

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

Mỗi câu đúng được 0,25 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	B	A	D	D	B	A	C	B	D	C	B

II. TỰ LUẬN (7.0 điểm)

Nội dung	Điểm
<p>Câu 1. (1,5 điểm): Cho hai biểu thức:</p> $A = \frac{2(\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 3} \quad \text{và} \quad B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3} + \frac{\sqrt{x} + 2}{x - 5\sqrt{x} + 6} \quad (\text{với } x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9)$ <p>a) Tính giá trị của A khi $x = 25$.</p> <p>b) Rút gọn biểu thức B.</p> <p>c) Tìm các giá trị x nguyên để biểu thức $P = A.B$ có giá trị nguyên.</p>	
<p>a) Tính giá trị của A khi $x = 25$.</p>	0,5
<p>ĐKXD: $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ Thay $x = 25$ vào biểu thức A ta có:</p> $A = \frac{2(\sqrt{25} - 2)}{\sqrt{25} - 3} = \frac{2(5 - 2)}{5 - 3} = 3$ <p>Vậy $A = 3$ khi $x = 25$</p>	0,25 0,25
<p>b) Rút gọn biểu thức B.</p>	0,5
<p>ĐKXD: $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$</p> $B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3} + \frac{\sqrt{x} + 2}{x - 5\sqrt{x} + 6} = \frac{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3) - (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2) + (\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)}$ $= \frac{x - 9 - x + 4 + \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ <p>Vậy với $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$ ta có $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$.</p>	0,25 0,25
<p>c) Tìm các giá trị x nguyên để biểu thức $P = A.B$ có giá trị nguyên.</p>	0,5
<p>Ta có: $P = A.B$</p> $\Leftrightarrow P = \frac{2(\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 3} \cdot \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \quad (\text{ĐKXD: } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9)$ $\Leftrightarrow P = \frac{2}{\sqrt{x} - 3}$ <p>Để P nhận giá trị nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{x} - 3 \in U(2)$ Ta có: $U(2) = \{\pm 1; \pm 2\} \Rightarrow \sqrt{x} - 3 \in \{\pm 1; \pm 2\} \Rightarrow \sqrt{x} \in \{2; 4; 1; 5\}$ $\Rightarrow x \in \{4; 16; 1; 25\}$</p>	0,25

Kết hợp ĐKXD ta có $x \in \{1; 16; 25\}$ thì $P = A.B$ nhận giá trị nguyên.	0,25
Câu 2. (2,0 điểm)	
1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 5x - m + 2$ (m là tham số).	
a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; 2)$.	
b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tung độ $y_1; y_2$ thỏa mãn $y_1 + y_2 + y_1 y_2 = 25$.	
a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; 2)$.	0,5
Đường thẳng $(d): y = 5x - m + 2$ đi qua điểm $A(1; 2)$ nên thay $x = 1; y = 2$ ta có: $2 = 5 \cdot 1 - m + 2 \Leftrightarrow 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5$	0,25
Vậy $m = 5$ là giá trị cần tìm	0,25
b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tung độ $y_1; y_2$ thỏa mãn $y_1 + y_2 + y_1 y_2 = 25$.	0,5
Phương trình hoành độ giao điểm của (d) cắt (P) là $x^2 = 5x - m + 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + m - 2 = 0$ (1)	
(d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = (-5)^2 - 4(m - 2) > 0 \Leftrightarrow 33 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{33}{4}$ (*)	
Với điều kiện (*) gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). $x_1 + x_2 = 5; x_1 x_2 = m - 2$	0,25
Theo định lí Vi-et, ta có: $y_1 + y_2 + y_1 y_2 = 25 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1^2 x_2^2 = 25 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + x_1^2 x_2^2 = 25$	
Ta có: $\Leftrightarrow 5^2 - 2(m - 2) + (m - 2)^2 = 25 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 8 = 0 \Leftrightarrow (m - 2)(m - 4) = 0$ $\Leftrightarrow m = 2$ (TM (*)) hoặc $m = 4$ (TM (*))	
Vậy $m = 2; m = 4$ là giá trị cần tìm.	0,25
2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ mx + y = 5 \end{cases}$ (với m là tham số)	
a) Giải hệ phương trình với $m = -1$.	
b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn $x + 2y = 1$.	
a) Giải hệ phương trình với $m = -1$.	0,5
Thay $m = -1$ vào hệ phương trình ta được $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ -x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = x + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases}$	0,25
Vậy với $m = -1$ hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (4; 9)$	0,25
m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn $x + 2y = 1$.	0,5
b) Tìm	
$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ mx + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)x = 4 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$	

Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi phương trình $(m+2)x=4$ có nghiệm duy nhất
 $\Leftrightarrow m+2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$.

$$\begin{cases} x = \frac{4}{m+2} \\ y = 2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{m+2} \\ y = 2 \cdot \frac{4}{m+2} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{m+2} \\ y = \frac{m+10}{m+2} \end{cases}$$

0,25

Khi đó ta có

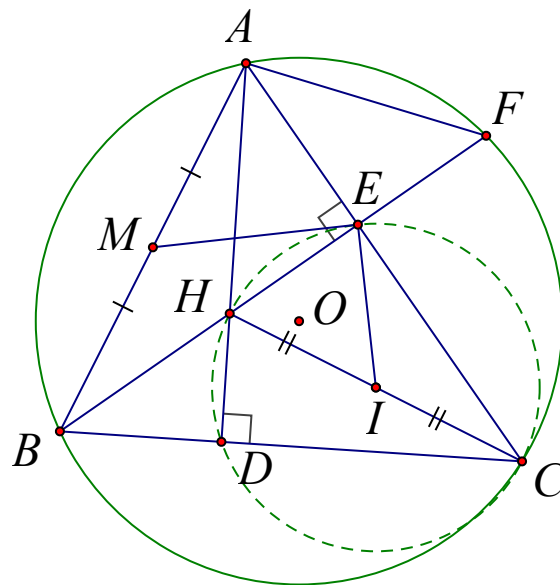
Thay $x = \frac{4}{m+2}$; $y = \frac{m+10}{m+2}$ vào $x+2y=1$ ta được
 $\frac{4}{m+2} + 2 \cdot \frac{m+10}{m+2} = 1 \Rightarrow 2m+24 = m+2 \Leftrightarrow m = -22$ (TM)

Vậy $m = -22$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn $x+2y=1$.

0,25

Câu 3. (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O, R) . Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Đường cao AD, BE cắt nhau tại H (D thuộc BC , E thuộc AC). Kéo dài BE cắt đường tròn (O, R) tại F .

- Chứng minh tứ giác $CDHE$; $ABDE$ nội tiếp.
- Chứng minh $\triangle AHF$ là tam giác cân.
- Chứng minh ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle CDE$.
- Cho $BC = \sqrt{3}R$, điểm A thay đổi trên cung lớn BC . Xác định vị trí của A trên (O, R) để $DH \cdot DA$ lớn nhất.



a) Chứng minh tứ giác $CDHE$, $ABDE$ nội tiếp.

1,0

- Xét tứ giác $CDHE$ có

$$\widehat{HDC} = \widehat{HEC} = 90^\circ (gt) \Rightarrow \widehat{HDC} + \widehat{HEC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Nên tứ giác $CDHE$ nội tiếp.

0,5

- Xét tứ giác $ABDE$ có $\widehat{AEB} = \widehat{ADB} = 90^\circ$

Nên tứ giác $ABDE$ nội tiếp.

0,5

b) Chứng minh $\triangle AHF$ cân

1,0

Ta có: $CDHE$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AHF} = \widehat{ECD}$ (cùng bù \widehat{DHE})

0,5

<p>Mà $\sphericalangle AFB = \sphericalangle ACB$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB) Suy ra $\sphericalangle AHF = \sphericalangle AFH$ Vậy $\triangle AHF$ cân tại A.</p>	0,5
<p>c) Chứng minh ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle CDE$.</p>	0,5
<p>Gọi I là trung điểm HC. Suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle CDE$. + Xét $\triangle ABE$ vuông tại E có M là trung điểm AB $\Rightarrow ME = MA = MB = \frac{AB}{2}$ nên $\triangle AME$ cân tại M $\Rightarrow \sphericalangle MEA = \sphericalangle MAE$ Xét $\triangle HEC$ vuông tại E có I là trung điểm HC $\Rightarrow IE = IC = IH = \frac{HC}{2}$ nên $\triangle IEC$ cân tại I $\Rightarrow \sphericalangle IEC = \sphericalangle ICE$ Mặt khác $\sphericalangle MAE + \sphericalangle ICE = 90^\circ$ (Vì H là trực tâm $\triangle ABC$) $\Rightarrow \sphericalangle AEM + \sphericalangle IEC = 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle MEI = 90^\circ$ Vậy ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle CDE$.</p>	0,25 0,25
<p>d) Cho $BC = \sqrt{3}R$, điểm A thay đổi trên cung lớn BC. Xác định vị trí của A trên (O, R) để $DH \cdot DA$ lớn nhất.</p>	0,5
<p>Tứ giác AEDB nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \sphericalangle EBD = \sphericalangle DAE$ (Cùng chắn cung DE) $\Rightarrow \sphericalangle HBD = \sphericalangle DAC$ Xét $\triangle BDH$ và $\triangle ADC$ có $\left. \begin{array}{l} \sphericalangle BDH = \sphericalangle ADC = 90^\circ \\ \sphericalangle HBD = \sphericalangle DAC (cmt) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BDH \sim \triangle ADC (g.g) \Rightarrow \frac{DH}{DC} = \frac{BD}{AD}$ $\Rightarrow DH \cdot AD = BD \cdot DC$ $4BD \cdot DC \leq (BD + DC)^2 \Rightarrow BD \cdot DC \leq \frac{(BD + DC)^2}{4} = \frac{BC^2}{4} \Rightarrow BD \cdot DC \leq \frac{3R^2}{4}$ Ta có: Dấu “=” xảy ra khi $BD = DC$ suy ra AD là tiếp tuyến của tam giác ABC. Mà AD là đường cao nên $\triangle ABC$ cân tại A. Mặt khác ta chứng minh được $\sphericalangle BAC = 60^\circ$. Vậy $\triangle ABC$ là tam giác đều Vậy A di chuyển A trên (O, R) sao cho $\triangle ABC$ đều thì $DH \cdot DA$ lớn nhất.</p>	0,25 0,25
$\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$	
<p>Câu 4. (0,5 điểm). Giải hệ phương trình sau:</p>	
<p>ĐK: $x \geq -1; y \geq -1, xy \geq 0$. Hệ $\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ x + y + 2 + 2\sqrt{(x+1)(y+1)} = 16 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ x + y + 2\sqrt{x+y+xy+1} = 14 \end{cases}$</p>	0,25

Đặt $x + y = a, \sqrt{xy} = b, (a \geq 3, b \geq 0, a^2 \geq 4b^2)$.

Ta được hệ phương trình

$$HPT \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 3 \\ a + 2\sqrt{a + b^2 + 1} = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 3 \\ b + 2\sqrt{b^2 + b + 4} = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b + 3 \\ 2\sqrt{b^2 + b + 4} = 11 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 3 \\ 4(b^2 + b + 4) = (11 - b)^2 \\ 11 - b \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình: $(x, y) = (3; 3)$.

0,25

Lưu ý: HS làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa