|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH QUẢNG NAM** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT**  **NĂM HỌC 2023 – 2024 ĐỢT 2** |
| |  | | --- | | **HDC CHÍNH THỨC** | | **HƯỚNG DẪN CHẤM**  **MÔN: TOÁN LỚP 10 (CHUYÊN)** |

*(Bản hướng dẫn này gồm 06 trang)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 1. (3,0 điểm)** Giải hệ phương trình | | **3.0** |
|  | Điều kiện: . | 0.25  0.5 |
| Thay (3) vào (2) ta được: | 0.5 |
|  | 0.5 |
| Với , thay vào (3):  (vô nghiệm). | 0.5 |
| Với , thay vào (3):  (thỏa mãn điều kiện). | 0.5 |
| Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất: . | 0.25 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 2. (3,0 điểm)** Tìm tất cả các hàm  xác định trên tập số thực  thoả mãn điều kiện  và  với mọi số thực . | | **3.0** |
|  | Xét phương trình:  (1)  Thay  vào (1) ta được: . | 0.5 |
| Đặt  và , phương trình (1) viết lại:  (2) | 0.5 |
| Với mọi ,  (3) | 0.5 |
| Thay  vào (3) ta được: | 0.5 |
| Do đó . Do  nên . | 0.5 |
| Thử lại, hàm  thỏa mãn điều kiện đề cho.  Vậy hàm cần tìm là . | 0.5 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 3. (3,0 điểm)**  a) Cho  là hai số nguyên dương phân biệt bất kỳ, chứng minh rằng tích số  không phải là lũy thừa nguyên dương của . | | **1.0** |
|  | Giả sử tồn tại hai số nguyên dương phân biệt  để  là lũy thừa nguyên dương của . Khi đó tồn tại .  Từ đó: | 0.25 |
| Do đó: | 0.25 |
| Ta có:    là lũy thừa nguyên dương bé nhất của  đồng dư  nên | 0.25 |
| Vì  nên từ (2) suy ra , mâu thuẫn với (1).  Vậy tích số  không phải là lũy thừa nguyên dương của , với hai số nguyên dương phân biệt  bất kỳ*.* | 0.25 |
| b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên  của phương trình . | | **2.0** |
|  | Nếu  thì , nếu  thì . | 0.5 |
| Ta xét trường hợp cả  và  đều khác .  **Trường hợp 1:**  - Nếu  và  thì .  Với  (thỏa ) thì , PT này không có nghiệm nguyên.  - Nếu  và  thì  (1)  Mặt khác , mâu thuẫn với (1). | 0.5 |
| **Trường hợp 2:**  Khi đó , suy ra . | 0.25 |
| + Nếu  thì được phương trình: ,  PT này không có nghiệm nguyên.  + Nếu  thì  (mâu thuẫn với ). | 0.5 |
| Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên là:  và . | 0.25 |
| **Câu 4. (5,0 điểm)** Cho hai đường tròn  và  với , cắt nhau tại  và  sao cho . Đường thẳng  cắt đường tròn  tại  và cắt đường tròn  tại  sao cho các điểm  nằm trên đường thẳng theo thứ tự đó. Tia  cắt đường tròn  tại  (khác ) và cắt đoạn thẳng  tại . Tia  cắt đường tròn  tại  (khác ) và cắt đoạn thẳng  tại .  a) Chứng minh ba điểm thẳng hàng. | | **2.0** |
|  | D:\09032024\Noname5.bmp  Hình vẽ đúng cho 0,5 điểm | 0.5 |
|  | 0.5 |
| Ta có: , | 0.5 |
| Do đó: (do tứ giác nội tiếp nên ). Suy ra thẳng hàng. | 0.5 |
| b) Tính  theo . | | **3.0** |
|  | Chứng minh tương tự câu a) ta được:  thẳng hàng.  Áp dụng định lý Menelaus vào tam giác  và đường thẳng , ta được  (1) | 0.5 |
| Áp dụng định lý Menelaus vào tam giác  và đường thẳng , ta được  (2) | 0.5 |
| Từ (1) và (2) suy ra  (3) | 0.5 |
| Ta có: , mà  nên .  Ta có: .  (do các tứ giácvà  nội tiếp). | 0.5 |
| Do đó nội tiếp, suy ra . | 0.5 |
| (4)  Thay (4) vào (3) ta được | 0.5 |
| **Câu 5. (3,0 điểm)** Có tất cả bao nhiêu cách lấy cùng lúc ba thẻ từ hộp đựng  thẻ được ghi số từ  đến  sao cho các số ghi trên ba thẻ đó là độ dài ba cạnh của một tam giác? | | **3.0** |
|  | Gọi  là số ghi trên 3 thẻ được lấy ra thỏa yêu cầu bài toán.  Đặt .  Ta thấy:  và khi  thì .  Số cách lấy thỏa mãn yêu cầu bài toán là . | 0.5 |
| **Trường hợp 1:**  là số chẵn, .  + Xét khi đó . Từ .  Suy ra . Số cách chọn  là: .  + Xét , khi đó  (thỏa điều kiện).  Suy ra . Số cách chọn  là: . | 0.5 |
| Vậy với  thì  . | 0.5 |
| **Trường hợp 2:**  là số lẻ, .  + Xét khi đó . Từ .  Suy ra . Số cách chọn  là: .  + Xét , khi đó (thỏa điều kiện).  Suy ra . Số cách chọn  là: . | 0.5 |
| Vậy với  thì  . | 0.5 |
| Vậy tổng tất cả các cách lấy ba thẻ thỏa mãn yêu cầu bài toán là: | 0.5 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 6. (3,0 điểm)** Cho các số thực dương . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức . | | **3.0** |
|  | Đặt , suy ra:  và . | 0.5 |
| Khi đó  (do ). | 0.5 |
| Ta có:    Do đó | 0.5 |
| Áp dụng BĐT AM-GM cho ba số  ta được:  (1) | 0.5 |
| Áp dụng BĐT AM-GM cho ba số  ta được:  (2)  Đẳng thức ở (1) và (2) xảy ra khi . | 0.5 |
| Do đó  và  khi  hay .  Vậy giá trị nhỏ nhất của  bằng  đạt được khi . | 0.5 |

***\* Lưu ý:***

*Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong hướng dẫn chấm nhưng đúng thì vẫn cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.*