|  |  |
| --- | --- |
|  | **ĐỀ THI OLYMPIC CẤP TRƯỜNG****NĂM HỌC 2018 – 2019****Môn thi: Toán – Lớp 10** |

**ĐỀ BÀI**

**Câu 1.** Cho phương trình , (1), (với là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi .

b) Tìm tất cả các giá trị của để phương trình (1) có nghiệm.

**Câu 2.** a) Giải hệ phương trình  .

b) Một cầu treo có dây truyền đỡ là Parabol ACB như hình vẽ. Đầu, cuối của dây được gắn vào các điểm  trên mỗi trục và  với độ cao 30 m. Chiều dài đoạn  trên nền cầu bằng 200 m. Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên cầu là m. Gọi  là các điểm chia đoạn thành các phần bằng nhau. Các thanh thẳng đứng nối nền cầu với đáy dây truyền  gọi là các dây cáp treo. Tính tổng độ dài của các dây cáp treo ?



**Câu 3.** Cho tam giác ABC và một điểm M bất kỳ. BC = a, CA = b, AB=c.

a) Chứng minh rằng .

b) Tìm tập hợp các điểm M sao cho 

**Câu 4.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho , .

a) Tìm tọa độ điểm N trên trục hoành  sao cho khoảng cách AN nhỏ nhất

b) Cho điểm M di động trên đường thẳng d: . Đường thẳng MA cắt trục hoành tại P và đường thẳng MB cắt trục tung tại Q. Chứng minh đường thẳng PQ luôn đi qua một điểm cố định.

**Câu 5.** Cho , ,  là các số thực dương thỏa mãn: . Chứng minh rằng .

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com**

**https://www.vnteach.com**

**Câu 1.** Cho phương trình , (1), (với là tham số).

1. Giải phương trình (1) khi .
2. Tìm tất cả các giá trị của để phương trình (1) có nghiệm.

**Lời giải**

***Tác giả: Hải Thương ; Fb: Hải Thương***

Đk: .

Đặt , . Suy ra .

Phương trình (1) trở thành .

1. Khi  phương trình trở thành 



Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm của phương trình là .

1. Phương trình (1) có nghiệm khi phương trình  có nghiệm .

 Xét hàm số  với . Hàm số  đồng biến trên  nên  với .

Phương trình (1) có nghiệm .

**Câu 2 .** a) Giải hệ phương trình  .

b) Một cầu treo có dây truyền đỡ là Parabol ACB như hình vẽ. Đầu, cuối của dây được gắn vào các điểm  trên mỗi trục và  với độ cao 30 m. Chiều dài đoạn  trên nền cầu bằng 200 m. Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên cầu là m. Gọi  là các điểm chia đoạn thành các phần bằng nhau. Các thanh thẳng đứng nối nền cầu với đáy dây truyền  gọi là các dây cáp treo. Tính tổng độ dài của các dây cáp treo ?



**Lời giải**

***Tác giả: Cao Văn Hoàng ; Fb: Bình AN***

a) Ta có : .

Đặt , hệ phương trình trở thành : .

Suy ra  .

Với  ta tính được .

Với  ta tính được .

TH1:   .

TH2:   (vô nghiệm ).

Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm là:  và .

b)



Chọn hệ trục  như hình vẽ.

Giả sử Parabol có dạng : .

Vì Parabol đi qua điểm  và đỉnh nên ta có hệ phương trình:

 .

Vậy (P): .

Đoạn  chia làm 8 phần bằng nhau, mỗi phần có độ dài là 25 m.

Khi đó, tổng độ dài của các dây cáp treo là:

=78,75 m.

**Câu 3.** Cho tam giác ABC và một điểm M bất kỳ. BC = a, CA = b, AB=c.

1. Chứng minh rằng .
2. Tìm tập hợp các điểm M sao cho 

**Lời giải**

**a.**

****

 ****

**b.**

Gọi D là điểm xác định bởi hệ thức:  . Ta có:





Nếu A tù, tập hợp các điểm M là tập 

Nếu A vuông, tập hợp các điểm M là 

Nếu A nhọn, tập hợp các điểm M là đường tròn 

**Câu 4.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho , .

a) Tìm tọa độ điểm N trên trục hoành  sao cho khoảng cách AN nhỏ nhất

b) Cho điểm M di động trên đường thẳng d: . Đường thẳng MA cắt trục hoành tại P và đường thẳng MB cắt trục tung tại Q. Chứng minh đường thẳng PQ luôn đi qua một điểm cố định.

**Lời giải**

**a)** sao cho nhỏ nhất khi là hình chiếu vuông góc của  lên trục . Vậy 

**b) **

Đường thẳng có phương trình ****

cắt trục hoành tại 

Đường thẳng  có phương trình ****

cắt trục tung tại 

Phương trình : **,** 

 đi qua cố định khi và chỉ khi 

. Vậy 

**Câu 5.** Cho , ,  là các số thực dương thỏa mãn: . Chứng minh rằng .

**Lời giải**

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 6 số dương , , , , ,  ta được:

.

Vì  nên suy ra:

.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi . Nhưng các giá trị này không thỏa mãn giả thiết  nên đẳng thức không thể xảy ra.

Vậy .

http://vnteach.com – Website tài liệu dành cho giáo viên và học sinh Việt Nam