|  |  |
| --- | --- |
| **UBND TỈNH BẮC NINH**  **SỞ GD&ĐT BẮC NINH**  **ĐỀ THI HSG8 SỐ 63** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**  **NĂM HỌC: 2022-2023**  **TOÁN 8Thời gian làm bài:90 phút** |

**Bài 1: (2,0 điểm)**

Cho ba số ,, khác nhau đôi một và khác , đồng thời thỏa mãn điều kiện . Tính giá trị của biểu thức: .

**Bài 2: (4,0 điểm)**

**1.** Giải phương trình: .

**2.** Cho hai đa thức Gọi ,là các nghiệm của Tính giá trị của .

**Bài 3:(4,0 điểm)**

**1.** Tìm tất cả các số nguyên dương sao cho là ước số của 

**2.** Cho ,,là các số nguyên khác , sao cho  Chứng minh rằngkhông phải là số nguyên tố.

**Bài 4:(7,0 điểm)**

**1.** Cho hình vuông , gọi là điểm bất kỳ trên cạnh Trong nửa mặt phẳng bờ  chứa , dựng hình vuông Qua dựng đường thẳng song song với ,  cắt  tại .Đường thẳng  cắt tại .

a) Chứng minh rằng 

b)Tứ giác là hình gì?

c)Chứng minh chu vi tam giác không đổi khi thay đổi trên .

**2.** Cho tam giác có Các điểm  và  lần lượt nằm trên các cạnh , sao cho và Tính .

**Bài 5:(3,0 điểm)**

**1.** Cho các số thực Chứng minh rằng



**2.** Cho hình vuông và  đường thẳng cùng có tính chất là mỗi đường thẳng chia hình vuông  thành hai tứ giác có tỉ số diện tích bằng Chứng minh rằng có ít nhất  đường thẳng trong số đó cùng đi qua một điểm.

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**

**MÔN TOÁN**

**SỞ GD&ĐT BẮC NINH**

**Năm học: 2018-2019**

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**Bài 1: (2,0 điểm)**

Cho ba số ,, khác nhau đôi một và khác , đồng thời thỏa mãn điều kiện . Tính giá trị của biểu thức: .

**Lời giải**

Nếu thì 

Do đó, 

Nếu thì 

Do đó, , trái giả thiết

Vậy 

**Bài 2: (4,0 điểm)**

**1.** Giải phương trình: .

**2.** Cho hai đa thức  Gọi , là các nghiệm của Tính giá trị của .

**Lời giải**

**2.1** Điều kiện 









Vậy tập nghiệm của phương trình là .

**2.2**

Ta có : 



Do đó:



**Bài 3:(4,0 điểm)**

**1.** Tìm tất cả các số nguyên dương  sao cho  là ước số của 

**2.** Cho ,,là các số nguyên khác ,  sao cho  Chứng minh rằng  không phải là số nguyên tố.

**Lời giải**

**3.1**

là ước số của 



Điều nảy xảy ra khi là ước nguyên dương của gồm:



Từ đó ta tìm được .

**3.2**

Ta có: 

Mà 

Ta thấy do đó nếu là các số nguyên tố

thì xảy ra các trường hợp sau:

















**Bài 4: (7,0 điểm)**

**1.** Cho hình vuông , gọi  là điểm bất kỳ trên cạnh  Trong nửa mặt phẳng bờ  chứa , dựng hình vuông  Qua  dựng đường thẳng  song song với ,  cắt  tại . Đường thẳng  cắt  tại .

a) Chứng minh rằng 

b)Tứ giác  là hình gì?

c)Chứng minh chu vi tam giác  không đổi khi  thay đổi trên .

**2.** Cho tam giác  có  Các điểm  và  lần lượt nằm trên các cạnh ,  sao cho  và  Tính .

**Lời giải**

**4.1**

****

a) Do  là hình vuông

mà là hình vuông

Từ suy ra 

Do đó,  và 

b) Do là hình vuông 

 thẳng hàng

Gọi  là giao điểm hai đường chéo của hình vuông 

 là tâm đối xứng của hình vuông 

là đường trung trực đoạn MN, mà 

và 



Từ là hình thoi 

c) Từ suy ra 

Mà 

Gọi chu vi tam giác là và cạnh hình vuông là 

Ta có:(vì )



Do đó, chu vi tam giác không đổi khi thay đổi trên.

**4.2**

****

Xét có 

có 

Gọi  là trung điểm của và  là điểm trên  sao cho 

Khi đó, 



Do đó  và lần lượt là tia phân giác của và nên:



Do đó, 

Từ đó suy ra (Định lý Talet đảo)

.

**Bài 5: (3,0 điểm)**

**1.** Cho các số thực  Chứng minh rằng



**2.** Cho hình vuông  và  đường thẳng cùng có tính chất là mỗi đường thẳng chia hình vuông  thành hai tứ giác có tỉ số diện tích bằng  Chứng minh rằng có ít nhất  đường thẳng trong số đó cùng đi qua một điểm.

**Lời giải**

**5.1 Ta có**



**Ta lại có:**

**Tương tự ta có:** ;

**Suy ra:** 

Do vậy:

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi.

**5.2**

****

Các đường thẳng đã cho không thể cắt các cạnh kề nhau của hình vuông, bởi vì nếu thế chúng chia hình vuông thành một tam giác và ngũ giác (chứ không phải chia hình vuông thành hai tứ giác)

Do đó, mỗi đường thẳng (trong số chín đường thẳng) đều cắt hai cạnh đối của hình vuông và không đi qua một đỉnh nào của hình vuông cả.

Giả sử một đường thẳng cắt hai cạnh đối và tại các điểm và .



Ta có: 

(ở đây  và  là các trung điểm của và tương ứng)

Gọi  tương ứng là các trung điểm của , , , . Gọi là các điểm sao cho nằm trên nằm trên và thỏa mãn:





Khi đó từ đó lập luận trên ta suy ra mỗi đường thẳng có tính chất thỏa mãn yêu cầu của đề bài phải đi qua một trong  điểm nói trên. Vì có  đường thẳng, nên theo nguyên lý Dirichle phải tồn tại ít nhất một trong 4 điểm sao cho nó có ít nhất ba trong  đường thẳng đã cho đi qua

Vậy có ít nhất  đường thẳng trong  đường thẳng đã cho đi qua một điểm.

**= = = = = = = = = = HẾT = = = = = = = = = =**