2 + (f-3)^2 = 1 \\ (a+3)^2 + (b-2)^2 + c^2 = 9 \end{cases}$ . Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $F = \sqrt{(a-d)^2 + (b-e)^2 + (c-f)^2}$  lần lượt là  $M, m$ . Khi đó,  $M - m$  bằng?

Trả lời: .....

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(-2; 3; 4)$  và  $C(-2; 5; 1)$ . Điểm  $M(a; b; 0)$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho  $MA^2 + MB^2 + MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng  $T = a^2 + b^2$  bằng?

Trả lời: .....

**Câu 9.** (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương 2019) Trong không gian  $Oxyz$  cho  $A(1; -1; 2)$ ,  $B(-2; 0; 3)$ ,  $C(0; 1; -2)$ . Gọi  $M(a; b; c)$  là điểm thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho biểu thức  $S = \vec{MA} \cdot \vec{MB} + 2\vec{MB} \cdot \vec{MC} + 3\vec{MC} \cdot \vec{MA}$  đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó  $T = 12a + 12b + c$  có giá trị là

Trả lời: .....

**Câu 10.** (THPT Ngô Quyền - Ba Vì - Hải Phòng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , gọi điểm  $M(a;b;c)$  (với  $a, b, c$  là các phân số tối giản) thuộc mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z - 7 = 0$  sao cho biểu thức  $T = 2a + 3b + 6c$  đạt giá trị lớn nhất. Khi đó giá trị biểu thức  $P = 2a - b + c$  bằng?

Trả lời: .....

**Câu 11.** (THPT Ngô Quyền - Ba Vì - Hải Phòng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , Cho điểm  $A(2t; 2t; 0)$ ,  $B(0; 0; t)$  (với  $t > 0$ ). Điểm  $P$  di động thỏa mãn  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 3$ . Biết rằng có giá trị  $t = \frac{a}{b}$  với  $a, b$  nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  tối giản sao cho  $OP$  đạt giá trị lớn nhất bằng 3. Khi đó giá trị của  $Q = 2a + b$  bằng?

Trả lời: .....

**Câu 12.** (HSG Nam Định-2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(4; 1; 5)$ ,  $B(3; 0; 1)$ ,  $C(-1; 2; 0)$  và điểm  $M(a; b; c)$  thỏa mãn  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} - 5\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$  lớn nhất. Tính  $P = a - 2b + 4c$ .

Trả lời: .....

**Câu 13.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -2; 4)$ ,  $B(-3; 3; -1)$  và mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 3$ . Xét điểm  $M$  thay đổi thuộc mặt cầu  $(S)$ , giá trị nhỏ nhất của  $2MA^2 + 3MB^2$  bằng?

Trả lời: .....

**Câu 14.** (Kim Liên - Hà Nội 2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + \frac{9}{2} = 0$  và hai điểm  $A(0; 2; 0)$ ,  $B(2; -6; -2)$ . Điểm  $M(a; b; c)$  thuộc  $(S)$  thỏa mãn  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$  có giá trị nhỏ nhất. Tổng  $a + b + c$  bằng

Trả lời: .....

**Câu 15.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(0; -1; 3)$ ,  $B(-2; -8; -4)$ ,  $C(2; -1; 1)$  và mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$ . Gọi  $M(x_M; y_M; z_M)$  là điểm trên  $(S)$  sao cho biểu thức  $|\overrightarrow{3MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính  $P = x_M + y_M$ .

Trả lời: .....

**Câu 16.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $A, B$  thay đổi trên mặt cầu  $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25$  thỏa mãn  $AB = 6$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $OA^2 - OB^2$  là?

Trả lời: .....

**Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 4; 5)$ ,  $B(3; 4; 0)$ ,  $C(2; -1; 0)$ . Gọi  $M(a; b; c)$  là điểm sao cho  $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng  $a + b + c$  có giá trị bằng

Trả lời: .....

**Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4 = 0$  và hai điểm  $A(4; 2; 4)$ ,  $B(1; 4; 2)$ .  $MN$  là dây cung của mặt cầu thỏa mãn  $\overrightarrow{MN}$  cùng hướng với  $u = (0; 1; 1)$  và  $MN = 4\sqrt{2}$ . Tính giá trị lớn nhất của  $|AM - BN|$ .

Trả lời: .....

**Câu 19.** (Cụm Trường Nghệ An - 2022) Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(0; 0; 3)$  và  $B(2; -3; -5)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu

$(S_1): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$  và  $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14 = 0$ . Gọi  $M, N$  là hai điểm thuộc  $(P)$  sao cho  $MN = 1$ . Biết giá trị nhỏ nhất của  $AM + BN$  có dạng  $\sqrt{a - b\sqrt{c}}$  ( $a, b, c \in \mathbb{N}$  và  $c$  là số nguyên tố). Tính  $a + b + c$

Trả lời: .....

**Câu 20. (THPT Phù Cừ - Hưng Yên - 2022)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(2; -1; 3)$  bán kính  $R = 4$  và mặt cầu  $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6z - 2 = 0$ . Biết mặt phẳng  $(P)$  là giao của hai mặt cầu  $(S)$  và  $(S_1)$ . Gọi  $M, N$  là hai điểm thay đổi thuộc mặt phẳng  $(P)$  sao cho  $MN = \sqrt{2}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $AM + BN$  bằng  $\sqrt{a - b\sqrt{2}}$ , với  $a, b \in \mathbb{R}$  và  $A(0; 5; 0), B(3; -2; -4)$ . Tính giá trị gần đúng của  $\frac{b}{a}$  (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: .....

**Câu 21. (Sở Hà Tĩnh 2022)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt cầu  $(S_1): x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16; (S_2): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$  và điểm  $A\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; -\frac{14}{3}\right)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu  $(S_1), (S_2)$  và  $I$  là tâm của  $(S_1)$ . Xét điểm  $M(a; b; c)$  di động trên  $(P)$  sao cho  $IM$  tiếp xúc với mặt cầu  $(S_2)$ , khi  $AM$  ngắn nhất thì  $a + b + c$  bằng?

Trả lời: .....

**Câu 22. (Chuyên Nguyễn Trãi – Hải Dương – 2022)** Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$  và hai điểm  $A(3; 0; 0); B(-1; 1; 0)$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc mặt cầu  $(S)$ . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $MA + 3MB$ .

Trả lời: .....

**Câu 23. (THPT Đô Lương – Nghệ An – 2022)** Trong không gian  $Oxyz$  cho đường tròn  $(C)$  là giao tuyến của mặt phẳng tọa độ  $(xOy)$  với mặt cầu  $(S): (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z+3)^2 = 41$ . Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua các điểm  $A(0; 0; 12), B(0; 4; 8)$ . Với  $M, N$  là các điểm thay đổi thứ tự trên  $(C)$  và  $d$ . Tính giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn  $MN$  (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Trả lời: .....

**Câu 24. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa 2022)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$  và điểm  $H(3; 0; 3)$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua điểm  $H$  và cắt mặt cầu theo dây cung  $BC = \frac{4\sqrt{3}}{3}$  không đổi. Khi khoảng cách từ  $O$  đến  $\Delta$  lớn nhất thì  $\Delta$  đi qua điểm  $N(-20; m; n)$ . Tính  $m + n = ?$

Trả lời: .....

**Câu 25. (Chuyên Lê Quý Đôn – Đà Nẵng 2022)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt cầu  $(S_1): (x-6)^2 + (y-7)^2 + (z-8)^2 = 9$  và  $(S_2): (x-6)^2 + (y-7)^2 + (z-8)^2 = 1$ . Có bao nhiêu điểm  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$ , với tọa độ là số nguyên, mà từ  $M$  kẻ được đến  $(S_1)$  ba tiếp tuyến  $MX, MY, MZ$  (với  $X, Y, Z$  là các tiếp điểm và đôi một khác nhau) sao cho mặt phẳng  $(XYZ)$  tiếp xúc với  $(S_2)$ ?

Trả lời: .....

**Câu 26.** (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng 2022) Trong mặt phẳng  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1;2;1)$ ,  $B(2;0;1)$ ,  $C(3;-1;2)$  và mặt cầu  $(S)$  có phương trình  $x^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 3$ . Gọi  $M(x;y;z)$  là điểm trên mặt cầu  $(S)$  sao cho biểu thức  $3MA^2 - MB^2 - MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị  $P = x + y + 2z$  là?

Trả lời: .....

**Câu 27.** (Sở KonTum 2022) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3;1;-3)$ ,  $B(0;-2;3)$  và mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1$ . Xét điểm  $M$  thay đổi thuộc mặt cầu  $(S)$ , giá trị lớn nhất của  $MA^2 + 2MB^2$  bằng?

Trả lời: .....

**Câu 28.** (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3;-2;6)$ ,  $B(0;1;0)$  và mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ . Mặt phẳng  $(P): ax + by + cz - 2 = 0$  đi qua  $A, B$  và cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính  $T = a + b + c$

Trả lời: .....

**Câu 29.** (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1;1;1)$  cắt các tia  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt tại  $A(a;0;0)$ ,  $B(0;b;0)$ ,  $C(0;0;c)$  sao cho thể tích khối tứ diện  $OABC$  nhỏ nhất. Khi đó  $a + 2b + 3c$  bằng?

Trả lời: .....

**Câu 30.** (Bỉm Sơn - Thanh Hóa - 2019) Trong không gian  $Oxyz$  cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua 2 điểm  $A(0;0;-4)$ ,  $B(2;0;0)$  và cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn  $(C)$  sao cho khối nón có đỉnh là tâm của  $(S)$  là hình tròn  $(C)$  có thể tích lớn nhất. Biết mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình dạng  $ax + by - z + c = 0$ , khi đó  $a - b + c$  bằng?

Trả lời: .....

**Câu 31.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}; \frac{7-\sqrt{3}}{2}; 3\right)$ ,  $B\left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}; \frac{7+\sqrt{3}}{2}; 3\right)$  và mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 6$ . Xét mặt phẳng  $(P): ax + by + cz + d = 0$ ,  $(a, b, c, d \in \mathbb{Z}; d < -5)$  là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm  $A, B$ . Gọi  $(N)$  là hình nón có đỉnh là tâm của mặt cầu  $(S)$  và đường tròn đáy là đường tròn giao tuyến của  $(P)$  và  $(S)$ . Tính giá trị của  $T = |a + b + c + d|$  khi thiết diện qua trục của hình nón  $(N)$  có diện tích lớn nhất.

Trả lời: .....

**Câu 32.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;4)$ ,  $B(0;0;1)$  và mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ . Mặt phẳng  $(P): ax + by + cz - 4 = 0$  đi qua  $A, B$  và cắt  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính  $T = a + b + c$ ?

Trả lời: .....

**Câu 33.** (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - y + 2 = 0$  và hai điểm  $A(1;2;3)$ ,  $B(1;0;1)$ . Điểm  $C(a;b;-2) \in (P)$  sao cho tam giác  $ABC$  có diện tích nhỏ nhất. Tính  $a + b$

Trả lời: .....

**Câu 34.** (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Trong không gian cho hai điểm  $I(2;3;3)$  và  $J(4;-1;1)$ . Xét khối trụ  $(T)$  có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính  $IJ$  và có hai tâm nằm trên đường thẳng  $IJ$ . Khi có thể tích  $(T)$  lớn nhất thì hai mặt phẳng chứa hai đường tròn đáy của  $(T)$  có phương trình dạng  $x+by+cz+d_1=0$  và  $x+by+cz+d_2=0$ . Giá trị của  $d_1^2+d_2^2$  bằng?

Trả lời: .....

**Câu 35.** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$  với  $a \geq 4, b \geq 5, c \geq 6$  và mặt cầu  $(S)$  có bán kính bằng  $\frac{3\sqrt{10}}{2}$  ngoại tiếp tứ diện  $O.ABC$ . Khi tổng  $OA+OB+OC$  đạt giá trị nhỏ nhất thì mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua tâm  $I$  của mặt cầu  $(S)$  và song song với mặt phẳng  $(OAB)$  có dạng  $mx+ny+pz+q=0$  (với  $m,n,p,q \in \mathbb{Z}; \frac{q}{p}$  là phân số tối giản). Giá trị  $T=m+n+p+q$  bằng?

Trả lời: .....

**Câu 36.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $C(-1;2;1), H(-1;2;-1)$ , hình nón  $(N)$  có đường cao  $CH=h$  và bán kính đáy là  $R=3\sqrt{2}$ . Gọi  $M$  là điểm trên đoạn  $CH$ ,  $(C)$  là thiết diện của mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với trục  $CH$  tại  $M$  của hình nón  $(N)$ . Gọi  $(N')$  là khối nón có đỉnh  $H$  đáy là  $(C)$ . Khi thể tích khối nón  $(N')$  lớn nhất thì mặt cầu ngoại tiếp nón  $(N')$  có tọa độ tâm  $I(a;b;c)$ , bán kính là  $d$ . Giá trị  $a+b+c+d$  bằng?

Trả lời: .....

**Câu 37.** Trong hệ trục  $Oxyz$ , cho hai mặt cầu  $(S_1): (x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=49$  và  $(S_2): (x-10)^2+(y-9)^2+(z-2)^2=400$  và mặt phẳng  $(P): 4x-3y+mz+22=0$ . Có bao nhiêu số nguyên  $m$  để mp  $(P)$  cắt hai mặt cầu  $(S_1), (S_2)$  theo giao tuyến là hai đường tròn không có tiếp tuyến chung?

Trả lời: .....

**Câu 38.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2;1;1)$  và  $B(2;1;1)$ . Xét khối nón  $(N)$  có đỉnh  $A$  đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính  $AB$ . Khi  $(N)$  có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng  $(P)$  chứa đường tròn đáy của  $(N)$  cách điểm  $E(1;1;1)$  một khoảng là bao nhiêu?

Trả lời: .....

**Câu 39.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;3;-1); B(1;3;-2)$  và mặt cầu  $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z+3=0$ . Xét khối nón  $(N)$  có đỉnh là tâm  $I$  của mặt cầu và đường tròn đáy nằm trên mặt cầu  $(S)$ . Khi  $(N)$  có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của  $(N)$  và đi qua hai điểm  $A, B$  có phương trình dạng  $2x+by+cz+d=0$  và  $y+mz+e=0$ . Giá trị của  $b+c+d+e$  bằng?

Trả lời: .....

**Câu 40.** (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2021) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  đường kính  $AB$ , với điểm  $A(2;1;3)$  và  $B(6;5;5)$ . Xét khối trụ  $(T)$  có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu  $(S)$  và có trục nằm trên đường thẳng  $AB$ . Khi  $(T)$  có thể tích lớn nhất thì hai mặt



phẳng lần lượt chứa hai đáy của  $(T)$  có phương trình dạng  $2x + by + cz + d_1 = 0$  và  $2x + by + cz + d_2 = 0$  ( $d_1 < d_2$ ). Có bao nhiêu số nguyên thuộc khoảng  $(d_1; d_2)$ ?

Trả lời: .....

**Câu 41. (Chuyên Thái Bình - 2021)** Trong không gian tọa độ  $Oxy$ , Cho hai điểm  $A(2;1;3), B(6;5;5)$ . Xét khối nón  $(N)$  ngoại tiếp mặt cầu đường kính  $AB$  có  $B$  là tâm đường tròn đáy khối nón. Gọi  $S$  là đỉnh khối nón  $(N)$ . Khi thể tích của khối nón  $(N)$  nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh  $S$  và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy của  $(N)$  có phương trình  $2x + by + cz + d = 0$ . Tính  $T = b + c + d$ .

Trả lời: .....

**Câu 42. (Chuyên Vinh – 2022)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z + 16 = 0$  và mặt cầu  $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 21$ . Một khối hộp chữ nhật  $(H)$  có bốn đỉnh nằm trên mặt phẳng  $(P)$  và bốn đỉnh còn lại nằm trên mặt cầu  $(S)$ . Khi  $(H)$  có thể tích lớn nhất, thì mặt phẳng chứa bốn đỉnh của  $(H)$  nằm trên mặt cầu  $(S)$  là  $(Q): 2x + by + cz + d = 0$ . Giá trị  $b + c + d$  bằng

Trả lời: .....

**Câu 43. (THPT Hồ Nghinh – Quảng Nam – 2022)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba mặt phẳng  $(P): x + y + z + 5 = 0$ ,  $(Q): x + y + z + 1 = 0$  và  $(R): x + y + z + 2 = 0$ . Ứng với mỗi cặp điểm  $A, B$  lần lượt thuộc hai mặt phẳng  $(P), (Q)$  thì mặt cầu đường kính  $AB$  luôn cắt mặt phẳng  $(R)$  theo một đường tròn. Tìm bán kính nhỏ nhất của đường tròn đó.

Trả lời: .....

**Câu 44. (Sở Hà Tĩnh 2022)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z = 0$  và điểm  $M(0;1;0)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và cắt  $(S)$  theo đường tròn  $(C)$  có chu vi nhỏ nhất. Gọi  $N(x_0; y_0; z_0)$  là điểm thuộc đường tròn  $(C)$  sao cho  $ON = \sqrt{6}$ . Tính  $y_0$ .

Trả lời: .....

**Câu 45. (Cụm trường Nam Định 2022)** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai điểm  $A(-1;2;4), B(-1;-2;2)$  và mặt phẳng  $(P): z - 1 = 0$ . Điểm  $M(a;b;c)$  thuộc mặt phẳng  $(P)$  sao cho tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$  và diện tích tam giác  $MAB$  nhỏ nhất. Tính  $a^3 + b^3 + c^3$ .

Trả lời: .....

**Câu 46. (THPT Đồng Lộc - Hà Tĩnh 2022)** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 2022$ . Hỏi có bao nhiêu điểm  $M(a;b;c)$ ,  $a + b + c > 0$  thuộc mặt cầu  $(S)$  sao cho tiếp diện của  $(S)$  tại  $M$  cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  có thể tích tứ diện  $OABC$  là nhỏ nhất.

Trả lời: .....

**Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1;2;4), B(-1;-2;2)$  và mặt phẳng  $(P): z - 1 = 0$ . Điểm  $M(a;b;c)$  thuộc mặt phẳng  $(P)$  sao cho tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$  và có diện tích tam giác  $MAB$  nhỏ nhất. Tính  $a^3 + b^3 + c^3$ .

Trả lời: .....

**Câu 48. (THPT Đông Hà – Quảng Trị 2023)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $A(-2;-1;2), B(2;-1;4)$ . Và mặt phẳng  $(P): z - 1 = 0$ . Điểm  $M(a;b;c)$  thuộc mặt phẳng  $(P)$  sao cho tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$  và có diện tích lớn nhất. Tính  $T = 2a - 3b + c$ .

Trả lời: .....

**Câu 49. (Sở Hà Nam 2023)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;0), B(3;-1;4)$  và mặt phẳng  $(P): x - y + z + 1 = 0$ . Gọi  $M$  là điểm nằm trên  $(P)$  sao cho  $|MA - MB|$  đạt giá trị lớn nhất. Hoành độ điểm  $M$  là?

**Trả lời:** .....

**Câu 50. (Sở Cần Thơ 2023)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$ , Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua hai điểm  $A(0;0;-4), B(2;0;0)$  và cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn  $(C)$  sao cho khối nón đỉnh là tâm của  $(S)$  và đáy là  $(C)$  có thể tích lớn nhất. Biết phương trình của  $(\alpha)$  có dạng  $ax + by - z + c = 0, (a, b, c \in \mathbb{R})$ . Giá trị của  $a - b + c$  bằng?

**Trả lời:** .....

**Câu 51. (Sở Cà Mau 2023)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 27$ . Gọi mặt phẳng  $(P): ax + by + 2z + c = 0$  đi qua hai điểm  $A(0;0;-2), B(-4;0;0)$  và cắt  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn  $(C)$  sao cho khối nón đỉnh là tâm của  $(S)$  và đáy là  $(C)$  có thể tích lớn nhất. Khi đó  $a^2 + b^2 + c^2$  bằng?

**Trả lời:** .....

**Câu 52. (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng 2023)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1;2;4), B(-1;-2;2)$  và mặt phẳng  $(P): z - 1 = 0$ . Điểm  $M(a;b;c) \in (P)$  sao cho tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$  và diện tích tam giác  $MAB$  nhỏ nhất. Tính  $a^3 + b^3 + c^3$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 53. (Chuyên Vinh 2023)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có  $A(0;0;0), B(3;0;0), D(0;3;0), A'(0;0;3)$ . Mặt cầu  $(S)$  có phương trình dạng  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ , tiếp xúc với hai đường thẳng  $B'D'$  và  $BC'$ . Khi thể tích khối cầu  $(S)$  đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của  $d$  bằng?

**Trả lời:** .....

**Câu 54. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh 2023)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(4;1;2), B(1;4;2), C(1;1;5)$  và đường tròn  $(C)$  là giao tuyến của mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$  và mặt phẳng  $(P): x + y + z - 7 = 0$ . Biết rằng có 3 điểm  $M$  thuộc  $(C)$  sao cho  $MA + MB + MC$  lớn nhất. Tổng các hoành độ của 3 điểm  $M$  này bằng?

**Trả lời:** .....