

CHỦ ĐỀ 3

LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN SONG SONG VÀ VUÔNG GÓC
(Dạng nâng cao)

DẠNG 1

LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN SONG SONG

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; -3; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A , cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-3}{-7}$.

B. $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x+4}{-4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$.

D. $\frac{x+8}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-10}{-7}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng cần lập.

Mặt phẳng (P) có một VTPT $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Theo đề, ta có $\Delta \cap Oz = B(0; 0; c) \Rightarrow \vec{AB} = (4; 3; c-3)$ là một VTCP của Δ .

Khi đó $\vec{AB} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + (c-3) \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow c-3 = -7$.

Suy ra $\vec{AB} = (4; 3; -7)$.

Vậy $\Delta: \frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-10}{-7}$ hay $\Delta: \frac{x+8}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-10}{-7}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 9 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P) .

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta có: (P) có vector pháp tuyến là: $n = (1; 1; -1)$.

d có vector chỉ phương là: $u = (1; 3; 2)$ và $B(3; 3; 0) \in d$.

Δ có vector chỉ phương là: $\vec{u}_\Delta = (a; b; c)$ và $A(1; 2; -1) \in \Delta$ (trong đó $a^2 + b^2 + c^2 > 0$).

$$\Rightarrow \vec{AB} = (2; 1; 1); d \parallel (P) \Leftrightarrow \vec{u}_\Delta \cdot n = 0 \Leftrightarrow a + b - c = 0 \Leftrightarrow c = a + b \Rightarrow \vec{u}_\Delta = (a; b; a + b).$$

Do d cắt $\Delta \Leftrightarrow [\vec{AB}, \vec{u}] \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow 2a + b = 0 \Leftrightarrow b = -2a$.

Chọn $a = -1 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow \vec{u}_\Delta = (-1; 2; 1) \Rightarrow \Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$

Kết luận: $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$

Cách 2:

Ta có: (P) có vector pháp tuyến là: $n = (1; 1; -1)$.

Δ có vector chỉ phương là: $\vec{u}_\Delta = (a; b; c)$ và $A(1; 2; -1) \in \Delta$ (trong đó $a^2 + b^2 + c^2 > 0$).

Do Δ song song với mặt phẳng $(P) \Rightarrow \vec{u}_\Delta \cdot n = 0$.

Nhận xét đáp án A: $\vec{u}_\Delta \cdot n = 0$.

Nhận xét đáp án B: $\vec{u}_\Delta \cdot n = 4 \neq 0 \Rightarrow$ loại đáp án **B.**

đáp án C: $\vec{u}_\Delta \cdot n = 2 \neq 0 \Rightarrow$ loại đáp án **C.**

đáp án D: $\vec{u}_\Delta \cdot n = 2 \neq 0 \Rightarrow$ loại đáp án **D.**

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 4)$, đường thẳng d có phương trình:

$$\frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-5} = \frac{z-2}{-1} \text{ và mặt phẳng } (P): 2x + z - 2 = 0. \text{ Viết phương trình đường thẳng } \Delta \text{ qua } M \text{ vuông}$$

góc với d và song song với (P) .

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}.$

B. $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-4}{-2}.$

C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}.$

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+4}{2}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_d = (3; -5; -1)$ là véc tơ chỉ phương của d .

$n_{(P)} = (2; 0; 1)$ là véc tơ pháp tuyến của (P) .

$$[\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = (-5; -5; 10)$$

Do Δ vuông góc với d và song song với (P) nên $u = (1; 1; -2)$ là vectơ chỉ phương của Δ .

Khi đó, phương trình của Δ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 1 = 0$, $(\beta): 2x + y - z = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$

D. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$

Lời giải

Chọn B

mp (α) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -2; 1)$, mp (β) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$.

Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương là $u = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (1; 3; 5)$.

Phương trình của đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 1 = 0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 2t \\ z = 1-t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 1+2t \\ z = -t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $n_{(Oxy)} = (0; 0; 1)$, $n_{(P)} = (1; 1; 0)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) . Khi đó:

$$\begin{cases} \vec{u}_d \perp n_{(P)} \\ \vec{u}_d \perp n_{(Oxy)} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Oxy)}] = (1; -1; 0) \quad \text{Vậy} \quad d: \begin{cases} x = 2+t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$$

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3; -1; 5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P): x - y + z - 4 = 0$, $(Q): 2x + y + z + 4 = 0$.

A. $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-5}{-3}$

B. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{-3}$

C. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-3}$

D. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-3}$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; -1; 1)$; mặt phẳng (Q) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (2; 1; 1)$

Nhận thấy $A \notin (P)$ và $A \notin (Q)$

Gọi đường thẳng cần lập là d và u là một vector chỉ phương của nó.

Ta chọn $u = [\vec{n}_Q, \vec{n}_P] = (2; -1; -3)$

Mặt khác, d qua $A(3; -1; 5)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{-3}$

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 1 = 0$, $(\beta): 2x + y - z = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$

D. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$

Lời giải

Chọn B

mp (α) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -2; 1)$, mp (β) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$

Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương là $u = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (1; 3; 5)$

Phương trình của đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$; $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+4}{-1}$ và $d_3: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{6}$

B. $\frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-6}$

C. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{6}$

D. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{6}$

Lời giải

Chọn B

Từ $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2} \Rightarrow d_1: \begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+t \\ z=2-2t \end{cases};$ từ $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+4}{-1} \Rightarrow \begin{cases} u_2=(3;-2;-1) \\ A(-1;0;-4) \end{cases};$

Từ $d_3: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{6} \Rightarrow u_3 = (4;-1;6)$

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_2 và song song với d_3

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{n}_P = [\vec{u}_2; \vec{u}_3] = \left(\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} \right) = (-13; -22; 5) \\ A(-1;0;-4) \in (P) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (P): -13(x+1) - 22y + 5(z+4) = 0 \Leftrightarrow (P): 13x + 22y - 5z - 7 = 0$$

Gọi B là giao điểm của (P) và d_1 . Đường thẳng đi qua B và song song với d_3 chính là đường thẳng cần tìm.

Gọi $B(3+2t; -1+t; 2-2t)$. Thay tọa độ B vào (P) : $13(3+2t) + 22(-1+t) - 5(2-2t) - 7 = 0$

$$\Rightarrow t=0 \Rightarrow B(3; -1; 2)$$

Vì đường thẳng cần tìm song song với (d_3) nên có các véc tơ chỉ phương là $^n u_3$ ($n \neq 0; n \in \mathbb{Z}$)

Như vậy chỉ có đáp án B là hợp lý.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 5 = 0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d là:

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-2}$

B. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$

C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}$

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$

Lời giải

Chọn C

$$d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2} \Rightarrow d \text{ có một vectơ chỉ phương là } u(1;2;2).$$

$$(P): 2x + y + 2z - 5 = 0 \Rightarrow (P) \text{ có một vectơ pháp tuyến là } n(2;1;2).$$

Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d

$$\Rightarrow \Delta \text{ có một vectơ chỉ phương là } v = [u, n] = (2;2;-3), \text{ và đường thẳng } \Delta \text{ đi qua điểm } A(1;1;-2) \Rightarrow$$

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$; $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Xét các điểm A, B lần lượt di động trên d_1 và d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P) . Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A. Một đường thẳng có vector chỉ phương $u = (-9; 8; -5)$
 B. Một đường thẳng có vector chỉ phương $u = (-5; 9; 8)$
 C. Một đường thẳng có vector chỉ phương $u = (1; -2; -5)$
 D. Một đường thẳng có vector chỉ phương $u = (1; 5; -2)$

Lời giải

Chọn A

$$A \in d_1 \Rightarrow A(3a; 1-a; -1+a); B \in d_2 \Rightarrow B(2+b; 1-2b; -3+b)$$

$$\overrightarrow{AB} = (2+b-3a; -2b+a; b-2-a); n_p = (2; -1; 2)$$

$$\text{Do } AB // (P) \text{ nên } \overrightarrow{AB} \cdot n_p = 0 \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}b$$

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

$$I\left(\frac{3a+2+b}{2}; \frac{2-2b-a}{2}; \frac{-4+a+b}{2}\right) \text{ hay } I\left(1+\frac{3}{2}b; 1-\frac{8}{6}b; -2+\frac{5}{6}b\right)$$

$$\begin{cases} x = 1 + \frac{3}{2}b \\ y = 1 - \frac{8}{6}b \\ z = -2 + \frac{5}{6}b \end{cases}$$

Suy ra tập hợp điểm I là một đường thẳng

Suy ra tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là một đường thẳng có vector chỉ phương

$$u = (-9; 8; -5)$$

$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng

$$d': \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$$

. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{-2}$

B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+2}{2}$

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{2}$

D. $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-2}$

Lời giải

Chọn C

d đi qua $A(2;1;4)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-1; 2; -2)$.

d' đi qua $B(4; -1; 0)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; -2; 2)$.

Ta có $\vec{u}_1 = -\vec{u}_2$ và $\frac{2-4}{1} \neq \frac{1+1}{-2} \neq \frac{4}{2}$ nên $d \nparallel d'$.

Đường thẳng Δ thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó khi và chỉ khi

$\begin{cases} \Delta \parallel d \parallel d' \\ d(\Delta, d) = d(\Delta, d') \end{cases}$ hay Δ qua trung điểm $I(3; 0; 2)$ và có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 2)$. Khi

đó phương trình của Δ : $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{2}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có

phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ và $x+y-2z+8=0$, điểm $A(2; -1; 3)$. Phương trình đường thẳng D cắt

d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là:

A. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-5}{2}$

B. $\frac{x-2}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{2}$

C. $\frac{x-5}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-5}{2}$

D. $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{2}$

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Đường thẳng d có phương trình tham số:

Điểm M thuộc đường thẳng d nên $M(-1+2t; t; 2+t)$.

Điểm A là trung điểm của MN nên:

$$A(2; -1; 3)$$

$$\begin{cases} x_N = 2x_A - x_M = 5 - 2t \\ y_N = 2y_A - y_M = -2 - t \\ z_N = 2z_A - z_M = 4 - t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_N = 5 - 2t \\ y_N = -2 - t \\ z_N = 4 - t \end{cases} \Rightarrow N(5-2t; -2-t; 4-t)$$

$$z_N = 2z_A - z_M = 4 - t$$

Mặt khác điểm $N \in (P)$ nên: $5-2t-2-t-8+2t+8=0 \Rightarrow t=3$

Suy ra: $M(5; 3; 5)$.

Đường thẳng D có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{AM}(3;4;2)$ và đi qua điểm $M(5;3;5)$ nên có phương trình:

$$\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{2}$$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y-3z-7=0$, đường

thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng Δ đi qua A , song song (P) và cắt đường thẳng d ?

A. $\begin{cases} x=3+11t \\ y=2-54t \\ z=-4+47t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=3+54t \\ y=2+11t \\ z=-4-47t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=3+47t \\ y=2+54t \\ z=-4+11t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=3-11t \\ y=2-47t \\ z=-4+54t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3; -2; -3)$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2; -4; 1)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = (3; -2; 2)$.

Giả sử $\Delta \cap d = M$ nên $M(2+3t; -4-2t; 1+2t)$ khi đó vector chỉ phương của đường thẳng Δ là

$$\overrightarrow{u_{\Delta}} = \overrightarrow{AM} = (3t-1; -2t-6; 2t+5)$$

Ta có $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{n_{(P)}} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{n_{(P)}} = 0$ nên $3(3t-1) - 2(-2t-6) - 3(2t+5) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{6}{7}$.

Suy ra $\overrightarrow{AM} = \left(\frac{11}{7}; -\frac{54}{7}; \frac{47}{7} \right)$

Chọn vector chỉ phương của đường thẳng Δ có tọa độ là $(11; -54; 47)$ do đó phương trình đường thẳng

cần tìm là $\begin{cases} x=3+11t \\ y=2-54t \\ z=-4+47t \end{cases}$.

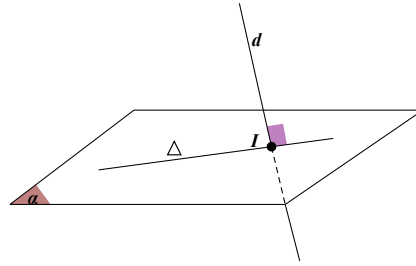
Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2z-6=0$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-1-t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d .

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{1}$ B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{1}$
C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$ D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{1}$

Lời giải

Chọn B



$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -1 - t \end{cases} \Rightarrow I(2; 4; -2).$$

Giao điểm I của d và (α) là nghiệm của hệ

Mặt phẳng (α) có một vector pháp tuyến $n = (1; 0; -2)$; đường thẳng d có một vector chỉ phương $u = (1; 1; -1)$.

Khi đó đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $[n, u] = (2; -1; 1)$.

Đường thẳng Δ qua điểm $I(2; 4; -2)$ và có một vector chỉ phương $[n, u] = (2; -1; 1)$ nên có phương trình

chính tắc: $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 2 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (1; 1; 1) \\ \vec{n}_{(Q)} = (1; -1; 1) \end{cases}$ và $[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (2; 0; -2)$. Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) , nên d có vector chỉ phương $u = (1; 0; -1)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1; -2; 3)$ nên có phương trình: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$

Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng, nên nhận véc tơ $(1; 0; -1)$ làm véc tơ chỉ phương.

$$d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}, \quad d_2: \begin{cases} x = -1+3t \\ y = -2t \\ z = -4-t \end{cases}$$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng

$d_3: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 và cắt đồng thời d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{6}$.

B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{6}$.

C. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{6}$.

D. $\frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-6}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ đường thẳng song song với d_3 và cắt d_1 và d_2 .

$u_\Delta; u_3$ lần lượt là véc tơ chỉ phương của Δ và d_3 .

Ta có $\Delta \cap d_1 = A \Rightarrow A(2x+3; x-1; -2x+2)$; $\Delta \cap d_2 = B \Rightarrow B(-1+3y; -2y; -4-y)$.

$$\overrightarrow{AB} = (3y-2x-4; -2y-x+1; -y+2x-6)$$

Vì $\Delta // d_3 \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = k \overrightarrow{u_3} \Rightarrow \frac{3y-2x-4}{4} = \frac{-2y-x+1}{-1} = \frac{-y+2x-6}{6}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-3y+4 = -8y-4x+4 \\ -12y-6x+6 = y-2x+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+5y=0 \\ -13y+4x=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=0$$

Từ đó suy ra: $A(3; -1; 2); B(-1; 0; -4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-4; 1; -6)$ là véc tơ chỉ phương của Δ .

Phương trình Δ là: $\frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-6}$.

Câu 17. Trong không gian, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-4=0$ và điểm $A(2; -1; 3)$. Gọi Δ là đường

thẳng đi qua A và song song với (P) , biết Δ có một vector chỉ phương là $u=(a;b;c)$, đồng thời Δ đồng

phẳng và không song song với Oz . Tính $\frac{a}{c}$.

A. $\frac{a}{c}=2$.

B. $\frac{a}{c}=-2$.

C. $\frac{a}{c}=-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{a}{c}=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

(P) có một vector pháp tuyến là $n=(1; 1; -1)$.

Δ đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và có một vector chỉ phương là $u=(a;b;c)$.

Oz đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có một vector chỉ phương là $k=(0;0;1)$.

Δ không song song với $Oz \Leftrightarrow a:b:c \neq 0:0:1$.

Δ đồng phẳng với $Oz \Leftrightarrow$ Ba vector $u; k; \vec{OA}$ đồng phẳng

$$\Leftrightarrow [\vec{k}, \vec{OA}] \cdot u = 0 \Leftrightarrow a + 2b = 0 \Leftrightarrow a = -2b.$$

Do $\Delta // (P) \Rightarrow u \perp n \Leftrightarrow u \cdot n = 0 \Leftrightarrow a + b - c = 0 \Rightarrow c = -b$. Suy ra $\frac{a}{c} = 2$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x + y - 3 = 0$ và $(Q): 2x - y + z - 3 = 0$.

A.
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 3 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$$

Lời giải

Chọn C

Hai mặt phẳng $(P): x + y - 3 = 0$ và $(Q): 2x - y + z - 3 = 0$ có vector pháp tuyến lần lượt là: $\vec{n}_P = (1; 1; 0); \vec{n}_Q = (2; -1; 1)$

Giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có vector chỉ phương: $u = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (1; -1; -3)$.

Đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng

$(P): x + y - 3 = 0$ và $(Q): 2x - y + z - 3 = 0$ nhận vector u làm vector chỉ phương có phương trình tham

số là:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$$

$$d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 + t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$$

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$d: \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và

à d' , đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A.
$$\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$$

B.
$$\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{-2}$$

C. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$

D. $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-2}$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy hai đường thẳng d và d' có cùng vectơ chỉ phương hay $d // d'$

Vậy đường thẳng cần tìm có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; 1; -2)$ và đi qua trung điểm $I(3; -2; 2)$ của AB với $A(2; -3; 4) \in d$ và $B(4; -1; 0) \in d'$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$, điểm $A(1; 3; 2)$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN .

A. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$

B. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$

C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$

D. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết: $N \in d \Rightarrow N(2t-2; t+1; 1-t)$

Mà A là trung điểm $MN \Rightarrow M(4-2t; 5-t; 3+t)$

Mặt khác, $M \in (P) \Leftrightarrow 2(4-2t) - (5-t) + (3+t) - 10 = 0 \Leftrightarrow t = -2$

$\Rightarrow N(-6; -1; 3) \Rightarrow \vec{NA} = (7; 4; -1)$

Đường thẳng Δ đi qua $N(-6; -1; 3)$ và có một VTCP là $\vec{u} = \vec{NA} = (7; 4; -1)$ nên có phương trình chính

tắc là: $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $A(1; -1; 2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN . Một vectơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u} = (4; 5; -13)$

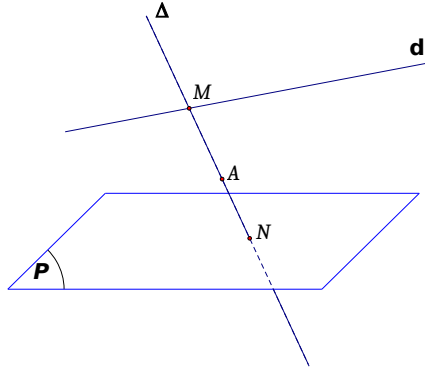
B. $\vec{u} = (2; 3; 2)$

C. $\vec{u} = (1; -1; 2)$

D. $\vec{u} = (-3; 5; 1)$

Lời giải

Chọn B



$$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1} \Rightarrow \begin{cases} x = -1+2t \\ y = t \\ z = 2+t \end{cases} \text{ . Do đó } M \in d \Rightarrow M(-1+2t; t; 2+t)$$

Ta có

Vì $A(1; -1; 2)$ là trung điểm $MN \Rightarrow N(3-2t; -2-t; 2-t)$

Mặt khác $N \in (P) \Rightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow M(3; 2; 4) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2; 3; 2)$ là một vector chỉ phương của Δ .

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 4+t \\ y = -4-t \\ z = 6+2t \end{cases}$

$d_2: \frac{x-5}{2} = \frac{y-11}{4} = \frac{z-5}{2}$. Đường thẳng d đi qua $A(5; -3; 5)$ cắt $d_1; d_2$ lần lượt ở B, C . Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

A. 2 .

B. 3 .

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

$$B \in d_1 \Rightarrow B(4+t; -4-t; 6+2t) \text{ . PT tham số của } d_2: \begin{cases} x = 5+2s \\ y = 11+4s \\ z = 5+2s \end{cases}$$

$C \in d_2 \Rightarrow C(5+2s; 11+4s; 5+2s)$. Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (1-t; -1-t; 2t+1); \overrightarrow{AC} = (2s; 4s+14; 2s)$.

Do A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}: \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t-1=2ks \\ -t-1=4ks+14k \\ 2t+1=2ks \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-2 \\ s=-3 \\ k=\frac{1}{2} \end{cases} \text{ . Do đó: } \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}.$$

DẠNG 2

LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN VUÔNG GÓC

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

- A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $u=(1;2;3)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và cắt Oz .

Gọi $N(0;0;t) \in \Delta \cap Oz \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-1;0;t-1)$.

$\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot u = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{3} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(-1;0;\frac{1}{3}\right)$. Khi đó $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $u_1 = (-3;0;1)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;0;1)$ và có một vectơ chỉ phương $(-3;0;1)$ nên có phương trình là

$$\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ

$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$ có VTCP $u = (1; -2; 2)$

Gọi $M(0; m; 0) \in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM} = (-2; m-1; -3)$

Do $\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot u = 0 \Leftrightarrow -2 - 2(m-1) - 6 = 0 \Leftrightarrow m = -3$

Ta có Δ có VTCP $\overrightarrow{AM} = (-2; -4; -3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng d có phương trình:

$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ có véc tơ chỉ phương $u = (1; 1; 2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d , nên nhận véc tơ chỉ phương của d

là vectơ pháp tuyến $(P): 1(x-1) + y + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 5 = 0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d \Rightarrow B(1+t; t; -1+2t)$

Vì $B \in (P) \Leftrightarrow (1+t) + t + 2(-1+2t) - 5 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow B(2; 1; 1)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng

$\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

Cách 2:

Gọi $d \cap \Delta = B \Rightarrow B(1+t; t; -1+2t)$

$\overrightarrow{AB} = (t; t; -3+2t)$, Đường thẳng d có VTCP là $u_d = (1; 1; 2)$

Vì $d \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow t + t + 2(-3 + 2t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$. Ta có đường thẳng Δ đi qua $A(1; 0; 2)$ và nhận véc tơ $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$ là véc tơ chỉ

phương có dạng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

$$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$$

Câu 26. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + 6t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

$$d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$$

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d .

$$\overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{n_P}] = (-1; 4; 3)$$

Gọi A là giao điểm của d và (P) . Tọa độ A là nghiệm của phương trình:

$$(-1 + 2t) + (-t) - (-2 + 2t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow A(3; -2; 2)$$

Phương trình Δ qua $A(3; -2; 2)$ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta} = (-1; 4; 3)$ có dạng:

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$$

Câu 27. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và

d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$
C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

Lời giải

Chọn D

Phương trình $d_1: \begin{cases} x = 3 - t_1 \\ y = 3 - 2t_1 \\ z = -2 + t_1 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 5 - 3t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 2 + t_2 \end{cases}$.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ .

Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại A, B .

Gọi $A(3 - t_1; 3 - 2t_1; -2 + t_1)$, $B(5 - 3t_2; -1 + 2t_2; 2 + t_2)$.

$\overrightarrow{AB} = (2 - 3t_2 + t_1; -4 + 2t_2 + 2t_1; 4 + t_2 - t_1)$.

Vector pháp tuyến của (P) là $n = (1; 2; 3)$.

Do $\overrightarrow{AB}$ và n cùng phương nên $\frac{2 - 3t_2 + t_1}{1} = \frac{-4 + 2t_2 + 2t_1}{2} = \frac{4 + t_2 - t_1}{3}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2 - 3t_2 + t_1}{1} = \frac{-4 + 2t_2 + 2t_1}{2} \\ \frac{-4 + 2t_2 + 2t_1}{2} = \frac{4 + t_2 - t_1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 1 \end{cases}$. Do đó $A(1; -1; 0)$, $B(2; -1; 3)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; -1; 0)$ và có vector chỉ phương $n = (1; 2; 3)$ là

$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 3 = 0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1} \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Gọi $M = \Delta \cap (P) \Rightarrow M \in \Delta \Rightarrow M(t; 2t - 1; t + 1)$

$M \in (P) \Rightarrow t - 2(2t - 1) - (t + 1) + 3 = 0 \Leftrightarrow 4 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M(1; 1; 2)$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $n = (1; -2; -1)$

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $u = (1; 2; 1)$

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ

$\Rightarrow$ Đường thẳng d nhận $\frac{1}{2}[\vec{n}, \vec{u}] = (0; -1; 2)$ làm véc tơ chỉ phương và $M(1; 1; 2) \in d$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng qua A , vuông góc với

d_1 và cắt d_2 là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$.

B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi d là đường thẳng qua A và d cắt d_2 tại K . Khi đó $K(2+t; -1-t; 1+t)$.

Ta có $\vec{AK} = (1+t; -t; t-2)$.

Đường $AK \wedge d_1 \hat{=} \vec{AK} \cdot \vec{u}_1 = 0$, với $\vec{u}_1 = (1; 4; -2)$ là một vectơ chỉ phương của d_1 .

Do đó $1+t-4t-2t+4=0 \hat{=} t=1$, suy ra $\vec{AK} = (2; -1; -1)$.

Vậy phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-1}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A , vuông góc với

đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2 .

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{2}$.

B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{3}$.

C. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-3}{3}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(2+t; -1-t; 1+t) = d \cap d_2$ với $t \in \mathbb{R}$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = (1+t; -t; -2+t)$ và $\vec{u}_1 = (3; 3; -1)$ là vector chỉ phương của d_1

Mặt khác $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u}_1 = 0$ nên $3.(1+t) + 3.(-t) - 1.(-2+t) = 0 \Leftrightarrow t = 5$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = (6; -5; 3)$ là 1 vector chỉ phương của d .

Vậy phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-3}{3}$.

$$d: \begin{cases} x=t \\ y=-1-4t \\ z=6+6t \end{cases}$$

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 2)$ và hai đường thẳng

$$d': \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}.$$

Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và d' ?

A. $\frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{14} = \frac{z-2}{9}.$

B. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z+2}{9}.$

C. $\frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{14}.$

D. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}.$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có một vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -4; 6)$.

Đường thẳng d' có một vector chỉ phương $\vec{u}' = (2; 1; -5)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua M , vuông góc với d và d' nên có một vector chỉ phương là:

$$\vec{u}_{\Delta} = [\vec{u}, \vec{u}'] = (14; 17; 9)$$

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}.$

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y + z = 0$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{2}.$$

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d . Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của Δ ?

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 3 - 5t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 5 - 5t \\ z = 4 - 7t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 - 5t \\ z = -4 - 7t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 7 - 5t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Do Δ nằm trong (P) và vuông góc với d nên Δ có vectơ chỉ phương là

$$\vec{u}_\Delta = \left[\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d \right] = (4; -5; -7)$$

Gọi $A = \Delta \cap d$ thì $A = (P) \cap d \Rightarrow A(1; 0; -3)$

Vậy phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 0 - 5t \\ z = -3 - 7t \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 5 - 5t \\ z = 4 - 7t \end{cases}$$

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng:

$d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A , vuông góc

với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 .

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{5}$.

C. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{u}_{d_1} = (1; 4; -2)$

$d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ nên phương trình tham số của $d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Gọi đường thẳng d cắt đường thẳng d_2 tại $M(2+t; -1-t; 1+t)$

Ta có: $\vec{AM} = (1+t; -t; t-2)$

Đường thẳng d đi qua $A; M$ nên vector chỉ phương $\vec{u}_d = (1+t; -t; t-2)$

Theo đề bài d vuông góc $d_1 \Rightarrow \vec{u}_d \perp \vec{u}_{d_1} \Leftrightarrow \vec{u}_d \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (1+t) + 4(-t) - 2(t-2) = 0 \Leftrightarrow t = 1$

$\Rightarrow \vec{u}_d = (2; -1; -1)$

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1; -1; 3)$ và có $\vec{u}_d = (2; -1; -1)$ có dạng:

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 7 = 0$ và hai đường thẳng

$d_1: \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{-4}$; $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$.

Đường thẳng vuông góc mặt phẳng (P) và cắt cả hai

đường thẳng $d_1; d_2$ có phương trình là

A. $\frac{x+7}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{3}$

B. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$

C. $\frac{x+4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3}$

D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{3}$

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm

$\Delta \cap d_1 = M$ nên $M(-3+2t; -2-t; -2-4t)$

$\Delta \cap d_2 = N$ nên $N(-1+3u; -1+2u; 2+3u)$

$\overrightarrow{MN} = (2+3u-2t; 1+2u+t; 4+3u+4t)$

Ta có $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{n}_{(P)}$

Nên $\frac{2+3u-2t}{1} = \frac{1+2u+t}{2} = \frac{4+3u+4t}{3}$ ta giải hệ phương trình tìm được $\begin{cases} u = -2 \\ t = -1 \end{cases}$

Khi đó tọa độ điểm $M(-5; -1; 2)$ và VTCP $\overrightarrow{MN} = (-2; -4; -6) = -2(1; 2; 3)$

Phương trình tham số Δ là $\frac{x+5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$

Câu 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(0;1;1)$, vuông

góc với đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x=t \\ y=1-t (t \in \mathbb{R}) \\ z=-1 \end{cases}$ và cắt đường thẳng $(d_2): \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$. Phương trình của (Δ) là?

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=0 \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(2t'; 1+t'; t') \in (d_2)$ là giao điểm giữa đường thẳng (Δ) và đường thẳng (d_2)

Ta có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d_1} = (1; -1; 0)$, $\vec{MA} = (2t'; t'; t'-1)$

Theo đề bài: $\vec{u}_{d_1} \cdot \vec{MA} = 0 \Leftrightarrow 2t' - t' = 0 \Leftrightarrow t' = 0$

Suy ra $A(0;1;0)$

Khi đó vectơ chỉ phương của đường thẳng (Δ) là $\vec{u}_{\Delta} = \vec{AM} = (0;0;1)$

Phương trình đường thẳng (Δ) qua $M(0;1;1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta} = (0;0;1)$ có dạng:

$$\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$$

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình:

$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ có véc tơ chỉ phương $u=(1;1;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d , nên nhận véc tơ chỉ phương của d là vecto pháp tuyến $(P):1(x-1)+y+2(z-2)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-5=0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d \Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

Vì $B \in (P) \Leftrightarrow (1+t)+t+2(-1+2t)-5=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng

$$\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$ B. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$ C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$ D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$

Lời giải

Chọn D

Gọi $M = d \cap \Delta \Rightarrow M \in d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \Rightarrow M(2t-1;t;3t-2)$

$M \in \Delta \subset (P) \Rightarrow M \in (P): x+2y+z-4=0 \Rightarrow 2t-1+2t+3t-2-4=0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow M(1;1;1)$

Vì $\Delta \perp d$ và $\Delta \subset (P) \Rightarrow \Delta$ có vectơ chỉ phương $u = [n; u_d] = (5; -1; -3)$

Vậy phương trình Δ là $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d . Đường thẳng d' có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$. C. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm của d và (P) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \\ x + y - 3z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \\ -3 + 2t - 1 + t + 3t - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = -1 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow d \cap (P) = M(-1; 0; -1)$$

Vì d' nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d nên d' đi qua M và có véc tơ chỉ phương $u_{d'} = n_P \wedge u_d = (2; -5; -1)$ hay d' nhận véc tơ $v = (-2; 5; 1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Phương trình của d' : $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 39. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau

$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ có phương trình

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.
C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $A = \Delta \cap d_1; B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow A(2+2t; 3+3t; -4-5t), B(-1+3t'; 4-2t'; 4-t')$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3t' - 2t - 3; -2t' - 3t + 1; -t' + 5t + 8)$

Gọi $\vec{u}_\Delta, \vec{u}_{d_1} = (2; 3; -5), \vec{u}_{d_2} = (3; -2; -1)$ lần lượt là véc tơ chỉ phương của Δ, d_1, d_2 ta có:

$$\begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_{d_1} \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_{d_2} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = (-13; -13; -13) = -13(1; 1; 1) = -13\vec{u}$$

Vì $\vec{AB}, \vec{u}$ đều là véc tơ chỉ phương của Δ nên ta có:

$$\vec{AB} = k\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t' - 2t - 3 = k \\ -2t' - 3t + 1 = k \\ -t' + 5t + 8 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t' - 2t - k = 3 \\ -2t' - 3t - k = -1 \\ -t' + 5t - k = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 1 \\ t = -1 \\ k = 2 \end{cases} \Rightarrow A(0; 0; 1)$$

$$\Rightarrow \Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$$

Câu 40. Cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và $(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2) . Phương trình nào sau đây là phương trình của (Δ)

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-2}$

D. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$

Lời giải

Chọn A

Lấy điểm $M \in (d_1): M(2+t_1; 1+t_1; 1+t_1)$

$N \in (d_2): N(t_2; 7-3t_2; -t_2)$

$$\vec{MN} = (t_2 - t_1 - 2; -3t_2 - t_1 + 6; -t_2 - t_1 - 1)$$

$$\vec{MN} \perp \vec{u}_{d_1} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{MN} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \\ \vec{MN} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 + t_1 = 1 \\ 11t_2 + 3t_1 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = 2 \\ t_1 = -1 \end{cases}$$

Đường thẳng MN là đường vuông góc chung

Suy ra $M(1; 0; 0), N(2; 1; -2)$ và $\vec{MN}(1; 1; -2)$

$$(\Delta) \text{ đi qua } M, N \text{ là: } \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$$

Phương trình đường thẳng

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng

$(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y-2z+1=0$. Hỏi giao tuyến của (α) và

(β) đi qua điểm nào?

A. $(0; 1; 3)$

B. $(2; 3; 3)$

C. $(5; 6; 8)$

D. $(1; -2; 0)$

Lời giải

Chọn B

$\vec{u}_d(1; 1; 2)$ là một VTCP của đường thẳng d

$\vec{n}_\beta(1; 1; -2)$ là một VTPT của (β)

$$\Rightarrow \vec{n}_\alpha = [\vec{u}_d; \vec{n}_\beta] = (-4; 4; 0)$$

$$A(2; 3; 0) \in d \Rightarrow A \in (\alpha)$$

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): -4(x-2) + 4(y-3) + 0(z-0) = 0 \Leftrightarrow -4x + 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$

Giả sử $M(x; y; z) \in (\alpha) \cap (\beta)$. Khi đó tọa độ M thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$$

Thay các đáp án vào hệ trên ta thấy $M(2; 3; 3)$ thỏa mãn. Chọn đáp án B

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $M = \Delta \cap Ox$. Suy ra $M(a; 0; 0)$

$$\vec{AM} = (a-1; -2; -3)$$

d có VTCP: $\vec{u}_d(2; 1; -2)$

Vì $\Delta \perp d$ nên $\vec{AM} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 - 2 + 6 = 0 \Leftrightarrow a = -1$

Vậy Δ qua $M(-1; 0; 0)$ và có VTCP $\vec{AM} = (-2; -2; -3) = -(2; 2; 3)$ nên Δ có phương trình:

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$$

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$

Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d có phương trình là

A. $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$

B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$

C. $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

Lời giải

Chọn A

Gọi giao điểm của Δ và d là $B(t+1; t; 2t-1)$. Khi đó $\vec{u}_{\Delta} = \vec{AB} = (t, t, 2t-3)$

Vì đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d có $\vec{u}_d = (1, 1, 2)$ thì:

$$t+t+2(2t-3)=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = (1, 1, -1)$$

Phương trình đường thẳng Δ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-1; 1; 3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$,

$\Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ và Δ' .

A. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1+t \\ z = 1+3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -t \\ y = 1+t \\ z = 3+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1-t \\ z = 3+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1+t \\ z = 3+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

+) VTCP của Δ, Δ' lần lượt là $\vec{u} = (3; 2; 1)$ và $\vec{v} = (1; 3; -2)$; $[\vec{u}, \vec{v}] = (-7; 7; 7)$

+) Vì d vuông góc với Δ và Δ' nên $\vec{u}_d = (-1; 1; 1)$

+) d đi qua $M(-1; 1; 3)$ nên $d: \begin{cases} x = -1-t \\ y = 1+t \\ z = 3+t \end{cases}$

$$d_1: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = -2+t \\ z = 2 \end{cases}$$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt

phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P) , đồng thời vuông góc với d_2 ?

A. $2x-y+2z+13=0$

B. $2x+y+2z-22=0$

C. $2x-y+2z-13=0$

D. $2x-y+2z+22=0$

Lời giải

Chọn C

Tọa độ giao điểm của d_1 và (P) là $A(4; -1; 2)$

Mặt phẳng cần tìm đi qua A và nhận $\vec{u}_2(2; -1; 2)$ làm VTCP có phương trình $2x - y + 2z - 13 = 0$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 1), B(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3})$. Đường thẳng qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là:

A. $\frac{x + \frac{2}{9}}{1} = \frac{y - \frac{2}{9}}{-2} = \frac{z + \frac{5}{9}}{2}$

B. $\frac{x + 1}{1} = \frac{y - 8}{-2} = \frac{z - 4}{2}$

C. $\frac{x + \frac{1}{3}}{1} = \frac{y - \frac{5}{3}}{-2} = \frac{z - \frac{11}{6}}{2}$

D. $\frac{x + 1}{1} = \frac{y - 3}{-2} = \frac{z + 1}{2}$

Lời giải.

Chọn D

Ta có: $\vec{OA}; \vec{OB} = (4; -8; 8)$

Gọi d là đường thẳng thỏa mãn khi đó d có VTCP $u = (1; -2; 2)$

Ta có $OA = 3, OB = 4, AB = 5$. Gọi $I(x; y; z)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB

Áp dụng hệ thức $\vec{OB} \cdot \vec{IA} + \vec{OA} \cdot \vec{IB} + \vec{AB} \cdot \vec{IO} = 0$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot (\vec{OA} - \vec{OI}) + 3 \cdot (\vec{OB} - \vec{OI}) + 5 \cdot \vec{IO} = 0 \Leftrightarrow \vec{OI} = \frac{1}{12} (4\vec{OA} + 3\vec{OB}) \Rightarrow I(0; 1; 1)$$

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Suy ra cho $t = -1 \Rightarrow d$ đi qua điểm $M(-1; 3; -1)$

Do đó d đi qua $M(-1; 3; -1)$ có VTCP $u = (1; -2; 2)$ nên đường thẳng có phương trình

$$\frac{x + 1}{1} = \frac{y - 3}{-2} = \frac{z + 1}{2}$$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y - 3}{1} = \frac{z - 2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 6 = 0$. Đường thẳng nằm trong (P) cắt và vuông góc với d có phương trình là?

A. $\frac{x - 2}{1} = \frac{y + 2}{7} = \frac{z + 5}{3}$

B. $\frac{x + 2}{1} = \frac{y - 2}{7} = \frac{z - 5}{3}$

C. $\frac{x - 2}{1} = \frac{y - 4}{7} = \frac{z + 1}{3}$

D. $\frac{x + 2}{1} = \frac{y + 4}{7} = \frac{z - 1}{3}$

Lời giải

$$\vec{n}_p = (1; -1; 2), \vec{u}_d = (2; 1; -3), \text{ Gọi } l = d \cap (P), l \in d \Rightarrow l(2t; 3+t; 2-3t)$$

$$l \in (P) \Rightarrow 2t - (3+t) + 2(2-3t) - 6 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow l(-2; 2; 5)$$

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

$$\text{Theo giả thiết } \begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_p \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_p, \vec{u}_d] = (1; 7; 3)$$

$$\text{Và đường thẳng } \Delta \text{ đi qua điểm } l. \text{ Vậy } \Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}.$$

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+\frac{13}{5}}{1} = \frac{y-\frac{9}{5}}{1} = \frac{z-\frac{4}{5}}{1}$

B. $\frac{x-\frac{1}{5}}{1} = \frac{y+\frac{3}{5}}{1} = \frac{z+\frac{2}{5}}{1}$

C. $\frac{x-\frac{7}{5}}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-\frac{2}{5}}{1}$

D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$

Lời giải

Chọn B

Giả sử đường thẳng (d) vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 tại M, N

Ta có: $M(1+2a; -1-a; a), N(-1+t; -1; -t), \vec{NM} = (2a-t+2; -a; a+t)$

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n}(1; 1; 1)$

Vì MN vuông góc với mặt phẳng (P) nên $\vec{NM}$ cùng phương $\vec{n}$, $\hat{U} \frac{2a-t}{1} = \frac{-a}{1} = \frac{a+t}{1}$

$$\hat{U} \begin{cases} a = -\frac{2}{5} \\ t = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{4}{5}; -\frac{3}{5}; -\frac{2}{5}\right)$$

Đường thẳng (d) qua điểm M nhận $\vec{n}$ làm vec tơ chỉ phương

Phương trình $d: \frac{x-\frac{1}{5}}{1} = \frac{y+\frac{3}{5}}{1} = \frac{z+\frac{2}{5}}{1}$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $N = \Delta \cap Oz$.

Ta có $N(0;0;c)$. Vì Δ qua M, N và $M \notin Oz$ nên $\overrightarrow{MN}(-1;0;c-1)$ là VTCP của Δ .

d có 1 VTCP $u(1;2;3)$ và $\Delta \perp d$ nên

$$\overrightarrow{MN} \cdot u = 0 \Leftrightarrow -1 + 3(c-1) = 0 \Leftrightarrow c = \frac{4}{3} \Rightarrow \overrightarrow{MN}(-1;0;\frac{1}{3}).$$

Chọn $v(-3;0;1)$ là 1 VTCP của Δ , phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$ và đường

thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0; -1; 4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

A. $\Delta: \begin{cases} x=5t \\ y=-1+t \\ z=4+5t \end{cases}$

B. $\Delta: \begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=4-2t \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x=-t \\ y=-1+2t \\ z=4+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} \Delta \perp d \\ \Delta \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \\ \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{n_{(P)}} \end{cases}$$

$$[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_{(P)}}] = (5; 0; 5) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases} \text{ Do đó một vector chỉ phương của đường thẳng } \Delta \text{ là } \overrightarrow{u_\Delta} = (1; 0; 1)$$

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta_2: \frac{x+2}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(0; -2; -5)$

B. $N(1; -1; -4)$

C. $P(2; 0; 1)$

D. $Q(3; 1; -4)$

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(-1+2t; -2+t; 1+t)$ và $B(-2-4t'; 1+t'; -2-t')$ là hai điểm lần lượt thuộc Δ_1 và Δ_2 .

$\overrightarrow{AB} = (-1-2t-4t'; 3-t+t'; -3-t-t')$. Δ_1 có VTCP $\vec{u} = (2; 1; 1)$; Δ_2 có VTCP $\vec{u'} = (-4; 1; -1)$.

AB là đoạn vuông góc chung của Δ_1 và $\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u'} = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(-1-2t-4t') + (3-t+t') + (-3-t-t') = 0 \\ -4(-1-2t-4t') + (3-t+t') - (-3-t-t') = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6t-8t' = 2 \\ 8t+18t' = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = -1 \end{cases}$$

Suy ra $A(1; -1; 2)$ và $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -3)$.

Phương trình đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 là: $\begin{cases} x = 1+t_1 \\ y = -1+t_1 \\ z = 2-3t_1 \end{cases}$.

Chỉ có điểm $Q(3; 1; -4)$ có tọa độ thỏa mãn phương trình.

Câu 52. Trong không gian $(Oxyz)$ cho hai đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z}{-2}$ và $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$.

Gọi M là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính đoạn OM .

A. $OM = \frac{\sqrt{14}}{2}$

B. $OM = \sqrt{5}$

C. $OM = 2\sqrt{35}$

D. $OM = \sqrt{35}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 4+t \\ z = -2t \end{cases}$ nhận vectơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$ làm vectơ chỉ phương.

Đường thẳng $d': \begin{cases} x = 3+2m \\ y = -1-m \\ z = -2-m \end{cases}$ nhận vectơ $\vec{v} = (2; -1; -1)$ làm vectơ chỉ phương.

Gọi AB là đoạn vuông góc chung với $A \in d$ và $B \in d'$.

Khi đó $A(2+t; 4+t; -2t)$ và $B(3+2m; -1-m; -2-m)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (2m-t+1; -m-t-5; -m+2t-2)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \vec{u} \\ \overrightarrow{AB} \perp \vec{v} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{v} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-6t = 0 \\ 6m-3t = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ t = -1 \end{cases}$. Suy ra $A(1; 3; 2)$ và $B(-1; 1; 0)$.

Suy ra trung điểm của AB là $M(0; 2; 1)$. Vậy $OM = \sqrt{5}$.

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $P(2;-1;1)$. B. $Q(0;-1;1)$. C. $N(0;-1;2)$. D. $M(-1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d_1 có VTCP là $u = (1;1;-2)$.

Gọi H là giao điểm của đường thẳng d và đường thẳng d_1 . Vì $H \in d_1: H(1+t;t;5-2t)$.

Ta có: $\overrightarrow{AH} = (t;t;3-2t)$.

d vuông góc với $d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \Leftrightarrow t+t-2(3-2t)=0 \Leftrightarrow 6t=6 \Leftrightarrow t=1$.

Lúc đó, đường thẳng d qua $A(1;0;2)$ và có VTCP $\overrightarrow{AH} = (1;1;1)$ có phương trình:
$$\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=2+t \end{cases}$$

Lúc đó, điểm $Q(0;-1;1)$ thuộc đường thẳng d .

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d . Tọa độ điểm B là

- A. $(6;-7;0)$ B. $(3;-2;-1)$ C. $(-3;8;-3)$ D. $(0;3;-2)$

Lời giải

Chọn D

Ta gọi AB cắt d tại điểm $M(1+2m;-1+m;2-m) \in d$

$\overrightarrow{AM} = (2m;m-3;3-m)$, theo yêu cầu bài toán AB vuông góc d , ta có

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Rightarrow 2 \cdot 2m + m - 3 + m - 3 = 0 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2;-2;2)$$

Đường thẳng AB đi qua A nhận $\overrightarrow{u} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AM} = (1;-1;1)$ là VTCP, ta có phương trình AB là

$$AB: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{1}. \text{ Gọi } B(1+t;2-t;-1+t) \in AB$$

Lại có điểm $B \in (P) \Rightarrow 1+t+2-t+2(-1+t)+1=0 \Rightarrow t=-1$. Vậy $B(0;3;-2)$.

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x - 2y + z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Đường thẳng d cắt (P) tại điểm A . Điểm $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng d và có hoành độ dương sao cho $AM = \sqrt{6}$. Khi đó tổng $S = 2016a + b - c$ là

A. 2018. B. 2019. C. 2017. D. 2020.

Lời giải

Chọn A

Tìm A từ hệ
$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ x - 2y = 1 \\ y + z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow A(-1; -1; -1)$$

Gọi $M(1+2t; t; -2-t)$, $t > -\frac{1}{2}$ ta có $AM = \sqrt{6t^2 + 12t + 6} = \sqrt{6} \Leftrightarrow t = 0; t = -2$

Với $t = 0 \Rightarrow M(1; 0; -2) \Rightarrow a = 1; b = 0; c = -2 \Rightarrow S = 2018$.

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5; -3; 5)$ lần lượt cắt d_1, d_2 tại B và C . Độ dài BC là

A. $\sqrt{19}$. B. 19. C. $3\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $d \cap d_1 = B \Rightarrow B(1+t_1; -1-t_1; 2t_1)$

$d \cap d_2 = C \Rightarrow C(t_2; 1+2t_2; t_2)$

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (t_1 - 4; -t_1 + 2; 2t_1 - 5)$ và $\overrightarrow{AC} = (t_2 - 5; 2t_2 + 4; t_2 - 5)$

Vì $A \notin d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AC} \neq 0$.

Ba điểm A, B, C cùng thuộc đường thẳng $d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t_1 - 4 = k(t_2 - 5) \\ -t_1 + 2 = k(2t_2 + 4) \\ 2t_1 - 5 = k(t_2 - 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = -1 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}: \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC}$

Do đó $B(2; -2; 2)$, $C(-1; -1; -1) \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (-3; 1; -3)$

Vậy $BC = \sqrt{19}$.

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$; $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. 3. B. $\sqrt{6}$. C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

phương trình tham số của $d_1: \begin{cases} x=1+t_1 \\ y=2+3t_1 \\ z=t_1 \end{cases}, A \in d_1 \Rightarrow A(1+t_1; 2+3t_1; t_1);$

phương trình tham số của $d_2: \begin{cases} x=-1-t_2 \\ y=1+2t_2 \\ z=2+4t_2 \end{cases}, B \in d_2 \Rightarrow B(-1-t_2; 1+2t_2; 2+4t_2);$

$\overrightarrow{MA} = (t_1 - 2; 3t_1 - 1; t_1 + 2); \overrightarrow{MB} = (-4 - 4t_2; -2 + 2t_2; 4 + 4t_2)$

Vì A, B, M thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA} = k \overrightarrow{MB}, k \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t_1 - 2 = -4k - kt_2 \\ 3t_1 - 1 = -2k + 2kt_2 \\ t_1 + 2 = 4k + 4kt_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 + 4k + kt_2 = 2 \\ 3t_1 + 2k - 2kt_2 = 1 \\ t_1 - 4k - 4kt_2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \\ k = \frac{1}{2} \\ kt_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \\ k = \frac{1}{2} \\ t_2 = 0 \end{cases}$$

Vậy, $A(1;2;0)$ và $B(-1;1;2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-2; -1; 2)$

Độ dài đoạn thẳng $AB = |\overrightarrow{AB}| = 3$

Câu 58. Cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(0;0;2)$, $C(2;3;-2)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=t \end{cases}$

Biết điểm $M(a;b;c)$ với $a > 0$ thuộc mặt phẳng (ABC) sao cho $AM \perp \Delta$ và $AM = \sqrt{14}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$.

- A. $T = -1$. B. $T = 5$. C. $T = 7$. D. $T = -6$.

Lời giải

Chọn C

Ta có Δ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta} = (1; -1; 1)$

$\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 2; -3)$

$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] = (1; -2; -1)$$

Mặt phẳng (ABC) nhận vector $\overrightarrow{n_{(ABC)}} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] = (1; -2; -1)$ làm vector pháp tuyến.

Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng Δ

$\Rightarrow$ mặt phẳng (Q) nhận vector $\overrightarrow{n_Q} = \overrightarrow{u_\Delta} = (1; -1; 1)$ làm vector pháp tuyến.

Khi đó $AM \perp \Delta \Leftrightarrow AM \subset (Q) \Rightarrow M \in (Q)$.

Mặt khác theo giả thiết $M \in (ABC) \Rightarrow M \in$ giao tuyến d của hai mặt phẳng (ABC) và (Q) .

Đường thẳng d nhận vector $\left[\overrightarrow{n_Q}, \overrightarrow{n_{(ABC)}} \right] = (3; 2; -1)$ làm vector chỉ phương, đồng thời đi qua A

$$\Rightarrow \text{PT } d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Ta có $M \in d \Rightarrow M = (1 + 3t; 1 + 2t; 1 - t)$

$$\text{Theo giả thiết } AM^2 = 14 \Leftrightarrow (3t)^2 + (2t)^2 + (-t)^2 = 14 \Leftrightarrow 14t^2 = 14 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 1 \end{cases}$$

Với $t = -1 \Rightarrow M = (-2; -1; 2)$ (loại).

Với $t = 1 \Rightarrow M = (4; 3; 0)$ (nhận)

Khi đó $a = 4; b = 3; c = 0$.

Vậy $a + b + c = 7$.

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d . Tọa độ điểm B là

- A. $(3; -2; -1)$ B. $(-3; 8; -3)$ C. $(0; 3; -2)$ D. $(6; -7; 0)$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có một VTCP là $\overrightarrow{u_d} = (2; 1; -1)$.

Gọi $M = AB \cap d \Rightarrow M(1 + 2t; -1 + t; 2 - t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2t; t - 3; 3 - t)$

$$AB \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 4t + t - 3 - 3 + t = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2; -2; 2) = 2(1; -1; 1)$$

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1; 2; -1)$, có một VTCP là $\overrightarrow{u} = (1; -1; 1)$

$$\Rightarrow AB: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z=-1+t \end{cases}$$

Ta có: $B=AB \cap (P)$ nên tọa độ của B là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=-1+t \\ x+y+2z+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ x=0 \\ y=3 \\ z=-2 \end{cases}$$

$\Rightarrow B(0;3;-2)$

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;0;-1)$. Gọi d_2 là đường thẳng đi qua điểm A và có vector chỉ phương $v=(a;1;2)$. Giá trị của a sao cho đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 là

A. $a=-1$.

B. $a=2$.

C. $a=0$.

D. $a=1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của đường thẳng d_1 là:
$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3+t \end{cases}$$

Phương trình tham số đường thẳng d_2 qua điểm A và có vector chỉ phương $v=(a;1;2)$ là:

$$d_2: \begin{cases} x=1+at' \\ y=0+t' \\ z=-1+2t' \end{cases}$$

d_1 nhận $u=(1;-2;1)$ làm vector chỉ phương và d_2 nhận $v=(a;1;2)$ làm vector chỉ phương

Đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 khi và chỉ khi hệ phương trình
$$\begin{cases} 1+t=1+at' \\ 2-2t=0+t' \\ 3+t=-1+2t' \end{cases}$$
 có đúng một nghiệm.

Ta có:

$$\begin{cases} 1+t=1+at' \\ 2-2t=0+t' \\ 3+t=-1+2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-at'=0 \\ -2t-t'=-2 \\ t-2t'=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t'=2 \\ 0-a \cdot 2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t'=2 \\ a=0 \end{cases}$$

Vậy $a = 0$.

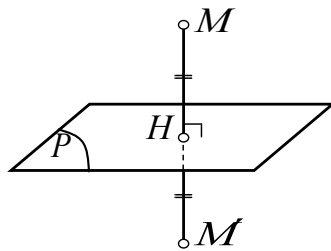
DẠNG 3

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐIỂM ĐỐI XỨNG VÀ HÌNH CHIẾU

1. Tìm hình chiếu H của điểm M lên mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$

Viết phương trình đường thẳng MH qua M và vuông góc với (P) , khi đó:

$$H = d \cap (P) \text{ thỏa } \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \\ ax + by + cz + d = 0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x = ? \\ y = ? \Rightarrow H. \\ z = ? \end{cases}$$

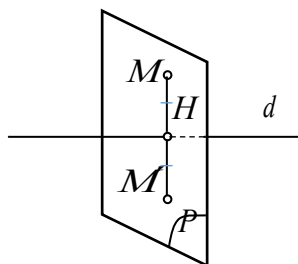


Lưu ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $(P) \Rightarrow H$ là trung điểm MM' .

2. Tìm hình chiếu H của điểm M lên đường thẳng d .

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d , khi đó:

$$H = d \cap (P) \text{ thỏa } \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \\ ax + by + cz + d = 0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x = ? \\ y = ? \Rightarrow H. \\ z = ? \end{cases}$$



Lưu ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $d \Rightarrow H$ là trung điểm MM' .

- Câu 61.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; -4; -1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=2-t \\ z=3+2t \end{cases}$ bằng
- A. $\sqrt{14}$ B. $\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{14}$ D. $2\sqrt{6}$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ đi qua $N(0; 2; 3)$, có véc tơ chỉ phương $u = (1; -1; 2)$

$$\overrightarrow{MN} = (-2; 6; 4); \quad [\overrightarrow{MN}, u] = (16; 8; -4)$$

$$d(M, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{MN}, u|}{|u|} = \frac{\sqrt{336}}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{14}.$$

- Câu 62.** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của $M(1; 0; 1)$ lên đường thẳng $(\Delta): \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ là

- A. $(2; 4; 6)$ B. $(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3})$ C. $(0; 0; 0)$ D. $(\frac{2}{7}; \frac{4}{7}; \frac{6}{7})$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng Δ có vtcp $u = (1; 2; 3)$ và có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Gọi $N(t; 2t; 3t) \in \Delta$ là hình chiếu vuông góc của M lên Δ , khi đó:

$$\overrightarrow{MN} \cdot u = 0 \Leftrightarrow (t-1) + (2t-0) \cdot 2 + (3t-1) \cdot 3 = 0 \Leftrightarrow 14t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{7} \Rightarrow N\left(\frac{2}{7}; \frac{4}{7}; \frac{6}{7}\right).$$

- Câu 63.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-4; 0; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1-t \\ y=-2+3t \\ z=-2t \end{cases}$. Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu của M lên Δ . Tính $a+b+c$.

- A. 5 B. -1 C. -3 D. 7

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của M lên Δ nên tọa độ của H có dạng $H(1-t; -2+3t; -2t)$ và $\overrightarrow{MH} \perp \overrightarrow{u_\Delta}$

$$\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow 14t - 11 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{11}{14} \Rightarrow H\left(\frac{3}{14}; \frac{5}{14}; -\frac{22}{14}\right) \Rightarrow a+b+c = -1$$

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$ là:

- A. $(-2; 1; 1)$. B. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{3}\right)$. C. $(1; 1; -2)$. D. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của $A(3; 2; -1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$. Khi đó: AH nhận $\vec{n}(1; 1; 1)$ là vector

chỉ phương suy ra phương trình $AH: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$.

Do $H \in AH \Rightarrow H(3+t; 2+t; -1+t)$.

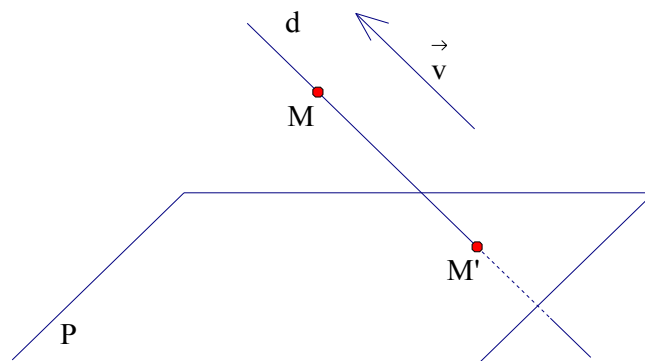
Do $H \in (\alpha) \Rightarrow 3+t+2+t-1+t=0 \Leftrightarrow t = -\frac{4}{3} \Rightarrow H\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{3}\right)$.

Câu 65. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1; 0; 3)$ theo phương vector $\vec{v}(1; -2; 1)$ trên mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$ có tọa độ là

- A. $(2; -2; -2)$. B. $(-1; 0; 1)$. C. $(-2; 2; 2)$. D. $(1; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn C



Đường thẳng d đi qua $M(-1; 0; 3)$, có vectơ chỉ phương $\vec{v}(1; -2; 1)$ có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = -1+t \\ y = -2t \\ z = 3+t \end{cases}$$

Gọi M' là hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương vectơ $v=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P):x-y+z+2=0$

$\Rightarrow M' = d \cap (P) \Rightarrow$ tọa độ M' là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = -1+t \\ y = -2t \\ z = 3+t \\ x-y+z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1+t \\ y = -2t \\ z = 3+t \\ -1+t+2t+3+t+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ z = 2 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow M'(-2;2;2)$$

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P) , tính OA' .

A. $OA' = 5\sqrt{3}$

B. $OA' = \sqrt{46}$

C. $OA' = \sqrt{186}$

D. $OA' = 3\sqrt{26}$

Lời giải

Chọn C

+ A' đối xứng với A qua (P) nên AA' vuông góc với (P)

$$\begin{cases} x = -1+6t \\ y = 3-2t \\ z = 6+t \end{cases}$$

+Suy ra phương trình đường thẳng AA' :

+Gọi H là giao điểm của AA' và mặt phẳng $(P) \Rightarrow H(-1+6t;3-2t;6+t)$

+ Do H thuộc $(P) \Rightarrow 6(-1+6t)-2(3-2t)+1(6+t)-35=0 \Leftrightarrow 41t-41=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(5;1;7)$

+ A' đối xứng với A qua (P) nên H là trung điểm của AA'

$$\Rightarrow A'(11;-1;8) \Rightarrow OA' = \sqrt{11^2 + (-1)^2 + 8^2} = \sqrt{186}$$

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):2x+y+2z-1=0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) , véc tơ chỉ phương của đường thẳng d' là

A. $\vec{u}_3 = (5;-6;-13)$

B. $\vec{u}_2 = (5;-4;-3)$

C. $\vec{u}_4 = (5;16;13)$

D. $\vec{u}_1 = (5;16;-13)$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;1;2)$ và có 1 véc tơ chỉ phương $\vec{u_d} = (1; 2; -1)$.

Mặt phẳng (P) có 1 véc tơ pháp tuyến $\vec{n_{(P)}} = (2; 1; 2)$.

Gọi $\vec{u_{d'}}$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d' .

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) . Khi đó (Q) đi qua điểm $A(1;1;2)$ và có 1 véc tơ pháp tuyến $\vec{n_{(Q)}} = [\vec{u_d}, \vec{n_{(P)}}] = (5; -4; -3)$.

d' là hình chiếu của đường thẳng d trên mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow d' = (P) \cap (Q)$ nên $\begin{cases} \vec{u_{d'}} \perp \vec{n_{(P)}} \\ \vec{u_{d'}} \perp \vec{n_{(Q)}} \end{cases}$. Véc tơ chỉ phương của đường thẳng d' là $\vec{u_{d'}} = [\vec{n_{(P)}}, \vec{n_{(Q)}}] = (5; 16; -13)$.

Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+4}{3} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (α) .

A. $\frac{x}{11} = \frac{y+5}{-17} = \frac{z-4}{-2}$

B. $\frac{x}{11} = \frac{y-5}{-17} = \frac{z+4}{-2}$

C. $\frac{x}{11} = \frac{y-5}{-17} = \frac{z-4}{2}$

D. $\frac{x}{11} = \frac{y-5}{-17} = \frac{z-4}{2}$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + z - 3 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2; 1; 1)$.

Gọi tọa độ giao điểm của d và (α) là I thì $I(-22; 39; 8)$.

Lấy $A(-4; 3; 2) \in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α) .

Suy ra phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu của A lên (α) thì $H = \Delta \cap (\alpha) \Rightarrow H(-2; 4; 3)$.

A' đối xứng với A qua $(\alpha) \Leftrightarrow H$ là trung điểm $AA' \Rightarrow A'(0; 5; 4)$.

Đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng $(\alpha) \Rightarrow d'$ đi qua điểm I, A' có vectơ chỉ

phương $\vec{A'I} = (22; -34; -4) = 2(11; -17; -2)$ có phương trình là: $\frac{x}{11} = \frac{y-5}{-17} = \frac{z-4}{-2}$.

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

- A. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(1; -5; 3)$ và có VTCP $u_d = (2; -1; 4)$

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P): x+3=0$.

Suy ra mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M_0(1; -5; 3)$ và có VTPT là $[n_P; u_d] = (0; 4; 1)$
 $\Rightarrow (Q): 4y + z + 17 = 0$

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là

$$\begin{cases} 4y + z + 17 = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$$

Cách 2: Ta có $M \in d \Rightarrow M(1+2t; -5-t; 3+4t)$. Gọi M' là hình chiếu của M trên $(P): x+3=0$. Suy

ra $M'(-3; -5-t; 3+4t)$. Suy ra $d': \begin{cases} x = -3 \\ y = -5 - t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

So sánh với các phương án, ta chọn D là đáp án đúng.

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng

$d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$
 C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$ D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$

Lời giải

Chọn A

Gọi M là giao điểm của d với (P) .

Tọa độ của M là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ \frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y=1 \\ x+z=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow M(1;1;1)$$

Lấy điểm $N(0;-1;2) \in d$.

Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $n=(1;1;1)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua N và nhận $n=(1;1;1)$ làm vec tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1}$

Gọi N' là giao điểm của Δ với (P) .

$$\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ \frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ x-y=1 \\ x-z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=-\frac{1}{3} \\ z=\frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow N'\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};\frac{8}{3}\right)$$

Tọa độ của N' là nghiệm của hệ:

$$\overrightarrow{MN'} = \left(-\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right) = -\frac{1}{3}u(1;4;-5)$$

Đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M(1;1;1)$ và nhận $u=(1;4;-5)$ làm vec tơ chỉ phương nên có phương

$$\text{trình } \frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}.$$

Câu 71. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng

$d: \frac{x+2}{2}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P) .

A. $d': \frac{x+2}{7}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{2}$.

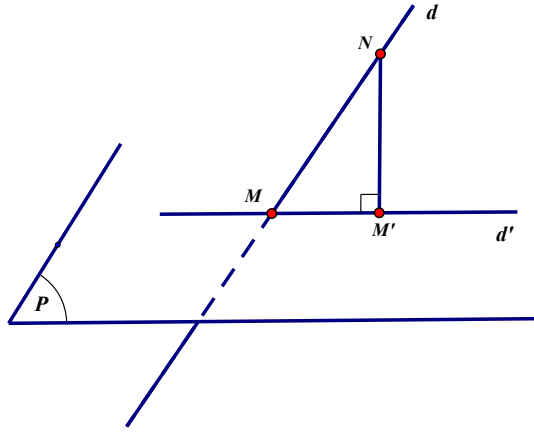
B. $d': \frac{x-2}{7}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{2}$.

C. $d': \frac{x+2}{7}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{2}$.

D. $d': \frac{x-2}{7}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



$$d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 4 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

+) Phương trình tham số của d là $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 4 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Gọi $M = (-2 + 2t; 4 - 2t; -1 + t)$ là giao điểm của d và $(P) \Rightarrow (-2 + 2t) + (4 - 2t) - (-1 + t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow M = (2; 0; 1)$.

+) Mặt phẳng (P) có 1 vector pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; 1; -1)$. Điểm $N = (0; 2; 0) \in d$.

Gọi Δ là đường thẳng qua $N(0; 2; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow \Delta$ nhận vector $\vec{n}_P = (1; 1; -1)$ làm vector chỉ phương. Suy ra phương trình của Δ là:

$$(\Delta): \frac{x - 0}{1} = \frac{y - 2}{1} = \frac{z - 0}{-1} \Leftrightarrow (\Delta): \begin{cases} x = c \\ y = 2 + c \\ z = -c \end{cases}, c \in \mathbb{R}. \text{ Gọi } M' = (c; 2 + c; -c) \text{ là giao điểm của } \Delta \text{ với mặt}$$

$$\text{phẳng } (P) \Rightarrow c + (2 + c) - (-c) - 1 = 0 \Leftrightarrow c = -\frac{1}{3} \Rightarrow M' = \left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

+) $\vec{MM'} = \left(-\frac{7}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) nên d'

chính là đường thẳng MM' , suy ra d' đi qua $M(2; 0; 1)$ và nhận vector $\vec{u} = -3\vec{MM'} = (7; -5; 2)$ làm vector chỉ phương nên phương trình của d' là:

$$d': \frac{x - 2}{7} = \frac{y}{-5} = \frac{z - 1}{2}.$$

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 6 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x - 1}{2} = \frac{y + 4}{3} = \frac{z}{5}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình là

A. $\frac{x + 1}{2} = \frac{y + 4}{3} = \frac{z - 1}{5}$.

B. $\frac{x}{2} = \frac{y + 5}{3} = \frac{z - 1}{5}$.

C. $\frac{x + 5}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z - 1}{5}$.

D. $\frac{x}{2} = \frac{y - 5}{3} = \frac{z - 1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 1 = 0$ có vector pháp tuyến $n(1; 1; -1)$.

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{5}$ có vector chỉ phương $u(2; 3; 5)$.

Vì $nu = 1.2 + 1.3 + (-1).5 = 0$ nên $d // (\alpha)$.

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên $(\alpha) \Rightarrow d' \perp d$.

Lấy $A(1; -4; 0) \in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α) .

Suy ra phương trình đường thẳng Δ là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4 + t \\ z = -t \end{cases}$$
.

Gọi A' là hình chiếu của A lên (α) thì $A' = \Delta \cap (\alpha) \Rightarrow A'(0; -5; 1)$.

Đường thẳng d' là đường thẳng đi qua $A'(0; -5; 1)$, có vector chỉ phương $u(2; 3; 5)$ có phương trình là

$$\frac{x}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-1}{5}.$$

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là đường thẳng d' . Trong các điểm sau

điểm nào thuộc đường thẳng d' :

- A. $M(2; 5; -4)$ B. $P(1; 3; -1)$ C. $N(1; -1; 3)$ D. $Q(2; 7; -6)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A = d \cap (P)$. Vì $A \in d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$

Mặt khác $A \in (P) \Rightarrow t - 1 + 2t + 2 - t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Vậy $A(1; 1; 1)$.

Lấy $B(0; -1; 2) \in d$. Gọi Δ là đường thẳng qua B và vuông góc (P) .

Thì $\Delta: \begin{cases} x = t' \\ y = -1 + t' \\ z = 2 + t' \end{cases}$. Gọi C là hình chiếu của B lên (P) .

Suy ra $C \in \Delta \Rightarrow C(t'; -1 + t'; 2 + t')$.

Mặt khác $C \in (P) \Rightarrow t' - 1 + t' + 2 + t' - 3 = 0 \Leftrightarrow t' = \frac{2}{3}$. Vậy $C\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Lúc này d' qua $A(1;1;1)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{AC} = \left(\frac{-1}{3}; \frac{-4}{3}; \frac{5}{3} \right)$. Hay d' nhận $u = (1;4;-5)$ làm một vector chỉ phương.

Suy ra $d': \begin{cases} x=1+s \\ y=1+4s \\ z=1-5s \end{cases}$. Vậy điểm thuộc đường thẳng d' là $M(2;5;-4)$.

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P) ; d' nhận $u(a;b;2019)$ làm một vector chỉ phương. Xác định tổng $a+b$.

A. 2019

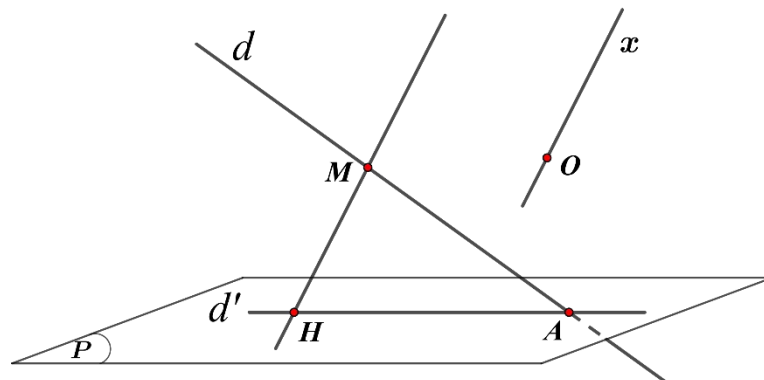
B. -2019

C. 2018

D. -2020

Lời giải

Chọn B



• Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $n_{(P)} = (1;1;1)$.

Đường thẳng d có vector chỉ phương là $u_d = (2;1;3)$, đường thẳng chứa trục Ox có vector chỉ phương $i = (1;0;0)$.

• Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và song song (hoặc chứa) trục Ox .

Khi đó (Q) có vector pháp tuyến $n_{(Q)} = [u_d, i] = (0;3;-1)$.

• Đường thẳng d' chính là giao tuyến của (P) và (Q) .

$\Rightarrow$ Vector chỉ phương của d' là $u_1 = [n_{(P)}, n_{(Q)}] = (-4;1;3)$.

Suy ra: $u(-2692;673;2019)$ cũng là chỉ phương của d' .

Ta có: $a+b = -2692+673 = -2019$.

Câu 75. Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$, $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$. Gọi d' , Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P) . Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ' . Biểu thức $a + b.c$ bằng

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 6.

Lời giải

Chọn B

Do d' là hình chiếu của d lên mặt phẳng (P) khi đó d' là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (α) chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P) .

$\Rightarrow$ một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_d, \vec{n}_P] = (-3; 2; -1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(-2; 0; 2)$ và có một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\alpha)} = (-3; 2; -1)$ là $3x - 2y + z + 4 = 0$.

Do Δ' là hình chiếu của Δ lên mặt phẳng (P) khi đó Δ' là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (β) chứa Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) .

$\Rightarrow$ một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) là $\vec{n}_{(\beta)} = [\vec{u}_\Delta, \vec{n}_P] = (0; -2; -2)$.

Phương trình mặt phẳng (β) đi qua $B(3; 1; 4)$ và có một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\beta)} = (0; -2; -2)$ là $y + z - 5 = 0$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ 3x - 2y + z + 4 = 0 \\ y + z - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$.

Vậy $M(-1; 2; 3) \Rightarrow a + b.c = -1 + 2.3 = 5$.

Câu 76. Trong không gian Oxyz, tìm tọa độ hình chiếu H của $A(1; 1; 1)$ lên đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$.

- A. $H(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{1}{3})$. B. $H(1; 1; 1)$. C. $H(0; 0; -1)$. D. $H(1; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; 1)$. Do $H \in d \Rightarrow H(1+t; 1+t; t)$.

Ta có: $\overrightarrow{AH} = (t; t; t-1)$. Do H là hình chiếu của điểm A lên đường thẳng d nên suy ra

$$\overrightarrow{AH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t + t + t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow H\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; 1\right).$$

$$(d): \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \text{ . Tìm}$$

Câu 77. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ và đường thẳng (d) . Tìm tọa độ hình chiếu A' của A trên (d) .

- A. $A'(2; 3; 1)$. B. $A'(-2; 3; 1)$. C. $A'(2; -3; 1)$. D. $A'(2; -3; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A' \in (d)$ nên gọi $A'(6 - 4t; -2 - t; -1 + 2t)$; $\overrightarrow{AA'} = (5 - 4t; -3 - t; -2 + 2t)$.

đường thẳng (d) có vector chỉ phương $\vec{u} = (-4; -1; 2)$.

$$\overrightarrow{AA'} \perp (d) \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (5 - 4t) \cdot (-4) + (-3 - t) \cdot (-1) + (-2 + 2t) \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$\Rightarrow A'(2; -3; 1)$$

Vậy $A'(2; -3; 1)$.

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3; 2; 0)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

- A. $(-1; 0; 4)$. B. $(7; 1; -1)$. C. $(2; 1; -2)$. D. $(0; 2; -5)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d . Phương trình của mặt phẳng (P) là:

$$1(x - 3) + 2(y - 2) + 2(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 7 = 0$$

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d , khi đó $H = d \cap (P)$

Suy ra $H \in d \Rightarrow H(-1 + t; -3 + 2t; -2 + 2t)$, mặt khác $H \in (P) \Rightarrow -1 + t - 6 + 4t - 4 + 4t - 7 = 0 \Rightarrow t = 2$.

Vậy $H(1; 1; 2)$.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d , khi đó H là trung điểm của AA' suy ra $A'(-1; 0; 4)$.

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 3; 1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z = 0$.

A. $M' \left(2; \frac{5}{2}; 3 \right)$

B. $M' (1; 3; 5)$

C. $M' \left(\frac{5}{2}; 2; \frac{3}{2} \right)$

D. $M' (3; 1; 2)$

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng qua M và vuông góc với (α) .

$\Rightarrow$ Phương trình tham số của Δ là:
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$
. Ta có $M' = \Delta \cap (\alpha)$.

Xét phương trình: $2 + t - 2(3 - 2t) + 1 + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

Vậy $M' \left(\frac{5}{2}; 2; \frac{3}{2} \right)$.

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(1; 2; 4)$ qua mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 2z - 3 = 0$ có tọa độ là

A. $(-3; 0; 0)$

B. $(-1; 1; 2)$

C. $(-1; -2; -4)$

D. $(2; 1; 2)$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (α) có vector pháp tuyến là $n = (2; 1; 2)$.

MM' vuông góc với mặt phẳng (α) nên đường thẳng MM' nhận $n = (2; 1; 2)$ làm vector chỉ phương.

Phương trình đường thẳng MM' là:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$$
.

Gọi H là giao điểm của đường thẳng MM' và mặt phẳng (α) .

$H \in MM' \Leftrightarrow H(1 + 2t; 2 + t; 4 + 2t)$

$H \in (\alpha) \Leftrightarrow 2(1 + 2t) + 2 + t + 2(4 + 2t) - 3 = 0 \Leftrightarrow 9t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Leftrightarrow H(-1; 1; 2)$

M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (α) nên H là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(-3; 0; 0)$.

Câu 81. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{7}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{7}$

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{7}$

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{7}$

Lời giải

Chọn A

+ d không vuông góc với (P) .

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

Phương trình tham số của đường thẳng

Tọa độ giao điểm I của d và mặt phẳng (P) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow I(1; 1; 1)$$

+ Lấy điểm $M(0; -1; 2) \in d$.

Đường thẳng D qua M và vuông góc với (P) có phương trình

$$D \subset (P) \Rightarrow H \left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{8}{3} \right)$$

M' đối xứng với M qua $(P) \hat{=} H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow M' \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{10}{3} \right)$

+ Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P)

$\Rightarrow d'$ đi qua $I(1; 1; 1)$ và $M' \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{10}{3} \right)$ có vector chỉ phương $\overrightarrow{IM'} = \left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3} \right) = \frac{1}{3}(2; -2; 7)$, phương trình

$$d' \text{ là } \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{7}$$

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$.

B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -1; 2)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{u_d} = (1; 2; -1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P) .

(Q) đi qua điểm $M(0; -1; 2)$ và có một vector pháp tuyến là $\vec{n_Q} = [\vec{u_d}, \vec{n_P}] = (3; -2; -1)$.

$\Rightarrow (Q): 3x - 2y - z = 0$.

Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên (P) , khi đó tập hợp các điểm thuộc Δ là nghiệm của hệ

phương trình
$$\begin{cases} 3x - 2y - z = 0 \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \quad (I).$$

Trong hệ (I) cho $z = 1$, ta được $x = 1, y = 1$. Vậy điểm $A(1; 1; 1)$ thuộc Δ .

Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u_\Delta} = [\vec{n_P}, \vec{n_Q}] = (1; 4; -5)$ nên có

phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.

Cách 2: Gọi $A = d \cap (P)$.

$A \in d \Rightarrow A(t; -1+2t; 2-t)$.

$A \in (P) \Rightarrow t + (-1+2t) + (2-t) - 3 = 0 \Rightarrow 2t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow A(1; 1; 1)$.

Lấy điểm $M(0; -1; 2) \in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) . Khi đó Δ có

phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$
.

Gọi $B = \Delta \cap (P)$.

$B \in \Delta \Rightarrow B(t; -1+t; 2+t)$.

$$B \in (P) \Rightarrow t + (-1+t) + (2+t) - 3 = 0 \Rightarrow 3t - 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{2}{3} \Rightarrow B\left(\frac{2}{3}; \frac{-1}{3}; \frac{8}{3}\right)$$

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là đường thẳng AB đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và

$$\vec{u} = -3 \cdot \vec{AB} = -3 \cdot \left(\frac{-1}{3}; \frac{-4}{3}; \frac{5}{3}\right) = (1; 4; -5)$$

à có một vector chỉ phương nên có phương trình chính tắc là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$$

Câu 83. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Gọi $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng

$\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{3}$. Biết điểm M có tung độ âm và cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2. Xác định giá trị $T = a + b + c$.

A. $T = -1$.

B. $T = 11$.

C. $T = -13$.

D. $T = 1$.

Lời giải

Chọn C

$$M \in \Delta \Rightarrow M(t; 1+2t; -2+3t)$$

$$d(M; (Oyz)) = |t| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow 1+2t = 5 \\ t = -2 \Rightarrow 1+2t = -2 \end{cases}$$

Ta có

Suy ra $t = -2$. Do đó $M(-2; -3; -8)$.

Vậy $a = -2; b = -3; c = -8 \Rightarrow T = a + b + c = -13$.

$$\text{trình} \begin{cases} x = -1+2t \\ y = t \\ z = 1+2t \\ 2x+y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 1 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases} \text{ Do đó } M(1; 1; 3), a+b+c=5.$$

Câu 84. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a; b; c)$ thuộc d sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$, biết $c < 0$.

A. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$

B. $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$

C. $M(-1; 0; -3)$

D. $M(2; 3; 3)$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $M \in d$ nên $\exists t \in \mathbb{R}: M(1+t; 2+t; 1+2t)$. Đk: $1+2t < 0 \Rightarrow t < -\frac{1}{2}$ (*)

$$MA^2 + MB^2 = 28$$

$$\Leftrightarrow (-t)^2 + (-3-t)^2 + (1-2t)^2 + (-2-t)^2 + (-t)^2 + (2-2t)^2 = 28$$

$$\Leftrightarrow 12t^2 - 2t - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1(L) \\ t = -\frac{5}{6}(T/m) \end{cases}$$

Với $t = -\frac{5}{6}$, ta có $M\left(\frac{1}{6}; \frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$.